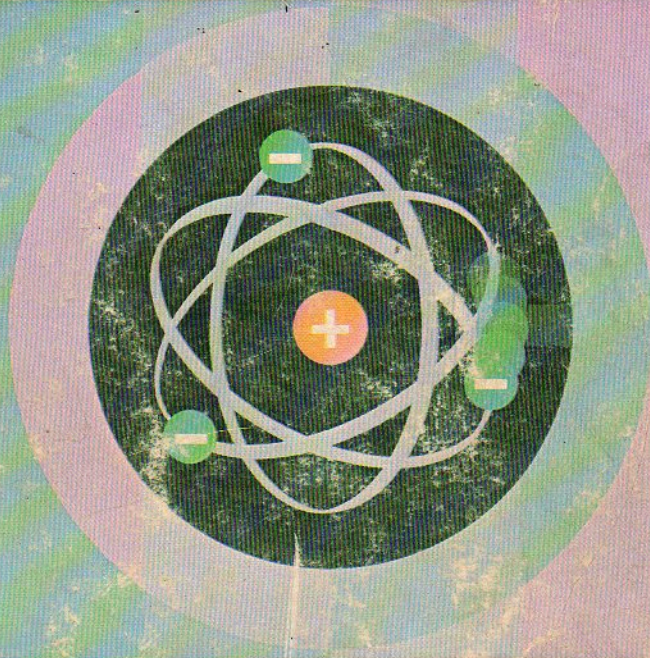


EDITORIAL
norma

MICHEL VALERO



FISICA

ONDAS
OPTICA
ELECTROMAGNETISMO
FISICA MODERNA

2

EDICION REVISADA

2

Física

Michel Valero

Licenciado en física — Sorbona, Francia.

Ingeniero óptico — París, Francia.

Ingeniero nuclear — París, Francia.

Máster en física — Montreal, Canadá.

Profesor Universidad del Valle — Cali, Colombia.

“Este es —dijo Sherlock Holmes— un caso para el cual nos vimos obligados a volver, mediante el razonamiento, de los efectos a las causas”.

Conan Doyle

**EDITORIAL
norma**

Bogotá - Colombia

Edición revisada

© 1977, por Editorial Norma

Reservados todos los derechos

Prohibida la reproducción total o parcial sin permiso escrito del Editor

02050280010

IMPRESO EN COLOMBIA
PRINTED IN COLOMBIA



Contenido

PROLOGO	Pág. 3			Pág.
Primera parte: ONDAS				
Unidad 1: Movimiento periódico				
1 MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE				
1.1 Movimiento circular uniforme	6	3.2A Tubo sonoro (ondas estacionarias longitudinales)	33	
1.2 Movimiento armónico simple	6	3.3A Caja de resonancia de un diapasón	33	
1.3 Período, frecuencia, elongación, amplitud y diferencia de fase	7	3.4A Tubo de Kundt (ondas estacionarias longitudinales)	34	
1.4 Propiedad característica del m.a.s.	9	3.5A Pulsaciones con dos diapasones	34	
1.5 Péndulo simple	9	3.6A Trombón de Koenig (interferencia de ondas longitudinales)	34	
1.6 Energía en el m.a.s.	10	3.7A Interferencia en la cubeta de onda	35	
* 1.7 Movimiento armónico de rotación	10	3.8A Interferencia producida por un diapasón	35	
* 1.8 Oscilaciones forzadas - Resonancia	11	3.9A Interferencia de las señales de televisión	35	
Aplicaciones	12	3.10A Interferencia dentro del cerebro	35	
* 1.1A Resonancia en mecánica	12	3.11A Ondas moduladas	36	
* 1.2A Resonancia en acústica	13	Problemas	36	
* 1.3A Resonancia en electricidad	13	Los instrumentos de música	38	
* 1.4A Resonancia en óptica	13			
Problemas	13			
Vibraciones en los cristales	15			
Unidad 2: Movimiento ondulatorio		Unidad 3: Sonido		
2 PROPAGACION Y ECUACION DE UNA ONDA		4 LAS ONDAS SONORAS		
2.1 Formación de una onda	16	4.1 Naturaleza del sonido	39	
2.2 Propagación de una onda	16	4.2 Propagación del sonido - Velocidad	39	
2.3 Frente de onda - Rayos	17	4.3 Recepción del sonido	39	
2.4 Pulso y tren de ondas	18	4.4 Característica del sonido: Intensidad	40	
2.5 Ecuación de una onda	19	4.5 Característica del sonido: Tono	41	
2.6 Velocidad de las ondas transversales	20	4.6 Característica del sonido: Timbre	42	
* 2.7 Velocidad de las ondas longitudinales	21	4.7 Efecto Doppler	42	
* 2.8 Trasmisión de energía	22	* 4.8 Onda de choque	43	
Aplicaciones	22	Aplicaciones	44	
2.1A Observación de las ondas - Estroboscopio	22	4.1A Acústica de las salas	44	
2.2A Grabación y reproducción de las ondas	23	4.2A Aplicaciones de los ultrasonidos	44	
Problemas	23	4.3A Aplicaciones del efecto Doppler	44	
Ondas sísmicas	24	Problemas	44	
		Las notas musicales	45	
3 SUPERPOSICION DE ONDAS		Segunda parte: LA LUZ		
3.1 Principio de superposición	26	Unidad 4: Optica geométrica		
3.2 Ondas estacionarias	26	5 NATURALEZA DE LA LUZ		
3.3 Pulsaciones	27	5.1 Teorías sobre la naturaleza de la luz	48	
3.4 Interferencia	28	5.2 Fuentes luminosas	49	
3.5 Condición de frontera de una onda	30	5.3 Propagación de la luz	49	
3.6 Cuerda vibrante	31	5.4 Principio de Huygens	50	
3.7 Tubos sonoros	31	5.5 Receptores de la luz	51	
Aplicaciones	32	5.6 La reflexión y la refracción	51	
3.1A Experimento de Melde (ondas estacionarias transversales)	32	5.7 Refracción en un prisma	52	
		5.8 Dispersión de la luz	53	
		5.9 Reflexión total	53	
		5.10 Interpretación de las leyes de Snell (modelo corpuscular)	54	
		5.11 Interpretación de las leyes de Snell (modelo ondulatorio)	55	
		Aplicaciones	56	
		5.1A Velocidad de la luz (Roemer y Fizeau)	56	

	Pág.
5.2A Aplicaciones de la reflexión total	56
5.3A ¿Por qué el cielo es azul?	57
Problemas	58
La naturaleza de la luz	59

6 ESPEJOS PLANOS Y ESFERICOS

6.1 Propagación rectilínea de la luz	62
6.2 Sombra y penumbra	62
6.3 Objetos e imágenes	63
6.4 Imágenes en los espejos planos	64
6.5 Aproximación de Gauss	64
6.6 Imágenes en los espejos esféricos	65
6.7 Convenio de signos para los espejos	65
6.8 Aumento de un espejo	66
6.9 Construcción de las imágenes	66
Aplicaciones	67
6.1A Cámara fotográfica sin lente	67
6.2A Combinaciones de espejos planos	68
6.3A Caleidoscopio	68
6.4A Campo visual de un espejo plano — Retrovisor	68
6.5A Telémetro	69
6.6A Corrección del error de paralaje	69
6.7A Aplicación de los espejos esféricos	69
Problemas	70
La fotografía	70

7 LENTES — INSTRUMENTOS OPTICOS

7.1 Imágenes en una superficie esférica refringente	73
7.2 Convenio de signos para las superficies refringentes	73
7.3 La convergencia y la divergencia de la luz por medio de las lentes	74
7.4 Ecuación de las lentes	76
7.5 Centro óptico y focos	77
7.6 Construcción de las imágenes	78
7.7 Aumento de una lente	78
* 7.8 Aberraciones de las lentes	79
7.9 El ojo	80
7.10 Acomodación del ojo	81
7.11 Defectos del ojo — Potencia de las lentes	81
* 7.12 Poder de resolución del ojo	82
Aplicaciones	83
7.1A La lupa	83
7.2A El microscopio	84
7.3A El telescopio	84
7.4A El antejo terrestre	85
7.5A El espectroscopio	86
Problemas	86
El cine	88

Unidad 5: Optica física

8 INTERFERENCIA — DIFRACCION

8.1 Coherencia	91
8.2 Interferencia Experimento de Young	91
8.3 Cambio de fase en la reflexión	93
8.4 Interferencia en láminas delgadas	93
8.5 Red de difracción	94
8.6 Ondas luminosas estacionarias	95
8.7 Difracción	95

8.8 Difracción por una rendija	95
* 8.9 Poder de separación de un instrumento de óptica	96
Aplicaciones	97
8.1A Billetes de Billet	97
8.2A Biprismas de Fresnel	97
8.3A Espejos de Fresnel	97
8.4A Espejos de Lloyd	97
8.5A Interferómetro de Michelson	98
8.6A El láser	98
Problemas	100
Holografía	102

9 POLARIZACION

9.1 Polarización por reflexión	104
9.2 Interpretación de la polarización	104
9.3 Polarización de una cuerda	105
9.4 Leyes de la polarización	106
9.5 Polarización por doble refracción	106
9.6 Rotación del plano de polarización	107
Aplicaciones	107
9.1A Fabricación de un polaroide	107
9.2A Usos de los polaroides	108
9.3A Fotoelasticidad	108
9.4A Las moléculas del ADN son dextrógiras	108
Problemas	108
La polarización de la luz del cielo y los vikingos	109

Tercera parte: ELECTRICIDAD

Unidad 6: Electrostática

10 CARGAS Y CAMPO ELECTRICO

10.1 Cargas eléctricas	111
10.2 Estructura del átomo	112
10.3 Conductores, aisladores y semiconductores	113
10.4 ¿Cómo cargar un cuerpo?	113
10.5 Ley de Coulomb	114
10.6 Campo eléctrico	115
10.7 Líneas de fuerza	116
10.8 Cálculo de algunos campos eléctricos	116
Aplicaciones	118
10.1A Electroscopio	118
10.2A Descarga eléctrica	119
10.3A Jaula de Faraday	119
10.4A Grabación y reproducción del sonido	119
10.5A Lentes electrostáticas	119
Problemas	120
Historia de la electrostáticas	122

11 POTENCIAL — CONDENSADOR

11.1 Energía potencial eléctrica	123
11.2 Potencial eléctrico	123
11.3 Cálculo de algunos potenciales eléctricos	124
11.4 Condensador — Capacitancia	125
11.5 Combinación de condensadores	126
Aplicaciones	127
11.1A Electroforo	127
11.2A Generador Van de Graaff	127
11.3A Realización de los condensadores	128
Problemas	128

Unidad 7: Corriente eléctrica

12 CORRIENTE Y RESISTENCIA

12.1	Naturaleza de la corriente eléctrica	130
12.2	Corriente directa y alterna	130
12.3	Ley de Ohm	132
12.4	Resistencia eléctrica	133
12.5	Resistencias en serie y en paralelo	133
12.6	Energía eléctrica - Ley de Joule	135
Aplicaciones		137
12.1A	Variación de la resistencia con la temperatura	137
12.2A	Usos de la energía eléctrica	138
Problemas		139
Historia de la corriente eléctrica		141

13 CIRCUITOS ELECTRICOS

13.1	Generador - Fuerza electromotriz	143
13.2	Receptor - Fuerza contraelectromotriz	144
13.3	Circuito sencillo	144
13.4	Diferencia de potencial entre dos puntos de circuito	146
13.5	Leyes de Kirchhoff	147
Aplicaciones		148
13.1A	Aparatos eléctricos de medición	148
13.2A	Prospección eléctrica	150
13.3A	Efectos de la corriente sobre el cuerpo humano	150
Problemas		150
La electricidad en Biología		153

14 ELECTROLISIS, PILAS Y ACUMULADORES

14.1	Electrólisis	155
14.2	Ley de Faraday de la electrólisis	156
14.3	Definición química del amperio	156
14.4	Electrólisis del agua	156
14.5	Pilas	157
14.6	Polarización de las pilas	157
14.7	Acumulador	157
14.8	Efecto termoeléctrico	157
Aplicaciones		158
14.1A	Aplicaciones de la electrólisis	158
14.2A	Pila seca	158
Problemas		159
Pilas y acumuladores elementales		159

Cuarta parte: MAGNETISMO

Unidad 8: Electromagnetismo

15 CAMPO MAGNETICO

15.1	Imanes - Ley de Coulomb del magnetismo	162
15.2	Experimento de Oersted	162
15.3	Campo magnético	163
15.4	Fuerza magnética sobre una carga	165
15.5	Movimiento de una carga dentro de un campo magnético	165
15.6	Efecto Hall	165
15.7	Fuerza magnética sobre una corriente	166
15.8	Momento de una espira	166
15.9	Producción de los campos magnéticos	167
15.10	Naturaleza de los imanes	168
15.11	Campo magnético terrestre	169

Pág.

Aplicaciones		169
15.1A	El ciclotrón	169
15.2A	Espectrómetro de masa	170
15.3A	Medida de e/m	170
15.4A	Motor de corriente continua	171
15.5A	Principio de los aparatos de medidas eléctricas	171
15.6A	Altoparlante	172
15.7A	Bomba electromagnética	172
15.8A	Cinturones de Van Allen	172
Problemas		173
Ampère: El electromagnetismo		176

16 INDUCCION MAGNETICA

16.1	Fuerza electromotriz inducida	177
16.2	Ley de Faraday	177
16.3	Ley de Lenz	178
16.4	Corriente alterna	179
16.5	Ondas electromagnéticas	180
16.6	Producción de ondas electromagnéticas	181
16.7	Estructura de las ondas electromagnéticas	181
16.8	Propiedades de las ondas electromagnéticas	181
16.9	Espectro electromagnético	182
Aplicaciones		182
16.1A	Betatrón	182
16.2A	Transformadores	182
16.3A	Carrete de Ruhmkorff	183
16.4A	Encendido de los autos	184
16.5A	Amperímetro de pinza	184
16.6A	Micrófono	184
16.7A	Grabadora	184
16.8A	Corriente de Foucault o de Eddy	185
Problemas		185
Faraday - Maxwell		188

Unidad 9: El electrón y sus aplicaciones

17 ELECTRONICA

17.1	Efecto termoiónico	190
17.2	Diodo	190
17.3	Triodo	191
17.4	Semiconductores	192
17.5	Diodo cristalino (unión $n-p$)	194
17.6	Transistor	195
Aplicaciones		196
17.1A	Osciloscopio de rayos catódicos	196
17.2A	Radio	197
17.3A	Televisión	198
17.4A	Televisión en colores	199
17.5A	Radar	201
Problemas		202
Historia de la electrónica		203

Quinta parte: FISICA MODERNA

Unidad 10: De la física clásica a la física cuántica

18 FISICA CUANTICA

18.1	Radiación electromagnética según Maxwell	206
18.2	Radiación electromagnética según Planck	206

	Pág.
18.3 Efecto fotoeléctrico	208
18.4 Rayos X	210
18.5 Efecto Compton	210
18.6 Onda de materia	211
18.7 El principio de incertidumbre	212
Aplicaciones	213
18.1A Aplicaciones del efecto fotoeléctrico	213
18.2A Transformador de imagen infrarrojo	213
18.3A Intensificador de rayos X	213
18.4A Aplicaciones de rayos X	214
18.5A El experimento de Davisson y Germer	215
Problemas	215
La historia de los cuantos	217

19 FISICA ATOMICA

19.1 Series espectrales	218
19.2 Teoría de Bohr sobre el átomo de hidrógeno	218
19.3 Consecuencias de la teoría de Bohr	219
19.4 Niveles de energía	221
19.5 El experimento de Frank-Hertz	221
Aplicaciones	222
19.1A La clasificación periódica	222
19.2A Distribución de los electrones en un átomo	222
Problemas	223
Historia de la física atómica	224

20 FISICA NUCLEAR

20.1 Estructura del núcleo	225
20.2 Radiaciones nucleares	225
20.3 Detección de las radiaciones	226
20.4 Radiactividad	227
20.5 Reacciones nucleares	228
20.6 Fisión	228
20.7 Fusión - (Reacción termonuclear)	229
20.8 Fuerzas nucleares y modelos	229
20.9 Materia y antimateria	229
Aplicaciones	230
20.1A Reactores nucleares	230

	Pág.
20.2A Aplicaciones industriales de las radiaciones	230
20.3A Aplicaciones biológicas de las radiaciones	232
Problemas	234
Historia de la física nuclear	235

Unidad 11: Nuevo concepto de espacio y tiempo

21 TEORIA DE LA RELATIVIDAD

21.1 Transformación de Galileo	237
21.2 Experimento de Michelson-Morley	238
21.3 Postulados de la relatividad	239
21.4 Dilatación del tiempo	239
21.5 Contracción de las distancias	240
21.6 Simultaneidad	241
21.7 Transformación de Lorentz	241
21.8 Suma de velocidades	242
21.9 Conservación de la cantidad de movimiento	243
21.10 Energía relativista	244
Aplicaciones	245
21.1A Vida de los mesones	245
21.2A Origen de la energía solar	245
21.3A Principio de los reactores nucleares y de las bombas atómicas	245
21.4A Materialización y desmaterialización	245
21.5A La paradoja de los gemelos	245
Problemas	246
Einstein	248

Sexta parte: GUIAS DE LABORATORIO Y TEST DE EVALUACION

EXPERIMENTOS	251
TESTS DE EVALUACION	268
CONTENIDO	285

Prólogo

"Pienso, luego existo", decía Descartes. El avance de la investigación científica sacó este postulado del dominio de la Metafísica. Ahora puede contribuir a orientar el pensamiento científico.

Entre el sujeto que observa y el objeto observado, se establece una verdadera relación dialéctica. No es posible considerarlos aisladamente. El uno está dirigido hacia el otro y recibe, a su vez, la influencia de éste. Hoy en día, podríamos completar la frase diciendo: Existo, luego soy conciente. En efecto, el hombre debe ser conciente de los problemas para poderlos resolver, debe reflexionar sobre la Naturaleza para poderla transformar, porque ésta y aquellos actúan sólo sobre una conciencia activa.

Este criterio guía el presente libro, en el cual se tomaron como ideas directrices los principios que Descartes enunció en su Discurso del Método. Recordémoslos:

"Primero, jamás admitir como verdadera cosa alguna que no se sepa con evidencia que lo es, es decir, evitar cuidadosamente la precipitación y la prevención y no comprender en mis juicios sino lo que se presenta tan clara y nítidamente a mi espíritu que yo no tuviera ninguna ocasión de ponerlo en duda.

Segundo, dividir cada una de la dificultades que encontrase en tantas partes como pudiera y fuere necesario, para resolverlas mejor.

Tercero, dirigir ordenadamente mis pensamientos, comenzando por los objetos más sencillos y más fáciles de conocer para subir poco a poco, como por grados, hasta el conocimiento de lo más complejo.

Cuarto, hacer en todo, recuentos tan complejos y revisiones tan generales que estuviese seguro de no omitir nada".

Metodología

El libro desarrolla ordenada y sistemáticamente los principios fundamentales de la física desde un punto de vista unificado y moderno.

El orden de presentación de los diferentes capítulos, determinados por preferencias pedagógicas, nos permite obtener una secuencia lógica y progresiva.

A fin de motivar, mantener el interés y el entusiasmo de los estudiantes se incluyen en secciones separadas las Aplicaciones prácticas y las Notas históricas.

El profesor tendrá así, entera libertad en la selección de los temas que se van a discutir y pensamos que estas diferentes secciones lo ayudarán en la programación de su curso.

Los problemas que permiten asimilar, ilustrar y ampliar los temas discutidos, deben considerarse como parte del texto y son esenciales para el desarrollo armónico del curso.

Al final del libro la Guía del laboratorio facilitará al estudiante, la posibilidad de experimentar y de investigar el método científico de la física.

Cada capítulo está dividido en:

(a) *Una parte fundamental.* En esta parte se precisarán, sin que haya dudas, los conceptos, las leyes, los principios y se especificarán los modelos que se utilizan.

Indicaremos solamente los temas de mucho interés y que tengan relación con los otros capítulos.

No emplearemos las derivadas ni las integrales.

(b) *Aplicaciones.* Mostraremos el uso de la física en la vida cotidiana y en la tecnología moderna.

(c) *Problemas.* Destinados a asimilar los conceptos anteriormente expuestos.

(d) *Una parte histórica y filosófica.* Es interesante y motiva saber cómo el hombre llegó a los conceptos expuestos, y qué aporte dan al pensamiento humano.

(e) *Guía de laboratorio* (al final del libro). El trabajo práctico debe ser una pequeña investigación dirigida: objeto de la práctica, método experimental, realización de medidas, análisis de datos y discusión de su significación experimental.

(f) *Test de evaluación* (al final del libro) para prepararse para la admisión en la Universidad.

Observación: Las secciones con asterisco (*) indican temas opcionales no incluidos en el programa oficial, sin embargo se recomienda su estudio para alcanzar una visión lógica y completa de la física.

Consejos para el estudio de la física

1. *Ser activo:* Usted debe pensar los temas por sí mismo. El profesor es solamente un guía; la enseñanza por perfecta que sea, nunca lo hará competente si se mantiene pasivo, si sólo acumula hechos en su mente.

2. *Preguntarse a sí mismo.* ¿Cómo un fenómeno o una ecuación se compara con otros que ya conocía? ¿Se podría encontrar una aplicación práctica? Discuta estas preguntas con sus compañeros; es muy instructivo; pueden tener puntos de vista diferentes y los intercambios de ideas serían útiles para todos. Nunca se entiende realmente un tema si no se ha discutido con otros.

3. *Tener ideas claras.* Frecuentemente, sus dificultades provienen del hecho de que sus ideas son confusas. Haga un esfuerzo para "clarificar" sus ideas y solucionar sus preguntas. Asegúrese de que entiende *exactamente* todos los conceptos en juego.

4. *Hacer problemas.* Los problemas tienen por función ayudarle a entender mejor la materia. Sirven también para medir su progreso.

La resolución de problemas no deberá considerarse como una simple sustitución de los símbolos de las magnitudes físicas en una fórmula por números, o el ajuste de las piezas de un rompecabezas. Ir buscando hoja por hoja en un libro de consulta, hasta encontrar la fórmula que parece encajar o resolver únicamente los ejemplos sencillos y más inmediatos, es una pérdida de tiempo y esfuerzo.

Para resolver los problemas se deben seguir estos pasos:

(a) *Analizar.* Piense y pregúntese qué leyes o definiciones debe aplicar y cerciórese de que las conoce y entiende. Adelantar mentalmente el planteamiento de las ecuaciones.

(b) *Hacer figuras.* Grandes y claras. Identificar las cantidades conocidas y desconocidas.

(c) *Escribir las ecuaciones matemáticas* que ligan las cantidades en juego. Es la parte más interesante y tam-

bién la más difícil. Es necesario plantear un sistema de n ecuaciones con n incógnitas.

(d) *Resolver las ecuaciones.* Es relativamente la parte más fácil. Las soluciones a los problemas numéricos deben ser casi siempre algebraicas y los datos numéricos sólo deben ser utilizados al final.

Las soluciones algebraicas (literales) además de permitir una mayor simplificación, ayudan a descubrir relaciones interesantes y dan la posibilidad de poder discutir los casos límites.

(e) *Verificar las dimensiones* y no olvidar las unidades; los valores numéricos deben redondearse a un número de cifras que den sentido físico a la solución.

5. *Leer libros de divulgación* científica sobre temas que se traten o no en la clase. Esto le permitirá tener una visión más amplia de los fenómenos físicos.

Empezar a preparar los exámenes con anticipación sin esperar la víspera. Una dificultad se esclarece cuando se tiene tiempo de pensar. Evitar siempre "trabajar como locos" la noche anterior al examen, pues ello es inútil y algunas veces peligroso.

En pocas palabras: *sólo se entiende bien un tema trabajándolo mucho y de manera continua.*

Conclusiones

Queremos terminar citando estas reflexiones del filósofo Jean-Paul Sartre:

"Es que en la embriaguez de comprender, entra siempre la alegría de sentirnos responsables de las verdades que descubrimos.

Quien quiera que sea el maestro, llega siempre un momento en que el alumno se encuentra completamente solo frente al problema matemático; si no impulsa a su mente a captar las relaciones, si no produce por sí mismo las conjeturas y los esquemas que se aplican como una rejilla a la cifra considerada y que revelarán sus estructuras principales, si no provoca finalmente una iluminación decisiva, las palabras siguen siendo signos muertos y todo se aprende de memoria.

Por lo tanto, puedo sentir, si me examino, que lo aprendido no es el resultado mecánico de un procedimiento pedagógico, sino que tiene por origen sólo mi voluntad de atención, sólo mi aplicación, sólo mi rechazo de la distracción o la precipitación y, finalmente, mi mente entera, con exclusión de todos los actores exteriores".

de
e
i-
ni-
a-
es;
o

Primera parte

Ondas

n
o-
s

Unidad 1

Movimiento periódico

Movimiento armónico simple m.a.s.

Iniciamos en este curso, la física de las ondas. Los fenómenos vibracionales y ondulatorios aparecen en todas las ramas de la física: mecánica, acústica, óptica, electricidad y mecánica cuántica.

A primera vista, el campo que cubre este estudio es muy heterogéneo, sin embargo, todos estos fenómenos están sometidos a las mismas leyes físicas y a las mismas reglas matemáticas.

Hablamos de *vibración u oscilación* cuando analizamos el movimiento periódico de una sola partícula en función del tiempo y de *onda*, cuando la vibración se propaga en el espacio.

En este capítulo estudiaremos el más simple de los movimientos periódicos, el *movimiento armónico simple*.

1.1 Movimiento circular uniforme

Recordemos los resultados fundamentales del movimiento circular uniforme.

Una partícula M describe una circunferencia de radio A con rapidez constante, o sea con velocidad angular constante ω (figura 1.1).

Su posición angular es: $\theta = \omega t$ (en radianes)

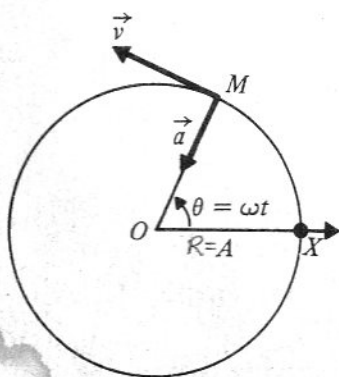


Figura 1.1

si se toma la posición angular inicial nula para $t = 0$, o sea que el cuerpo partió del punto X .

El vector velocidad está sobre la tangente al círculo y su magnitud es: $v = \omega R$, si $R = A \Rightarrow v = \omega A$

El vector aceleración es centrípeta (dirigida hacia el centro) y su magnitud es:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \text{ si } R = A \Rightarrow a = \omega^2 A$$

Después de una vuelta el cuerpo regresa a su posición inicial, se dice que el movimiento es periódico cuyo período es:

$$T = \frac{2\pi A}{v} = \frac{2\pi A}{\omega A} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

1.2 Movimiento armónico simple

Consideremos ahora la abscisa m de la partícula M que describe un movimiento circular uniforme (figura 1.2)

$$\cos \theta = \frac{x}{A} \text{ como } \theta = \omega t \Rightarrow x = A \cos \omega t$$

El movimiento rectilíneo de m sobre el eje x se denomina *movimiento armónico simple* (m.a.s.) o movimiento sinusoidal y algunas veces movimiento oscilatorio o vibratorio simple.

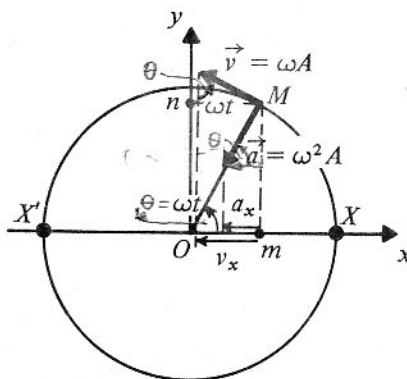


Figura 1.2

La trayectoria del movimiento es XX' ; simétrica con respecto a O , llamado *centro del movimiento*.

La figura 1.3 representa la gráfica de x en función de t .

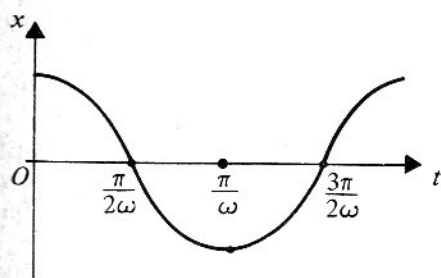


Figura 1.3

La velocidad de m es la proyección de la velocidad de M sobre el eje x , o sea: $\sin \theta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_x}{\omega A}$, como $\theta = \omega t$

$$\Rightarrow v_x = -\omega A \sin \omega t$$

La figura 1.4 representa esta ecuación. La velocidad es nula cuando x es máximo o mínimo, o sea en los puntos X y X' y es máxima, en valor absoluto $V_{\max} = \omega A$ cuando $x = 0$, es decir cuando $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \text{etc.}$

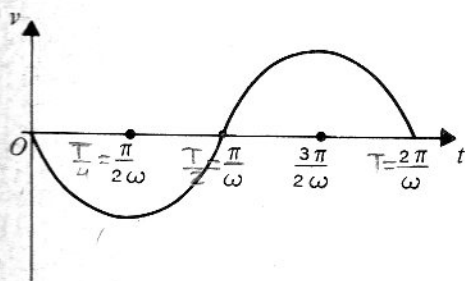


Figura 1.4

La aceleración de m es la proyección de la aceleración de M sobre el eje x , o sea: $\cos \theta = \frac{a_x}{a} = \frac{a_x}{\omega^2 A}$

$$\Rightarrow a_x = -\omega^2 A \cos \omega t$$

La figura 1.5 representa esta ecuación. La aceleración es nula cuando $x = 0$ y es máxima en valor absoluto, $a_{\max} = \omega^2 A$ en los puntos X y X' .

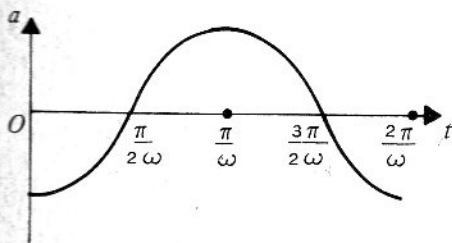


Figura 1.5

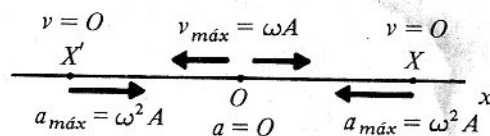


Figura 1.6

La figura 1.6 resume estas conclusiones.

También el movimiento de la proyección n de M sobre el eje y , es un movimiento armónico simple cuyas ecuaciones cinemáticas son:

$$y = A \sin \omega t$$

$$v = \omega A \cos \omega t$$

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t$$

Generalmente si la partícula M inicia el movimiento en Y de posición angular inicial φ en vez de X (figura 1.7), las ecuaciones cinemáticas de la abscisa m son:

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \varphi) = \int \int a dt^2 = \int \int (-\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)) dt^2 = \int v dt \\ v &= -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = \frac{dx}{dt} = \int a dt \\ a &= -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \boxed{a = -\omega^2 x} \end{aligned}$$

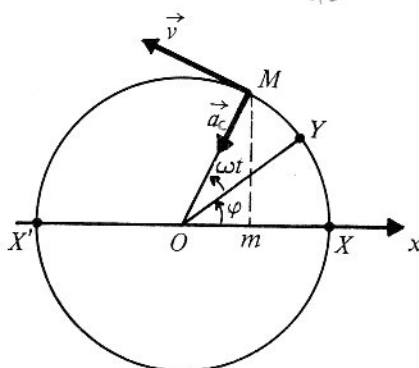


Figura 1.7

Se acostumbra llamar *oscilador armónico* a un cuerpo que tenga un movimiento armónico simple.

1.3 Período, frecuencia, elongación, amplitud y diferencia de fase

El m.a.s. es fundamental en física. Para esto se usa una terminología especial que vamos a definir.

Sea el movimiento de una partícula m

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

La **elongación** (x) del movimiento es la abscisa de m contada a partir del centro del movimiento (o de la posición de equilibrio).

La **amplitud** (A) del movimiento es el valor absoluto de la elongación máxima.

El **período** (T) del movimiento circular, es el tiempo que gasta el cuerpo M para recorrer una vuelta. Para

m el período es el tiempo que gasta para regresar a su posición inicial; es entonces el mismo T que para el movimiento circular, o sea

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{donde } \omega = \sqrt{\frac{a}{x}} \quad \text{donde } a \text{ es } (-)$$

La frecuencia (f) del movimiento es el número de períodos por segundo, o sea

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{x}} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x &= A \cos(2\pi f t + x_0) \\ v &= -A 2\pi f \sin(2\pi f t + x_0) \\ a &= -A (2\pi f)^2 \cos(2\pi f t + x_0) \end{aligned}$$

La unidad de frecuencia es el ciclo o vibración por segundo o hertz (hz).

La velocidad angular ω del movimiento circular se denomina en el m.a.s. pulsación o frecuencia angular y su unidad es 1/seg. $\Rightarrow f = \frac{\text{frecuencia angular}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{x}}$

La fase del movimiento es $(\omega t + \phi)$ llamando ϕ la fase inicial del movimiento ($t = 0$).

Si tenemos dos movimientos $x = A \cos(\omega t + \phi)$ y $x' = A' \cos(\omega t + \phi')$ la diferencia de fase es:
 $\Rightarrow A' = A \quad f' = f \Rightarrow 2\pi f' = 2\pi f \Rightarrow \omega' = \omega$
 $(\omega t + \phi) - (\omega t + \phi') = \phi - \phi'$

Si $\phi - \phi' = 0$ se dice que los movimientos son en fase
 $\phi - \phi' = \frac{\pi}{2}$ se dice que los movimientos son en cuadratura
 $\phi - \phi' = \pi$ se dice que los movimientos son en oposición

Ejemplos

1. Sea el movimiento

$$x = 4 \cos 10t$$

siendo las distancias en cm y los tiempos en seg

La amplitud es:

$$A = 4 \text{ cm}$$

La frecuencia angular es:

$$\omega = 10 \text{ seg}^{-1}$$

El período es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \text{ seg}$$

La frecuencia es:

$$f = \frac{1}{T} = 1,59 \text{ ciclo/seg ó hz}$$

La elongación para $t = 0$ es:

$$x = 4 \cos 0 = 4 \text{ cm}$$

La elongación para el tiempo $\pi/20$ seg es:

$$x = 4 \cos \frac{\pi}{2} = 0 \text{ cm}$$

La velocidad máxima es:

$$V_{\text{máx}} = \omega A = 40 \text{ cm/seg}$$

La aceleración máxima es:

$$A_{\text{máx}} = \omega^2 A = 400 \text{ cm/seg}^2$$

La fase inicial es: ($t = 0$)

$$\omega t = 0$$

2. Las mismas preguntas para el movimiento

$$x = 4 \cos(10t + \pi/3).$$

Las respuestas son idénticas a las anteriores salvo la fase inicial que en este caso es

$$\phi = \frac{\pi}{3} \text{ radianes}$$

3. Mostrar que los movimientos $x = A \cos \omega t$ y $x' = A \sin \omega t$ son en cuadratura de fase.

Podemos escribir los dos movimientos como

$$x = A \cos \omega t$$

$$x' = A \sin \omega t = A \cos(\omega t - \pi/2)$$

4. Una mesa vibra con m.a.s. de amplitud 20 cm y de frecuencia 0,5 vibraciones por segundo. ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento entre un cuerpo situado sobre la mesa y esta para que el cuerpo no resbale? (figura 1.8)

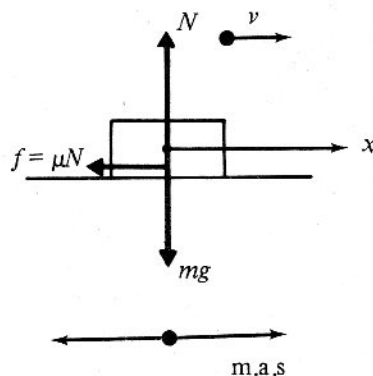


Figura 1.8

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo a un momento dado son:

Un movimiento lineal es un M.A.S. lineal si la aceleración del movimiento está en función de x y si la frecuencia del movimiento no queda en función de $x \Rightarrow$ puedo reemplazar el valor de f en las ecuaciones del M.A.S. lineal

$$\Sigma F_x = f = -\mu N = ma$$

$$\Sigma F_y = N - mg = 0$$

siendo f la fuerza de rozamiento opuesta a la velocidad, o sea que el cuerpo tendrá una aceleración:

$$a = -\mu g$$

pero el valor máximo de a es $a_{\max} = -\omega^2 A$, o sea

$$-\omega^2 A = -\mu g$$

$$(2\pi f)^2 A = -\mu g$$

$$\mu = \frac{4 \times 10 \times (0,5)^2 \times 0,2}{10} = 0,2 \quad (\pi^2 \approx 10)$$

1.4 Propiedad característica del m.a.s.

Vimos que el movimiento

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = \int \int a dt^2 = \int \int (-\omega^2 x) dt^2$$

tiene por aceleración

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

que podemos escribir

$$a = -\omega^2 x$$

lo que indica que la *aceleración es proporcional a la abscisa con un coeficiente de proporcionalidad negativo* ($-\omega^2$). Esta propiedad es característica del m.a.s. Recíprocamente, todo movimiento que tenga esta propiedad será un m.a.s.

Si en un problema llegamos a demostrar que la fuerza sobre un cuerpo de masa m es $F = -kx$ siendo k una constante positiva podemos deducir la aceleración

$$a = -\frac{k}{m}x \text{ y afirmar: } -\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$$

que el movimiento es armónico simple,

$$\Rightarrow \text{que su frecuencia angular es } \omega^2 = \frac{k}{m} \text{ o sea } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{que su período es } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{que su frecuencia es } f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Esta fuerza F la llamaremos *recuperadora*. Por su signo contrario al signo de x , estará siempre dirigida hacia el centro del movimiento.

Ejemplo

Cuerpo suspendido de un resorte (figura 1.9).

Admitiendo el resorte sin masa, la fuerza neta F que actúa sobre el cuerpo de masa m , (cuando éste está a

una distancia x de su posición de equilibrio) es

$$F = -kx = ma, \text{ o sea que } \omega^2 = \frac{k}{m} \text{ y el período será}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

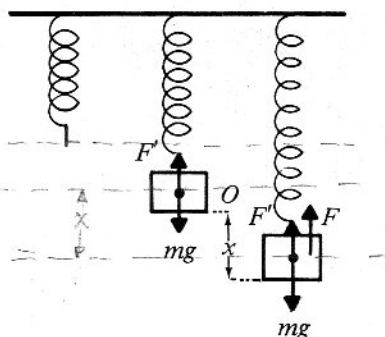


Figura 1.9

1.5 Péndulo simple

Es una partícula suspendida de un punto fijo por medio de un hilo inextensible y sin masa. Analicemos el péndulo en la posición de la figura 1.10.

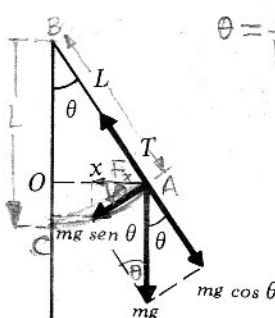


Figura 1.10

$$\theta = \frac{x}{L}$$

$$F_x = mg \sin \theta \approx mg \sin \left(\frac{x}{L} \right)$$

$$F_x = mg \sin \left(\frac{x}{L} \right)$$

La tensión T es contrarrestada por la componente $mg \cos \theta$, mientras que la fuerza

$$F = mg \sin \theta = mg \sin \left(\frac{x}{L} \right)$$

producirá el movimiento.

Si θ es pequeño, podemos sustituir $\sin \theta$ por θ y éste a su vez por $\frac{x}{L}$, y tendremos

$$F \approx -mg \frac{x}{L}$$

$$F = -mg \sin \frac{x}{L}$$

Como θ es pequeño, el arco x puede ser confundido con la tangente de la trayectoria en O y afirmar que el movimiento es prácticamente rectilíneo. El signo $-$ nos indica que la fuerza se dirige hacia el centro del movimiento.

Concluimos que el movimiento del péndulo, para ángulos pequeños es armónico simple y que su aceleración es:

$$ma \approx -\frac{mg}{L}x$$

$$a \approx -\frac{g}{L}x$$

y recordando que $a = -\omega^2 x$, tendremos

$$\omega \approx \sqrt{\frac{g}{L}}$$

el período será

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

1.6 Energía en el m.a.s.

Supongamos una partícula de masa m que oscila bajo la acción de una fuerza $F = -kx$. Sabemos que la partícula tendrá una energía potencial

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \text{ y si } x = A \cos \omega t, \text{ valdrá}$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \omega t = 2\pi^2 f^2 mA^2 \cos^2 \omega t$$

De otro lado, la partícula tendrá también energía cinética $E_c = \frac{1}{2} mv^2$ y como $v = \omega A \sin \omega t$, esto nos dará

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \omega t$$

pero $\omega^2 = k/m$, o sea que $k = m\omega^2$

$$E_c = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \omega t$$

La energía total será

$$E = E_p + E_c = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \omega t$$

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = 2\pi^2 f^2 mA^2$$

Si $k = m\omega^2 = m4\pi^2 f^2$
 que podemos escribir también

$$E = 2\pi^2 f^2 mA^2$$

Así, vemos que la energía cinética y la energía potencial varían con el tiempo, pero que la energía total se mantiene constante (figura 1.11); este resultado era esperado debido a la conservación de la energía.

Es útil recordar que la energía es proporcional a la amplitud y a la frecuencia al cuadrado.

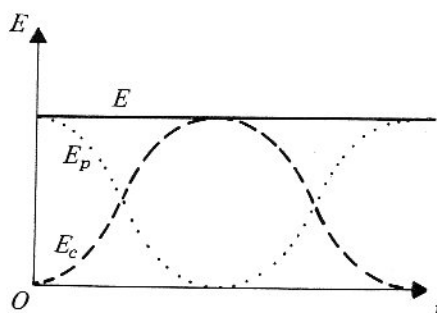


Figura 1.11

*1.7 Movimiento armónico de rotación

Las variables angulares también pueden tener un m.a.s.

Sea la posición angular dada por la ecuación

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$$

La velocidad angular será (no confundir con la frecuencia angular) por analogía con la sección 1.2,

$$W = -\omega \theta_m \sin(\omega t + \varphi) = \text{velocidad angular}$$

y aceleración angular (ver sección 1.2)

$$\alpha = -\omega^2 \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$$

o sea

$$\alpha = -\omega^2 \theta$$

Por lo tanto, si la aceleración angular de un cuerpo es proporcional a la posición angular (con signo $-$) el movimiento es armónico y su período es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Ejemplos

1. Resorte de torsión

Por su construcción los resortes de torsión producen un torque recuperador proporcional a su posición angular (figura 1.12)

$$\tau_o = -C\theta$$

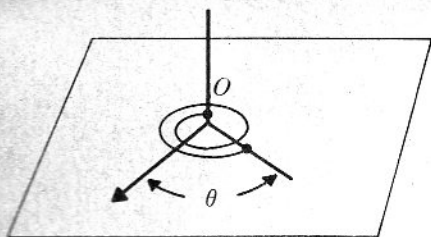


Figura 1.12

semejante a la fuerza recuperadora de los resortes $F = -kx$. C se denomina la constante de torsión.

Por la segunda Ley de Newton de la rotación, tenemos

$$\tau_o = I\alpha = -C\theta$$

$$\alpha = -\frac{C\theta}{I}$$

Siendo I el momento de inercia con respecto a O , por lo tanto

$$\omega^2 = \frac{C}{I}$$

y el período es

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}$$

2. Péndulo físico

Cualquier cuerpo que gire con respecto a un punto fijo es un péndulo físico. El peso Mg aplicado al centro de gravedad origina un torque recuperador (figura 1.13).

$$\tau_o = -Mg r \sin \theta = -F_r r$$

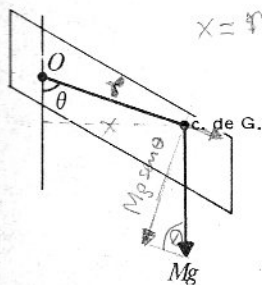


Figura 1.13

Si θ es pequeño, tendremos $\Rightarrow \tau_o = -Mg r \theta$

y por la segunda ley de Newton

$$I\alpha = -Mg r \theta \Rightarrow \frac{I}{r} \alpha = -Mg \theta$$

y tendremos por lo tanto:

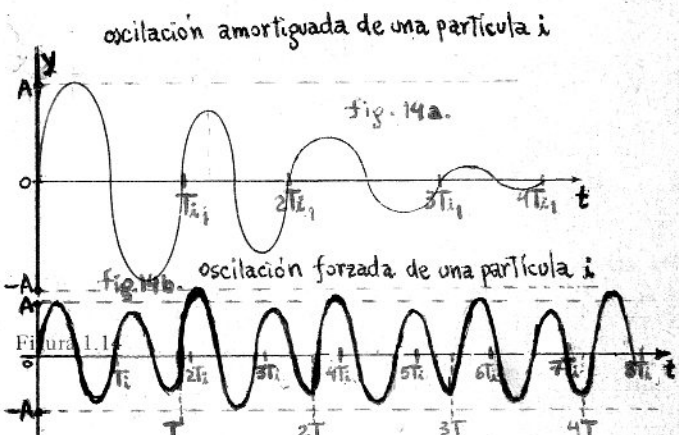
$$\omega^2 = \frac{Mg r}{I}$$

y el período es

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mg r}}$$

*1.8 Oscilaciones forzadas – resonancia

Debido a los rozamientos que siempre existen, la amplitud del oscilador abandonada a sí mismo disminuye poco a poco hasta reducirse a cero (figura 1.14a) Las oscilaciones son *amortiguadas*.



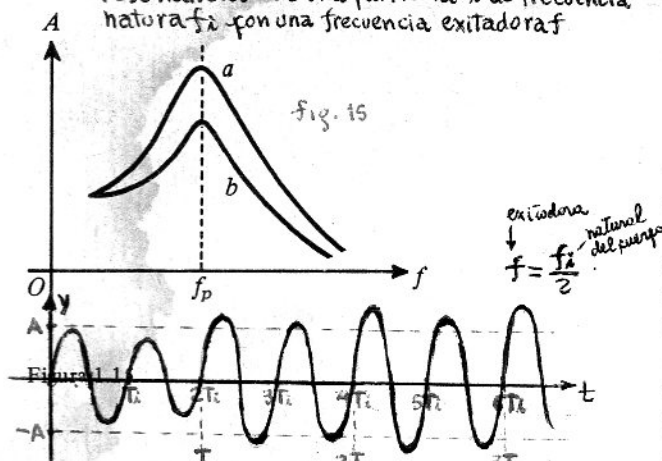
Para obtener una oscilación no amortiguada debemos traer continuamente energía al sistema. Esto se puede realizar si hacemos actuar una fuerza externa periódica sobre el oscilador. Este entonces obedece a la fuerza aplicada y sus oscilaciones tendrán la frecuencia de la fuerza externa, son *oscilaciones forzadas* en las cuales la amplitud no permanece constante, pero no tenderá a hacerse cero, fig. 14b

La amplitud de estas oscilaciones está muy ligada con la frecuencia externa o excitadora. Cuando éste se acerca a la frecuencia propia o natural del oscilador ($\omega_n = \sqrt{k/m}$), la amplitud del oscilador aumenta y si las fuerzas de rozamiento son pequeñas, la amplitud puede ser excesivamente grande cuando la frecuencia f de la fuerza externa es igual a la frecuencia propia, f_p (figura 1.15a). Si el rozamiento es grande, se obtiene una curva análoga pero el máximo es menor (figura 1.15b).

Este fenómeno de gran aumento de la amplitud cuando la fuerza externa aplicada es igual a la frecuencia propia del sistema se conoce con el nombre de resonancia, fenómeno de gran importancia en física, y

Resonancia: Cuando en una oscilación forzada, la frecuencia del agente externo se iguala a una de las frecuencias naturales de un cuerpo, se dice que el cuerpo entra en resonancia: produciéndose un aumento de amplitud en la oscilación original (del cuerpo).

Resonancia de una partícula i de frecuencia natural f_i con una frecuencia excitadora f



tanto en mecánica como en acústica, electricidad y óptica, desempeña un papel fundamental.

Ejemplo

Montemos toda una serie de péndulos simples de diferentes longitudes sobre una cuerda XX' (figura 1.16).

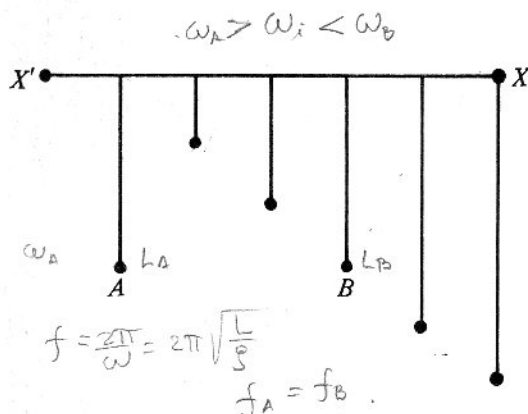


Figura 1.16

Hagamos oscilar el péndulo A . Este proporciona la fuerza externa periódica sobre los otros péndulos, y todos se mueven en oscilaciones forzadas.

Las amplitudes de las oscilaciones son pequeñas salvo para el péndulo B que tiene la misma longitud y por lo tanto la misma frecuencia que A y que oscila fuertemente: se dice que hay resonancia entre A y B , A es el excitador y B el resonador.

Los dos péndulos son *acoplados* por la cuerda XX' . Si esta cuerda es un elástico muy blando se dice que *el acople es suave*, el resonador oscilará muy poco; si la cuerda es una barra rígida asociada con péndulos rígidos se dice que *el acople es fuerte*, el resonador oscilará con la frecuencia de A . El estudio completo de los acoples es muy complicado.

Aplicaciones

*1.1A Resonancia en mecánica

(a) **Frecuencímetro.** Sobre el soporte de un giroscopio, se sueldan varias láminas de acero de longitudes diferentes y por lo tanto de frecuencias propias diferentes (figura 1.1A). Se hace girar el giroscopio. Su movimiento se frena por rozamiento y como la rueda nunca es perfectamente equilibrada, su eje comunica al soporte impulsos de frecuencias variables. Todas las láminas vibran en oscilaciones forzadas. Cuando la frecuencia del giroscopio llega a la frecuencia propia de una lámina, ésta vibra con una fuerte amplitud; entra en resonancia. Así se verán las láminas vibrar sucesivamente de la más corta a la más larga.

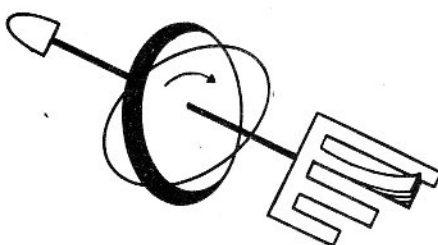


Figura 1.1A

Sobre este principio se basan los *frecuencímetros* industriales. Una corriente alterna recorre una serie de electroimanes situados delante de láminas vibrantes de frecuencias propias conocidas (figura 1.2A).

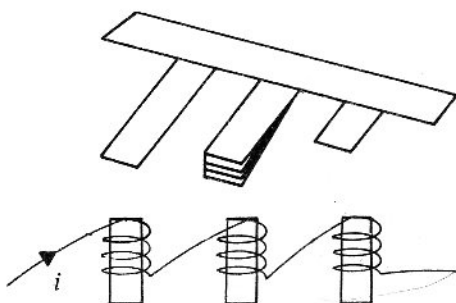


Figura 1.2A

Para una corriente dada, una de las láminas vibrará fuertemente, y esto nos indicará la frecuencia de la corriente.

(b) **Motores.** El soporte de un motor que gira, vibra en oscilaciones forzadas con amplitud muy pequeña. Pero si el soporte entra en resonancia se puede romper. En los autos viejos, algunas veces se nota que las latas entran en resonancia a cierta velocidad del motor; inmediatamente hay que cambiar de velocidad.

(c) **Puentes.** Los puentes deben construirse con frecuencias propias muy diferentes de las que puede producir el viento o los hombres. Citamos dos casos: en Francia, el 14 de abril de 1850, al paso de una tropa en formación, el puente de la Maine se rompió debido a la resonancia entre la frecuencia propia del puente y la del paso de los soldados. Desde este día, los soldados de cualquier parte del mundo, deben romper la formación al pasar sobre un puente.

En Estados Unidos, el 1.º de enero de 1940, sobre el puente del Estrecho de Tacoma, el viento produjo una fuerza periódica en resonancia con una frecuencia propia del puente. El puente se columpió hasta romperse.

*1.2A Resonancia en acústica

Si se golpea un diapason, otro diapason de igual frecuencia situado a alguna distancia se pondrá a vibrar. Un cantante puede hacer oír una nota de un piano, cantando delante de él la misma nota, o hacer vibrar un vaso de cristal hasta provocar la ruptura sin tocarlo.

Una vitrina puede vibrar cuando pasa un avión o un bus en la vecindad.

Si un diapason que vibra, toca una mesa, el sonido se amplifica; la mesa vibrará en oscilaciones forzadas. Pero si queremos mejorar esta amplificación, se adapta una caja de resonancia calculada de tal manera que haya resonancia entre las ondas de la caja y el diapason.

El violín, como el piano, son cajas de resonancia de acople fuerte que amplifica todos los sonidos de las cuerdas vibrantes en oscilaciones forzadas. Lo mismo se puede decir de los altavoces, teléfonos y del tímpano del oído.

En una orquesta, un violín ligeramente desafinado, tocará exacto, por las vibraciones forzadas impuestas por los otros violines.

*1.3A Resonancia en electricidad

Sintonizar una emisora es modificar la frecuencia de un circuito receptor, de tal manera que entre en resonancia con la frecuencia de las ondas captadas. En este momento, la corriente del circuito receptor es máxima y fácilmente se podrá amplificar.

*1.4A Resonancia en óptica

La luz de cierta frecuencia incidiendo sobre algunos átomos puede producir luz de la misma frecuencia. Es el principio de la emisión estimulada del efecto Láser (ver sección 8.6A).

Problemas

1.1 Sea el movimiento (distancia en cm y tiempo en seg)

$$x = 3 \cos 2t$$

Encontrar la amplitud, el período y la frecuencia del movimiento.

¿Cuáles son la velocidad y la aceleración máxima?
Resp. 3 cm, π seg, $1/\pi \text{ seg}^{-1}$, 6 cm/seg, 12 cm/seg²

1.2 La gráfica de la figura 1.1P representa el desplazamiento de un oscilador armónico en función del tiempo.

Encontrar la amplitud, el período, la frecuencia y la ecuación del movimiento. Resp. 3 cm, 2 seg, $1/2 \text{ seg}^{-1}$, $x = 3 \sin \pi t$.

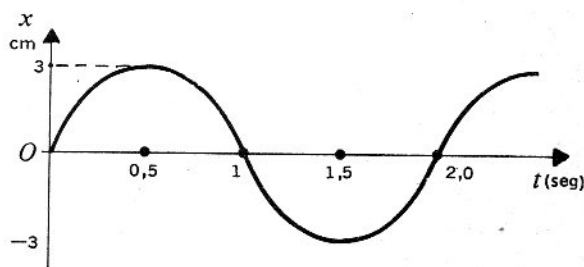


Figura 1.1P

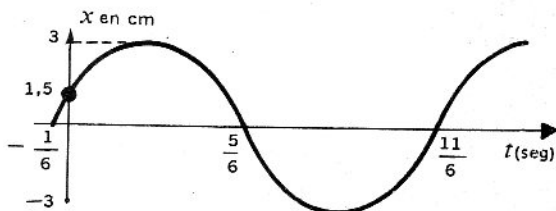


Figura 1.2P

1.3 La gráfica de la figura 1.2P representa el desplazamiento de un oscilador armónico en función del tiempo.

Encontrar la amplitud, el período y la frecuencia del movimiento. Si la ecuación del desplazamiento está dada como $x = A \sin(\omega t + \phi)$, ¿cuál es la fase inicial del movimiento?

Resp. 3 cm, 2 seg, $\frac{1}{2} \text{ seg}^{-1}$, $\phi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$.

1.4 Un oscilador armónico de amplitud 20 cm tiene una velocidad de 4 m/seg cuando pasa por su posición de equilibrio. ¿Cuál es el período y la aceleración máxima? Resp. $\pi/10 \text{ seg}$, 80 m/seg^2 .

1.5 El movimiento de un pistón es prácticamente armónico. Si su amplitud es 10 cm y su aceleración máxima es 40 cm/seg^2 , ¿cuáles son su período y su velocidad máxima? Resp. $\pi \text{ seg}$, 20 cm/seg .

1.6 El movimiento de la aguja de una máquina de coser es prácticamente armónico. Si su amplitud es 0,4 cm y su frecuencia 20 ciclos/seg, ¿con qué velocidad la aguja penetra las telas? Resp. $16\pi \text{ cm/seg}$.

1.7 Un cuerpo de masa 0,5 kg fijado a un resorte de constante 2 nt/m oscila con una energía de 0,25 julios. ¿Cuál es la amplitud y el período del movimiento, y su velocidad máxima? Resp. 0,5 m, $\pi \text{ seg}$, 1 m/seg .

1.8 Una rueda de eje horizontal fijo, gira a razón de 5 revoluciones por segundo. Tiene una manija a 40 cm del eje. Si se sabe que la luz del Sol incide verticalmente sobre la rueda, calcular la amplitud, la frecuencia, el período y la pulsación de la sombra de la manija sobre la Tierra. Resp. 40 cm, 5 seg^{-1} , $1/5 \text{ seg}$, $10\pi \text{ seg}^{-1}$.

1.9 Un cuerpo colgado de un resorte oscila con un período de $1/5$ de segundo. ¿Cuánto quedará acortado el resorte al quitar el cuerpo? Resp. 1 cm.

1.10 Mostrar que el período de un cuerpo colgado de

un resorte es: $T = 2\pi \sqrt{-\frac{x}{a}}$

siendo x el alargamiento del resorte.

1.11 Hallar la longitud de un péndulo simple cuyo período es 2 segundos. Resp. 1 m.

1.12 Un péndulo simple de 2,5 m oscila con una amplitud de 15 cm. Calcular: (a) el período; (b) la velocidad del péndulo en el punto más bajo; (c) la aceleración en los extremos de su trayectoria. Resp. $\pi \text{ seg}$, 30 cm/seg , 60 cm/seg^2 .

1.13 Un resorte se alarga 10 cm con un peso de 2 nt. ¿Cuál es la masa de un cuerpo si suspendido al resorte oscila con un período de 2 segundos? ($\pi^2 = 10$). Resp. 20 kg.

1.14 Sea un movimiento armónico simple; (a) ¿para qué elongación la energía es mitad cinética y mitad potencial? (b) ¿Cuándo la elongación es la mitad de la amplitud, qué fracción de la energía total es cinética y qué fracción es potencial?

Resp. $A/\sqrt{2}$ $3/4$ $1/4$.

*1.15 Sean los dos planos sin rozamiento de la figura 1.3P. Mostrar que si se suelta un cuerpo sin velocidad inicial de una altura h , el movimiento resultante es periódico pero no armónico y que el período es:

$$T = \frac{4}{\sin \theta} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(Mostrar que la fuerza que actúa sobre el cuerpo es constante. El período es 4 veces el tiempo de bajada).

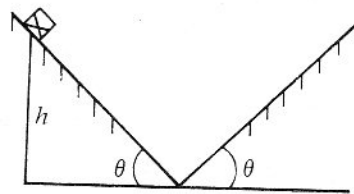


Figura 1.3P

*1.16 Sean los dos resortes de constantes k_1 y k_2 pero de misma longitud s en reposo. (figura 1.4P) y un cuerpo de masa m entre ellos. Mostrar que el pe-

ríodo de vibración es: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

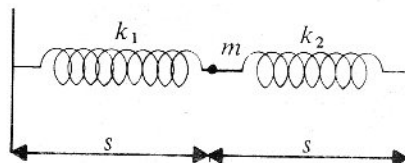


Figura 1.4P

*1.17 Sean dos cargas positivas fijas separadas una distancia $2s$ y una tercera carga positiva móvil de masa m situada en el centro.

Las cargas positivas se repelen con la ley de fuerza

$F = \frac{k}{r^2}$ siendo k una constante y r la distancia entre

las dos cargas. Mostrar que si la carga móvil se desplaza una pequeña distancia, el movimiento resultante es

armónico y de período $T = 2\pi \sqrt{\frac{ms^3}{4k}}$.

*1.18 Una partícula obedece simultáneamente a los dos

movimientos armónicos siguientes: $x = A \sin \omega t$
 $y = B \sin (\omega t + \phi)$.

¿Cuál es la ecuación de la trayectoria de la partícula?
 Mostrar que esta trayectoria se reduce a: una recta si $\phi = 0$, y a la ecuación

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

si $\phi = \pi/2$.

(Recordar que $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$).

*1.19 Mostrar que un movimiento de ecuación

$$x = A \cos (\omega t + \phi)$$

es equivalente a un movimiento de ecuación

$$x = B \cos \omega t + C \sin \omega t.$$

Encontrar los valores de B y C en función de A y ϕ .
 Inversamente si se conoce B y C encontrar los valores de A y ϕ . Resp. $A \cos \phi$, $-A \sin \phi$, $\sqrt{B^2 + C^2}$,
 $\tan \phi = -\frac{C}{B}$.

*1.20 Un cuerpo de masa 2 kg oscila con respecto a un punto O con un período de 2 seg. Si su centro de gravedad está situado a 0,3 m de O , ¿cuál es su momento de inercia con respecto a O ? ($g = 10 \text{ m/seg}^2$, $\pi^2 = 10$)
 Resp. $0,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

*1.21 Mostrar que la longitud L de un péndulo simple que tendría el mismo período que un péndulo físico es $L = \frac{I}{ms}$ siendo I el momento de inercia del péndulo físico con respecto al eje de oscilación, s la distancia de este eje al centro de gravedad y m su masa.

Vibraciones en los cristales

En las redes cristalinas de los sólidos, cada molécula y átomo es mantenido en su lugar por fuerzas electro-magnéticas que se simbolizan por el modelo mecánico de los resortes.

El movimiento propio de la molécula o del átomo es una oscilación alrededor de su posición de equilibrio. La energía de esta oscilación que comprende la energía cinética y la energía potencial es una medida de la temperatura (ver teoría cinética de los gases).

Si consideramos el movimiento como armónico, podemos deducir por lo tanto, a partir de la temperatura su amplitud y frecuencia y estas nos darán informaciones sobre la estructura del cristal.

Es interesante notar que la energía de las oscilaciones es cuantizada, o sea que toma valores múltiples de un

valor mínimo hf siendo h una constante llamada de Planck y f la frecuencia de la oscilación. Cuando vibra el átomo, si su energía aumenta o disminuye de hf , se dice que absorbió o creó una *partícula de energía llamada "fonón"*. La situación es análoga cuando un átomo absorbe o crea una *partícula de energía luminosa llamada "fotón"*.

En realidad, los cuerpos sólidos, los metales por ejemplo, no son hechos de grandes cristales homogéneos; son más bien constituidos de una gran cantidad de pequeños cristales desordenados y cada uno de ellos presenta generalmente irregularidades en su red. Debido a oscilaciones excesivas, los átomos pueden emigrar y ocupar puestos que no le corresponden. Estos defectos de los cristales modifican profundamente las propiedades mecánicas y eléctricas del sólido.

Unidad 2

Movimiento ondulatorio

DOS

Propagación y ecuación de una onda

Si deseamos enviar una señal de un punto A a otro punto B , podemos hacerlo en dos formas: la primera sería enviando *partículas* de A a B ; la segunda enviando *una onda*. Por ejemplo, si A y B son dos puntos en la orilla de un lago, podríamos enviar un barco o un avión de A hasta B ; pero también podemos golpear en A la superficie del agua o producir un sonido, emitiendo así una onda que se propaga en todas las direcciones y podrá ser recibida en B después de cierto tiempo. Estos son, entonces, los dos procedimientos que se pueden seguir para enviar una señal de A a B ; vemos que en el primer caso, barco o avión, *hay transporte de materia* de A hacia B , en cambio en el segundo caso (onda de agua o de aire) *no hay transporte de materia*, ninguna molécula de agua o de aire se desplaza de A hasta B .

ONDA: es la propagación de la ^{una} perturbación

2.1 Formación de una onda

Miremos más detenidamente el caso de las ondas en el ejemplo anterior. En A se desplazaron algunas moléculas de agua o de aire de sus posiciones normales que inmediatamente se pusieron a oscilar con respecto a sus posiciones de equilibrio. Debido a las propiedades elásticas del medio (agua o aire) estas oscilaciones se transmitieron de molécula en molécula con cierta *velocidad de propagación* hasta llegar a B , pero las moléculas no se mueven en conjunto, solamente oscilan cuando llega la onda, sea verticalmente (moléculas de agua) u horizontalmente (moléculas de aire) (figura 2.1). Las partículas que oscilan tienen energía cinética y potencial elástica, por lo tanto la onda transmitió este tipo de energía de molécula en molécula; por esto se dice que *una onda es un transporte de energía*.

Estas ondas que necesitan un soporte material para su propagación se denominan *ondas mecánicas*. Sin em-

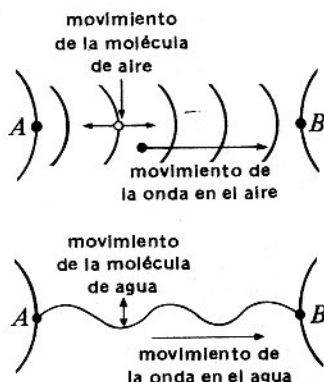


Figura 2.1

bargo, existen ondas que no necesitan ningún medio para su propagación, son las *ondas electromagnéticas*; la luz, las ondas de radio y televisión pueden viajar en el vacío. Estas ondas transportan otro tipo de energía, la energía eléctrica y la magnética.

2.2 Propagación de una onda mecánica

La propagación de una onda puede interpretarse haciendo uso del modelo de la cadena lineal. Esta cadena está compuesta de una serie de partículas de igual masa separadas de resortes también iguales (figura 2.2). Este modelo permite explicar el comportamiento de los cuerpos elásticos y por lo tanto, la propagación de las ondas mecánicas.

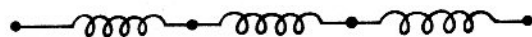


Figura 2.2

En la realidad estas partículas representan los átomos o moléculas y los resortes son las fuerzas electromagnéticas que los unen.

Una onda se inicia desplazando una o más partículas de su posición de equilibrio y podemos distinguir dos casos:

(a) Si el desplazamiento de la partícula inicial es perpendicular a la cadena (figura 2.3) las otras partículas oscilarán perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda; diremos que se tiene una onda transversal (es cuando la propagación de la perturbación es perpendicular al movimiento oscilatorio de las partículas del cuerpo (o soporte) en que la onda actúa).



Figura 2.3

Por ejemplo, si hacemos oscilar el extremo de una cuerda tensionada (figura 2.4) la onda avanza a lo largo de la cuerda, pero las moléculas de la cuerda vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda; lo mismo sucede con las ondas sobre la superficie del agua, o si golpeamos transversalmente una barra de acero en uno de sus extremos (figura 2.5).



Figura 2.4



Figura 2.5

(b) Si el desplazamiento de la partícula inicial es paralelo a la cadena (figura 2.6) sea acercándola o alejándola de la cadena vecina, las otras partículas oscilarán en la misma dirección en que viaja la onda; diremos que se tiene una onda longitudinal. Por ejemplo, si comprimimos con la mano algunas espiras de un resorte tensionado y luego las soltamos, estas espiras regresan a su posición de equilibrio pero las espiras vecinas se comprimen y así sucesivamente (figura 2.7), lo mismo sucede con las ondas sonoras, o si golpeamos longitudinalmente una barra de acero en uno de sus extremos (figura 2.8).

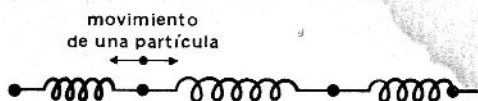


Figura 2.6

dola de la cadena vecina, las otras partículas oscilarán en la misma dirección en que viaja la onda; diremos que se tiene una onda longitudinal. Por ejemplo, si comprimimos con la mano algunas espiras de un resorte tensionado y luego las soltamos, estas espiras regresan a su posición de equilibrio pero las espiras vecinas se comprimen y así sucesivamente (figura 2.7), lo mismo sucede con las ondas sonoras, o si golpeamos longitudinalmente una barra de acero en uno de sus extremos (figura 2.8).



Figura 2.7

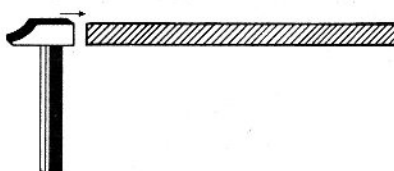


Figura 2.8

2.3 Frente de onda — rayos

Hasta ahora solamente se mencionó onda en una dimensión. También podemos tener ondas en dos o tres dimensiones.

Si en un punto de un medio homogéneo producimos una oscilación, ésta se propagará a partir del punto en

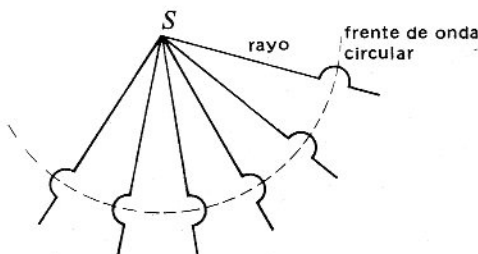


Figura 2.9

todas las direcciones. Por ejemplo, podemos representar este fenómeno atando varias cuerdas a un mismo punto S y tensionadas de la misma manera en todas las direcciones de un plano (figura 2.9).

Al instante $t = 0$ pulsamos en S perpendicular al plano. Este pulso se propaga según los rayos constituidos por las cuerdas y a un instante t el lugar de los puntos alcanzados por los pulsos son los frentes de onda, (aquí una circunferencia). \Rightarrow **Frente de onda es el conjunto de partículas o partícula que va hacia adelante perturbando el medio**. Las ondas circulares sobre el agua cuando se lanza una piedra son también frentes de onda y los rayos son los radios de los círculos.

Se pueden representar ondas en tres dimensiones, imaginando un pequeño balón de caucho S que se infla y desinfla periódicamente. Se produce una compresión; seguida de una dilatación de las capas de aire en contacto con el balón, y estos pulsos se propagan en todas las direcciones con la misma velocidad. Tenemos una **onda esférica** y los rayos son los radios de la esfera (figura 2.10).

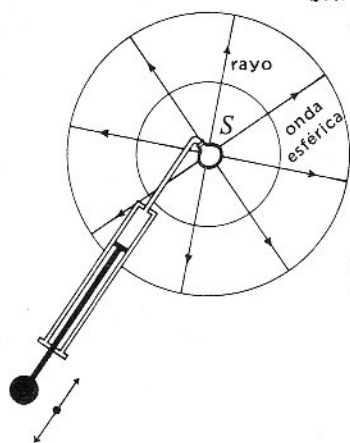


Figura 2.10

Onda Unidimensional: es cuando la propagación de la perturbación resulta en un solo sentido o dimensión longitudinal; ej: onda de una cuerda.

Onda dimensional: es cuando la propagación de la perturbación es en dos sentidos o dimensiones; ej: una piedra que cae en un estanque.

Onda Tridimensional: es cuando la propagación de la perturbación resulta en tres dimensiones o direcciones. ej: la explosión de una bomba, el crecimiento periódico volúmetrico de una célula, produce perturbaciones en el aire en las 3 dimensiones.

Un plano que vibra periódicamente producirá ondas planas y los rayos son las rectas perpendiculares a los planos (figura 2.11).

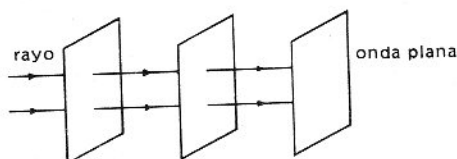


Figura 2.11

En resumen, un frente de onda es una superficie que pasa por todos los puntos del medio alcanzados por la onda al mismo tiempo, y los rayos son las rectas perpendiculares a los frentes de onda que corresponden a las direcciones de propagación de la onda.

2.4 Pulso y tren de ondas

Según el movimiento de las partículas iniciales que es producido por una fuente de onda o foco se puede definir:

(a) **Un pulso**, cuando damos al extremo de una cuerda fija un sólo movimiento lateral rápido (figura 2.12). Las partículas de la cuerda se mueven solamente cuando el pulso llega a ellas y regresa nuevamente al reposo. Lanzar una piedra en un lago es producir un pulso, circular en este caso.



Figura 2.12

Figura 2.12

(b) **Tren de ondas**, cuando movemos varias veces el extremo de la cuerda. Si nuestro movimiento es un movimiento armónico simple, el tren de onda resultante se llama **onda armónica simple** (que llamaremos frecuentemente **onda**) y cada partícula tendrá un movimiento armónico simple (figura 2.4).

Llamaremos **período** (T) al intervalo de tiempo necesario para que cuando una partícula que está en su posición máxima (**amplitud** A) regrese de nuevo a esta posición. Vimos en el capítulo anterior que T está relacionado con la **frecuencia angular** (ω) por medio de la relación $T = \frac{2\pi}{\omega}$ y con la **frecuencia** (f), número de períodos por segundo o hertz, por $T = 1/f$.

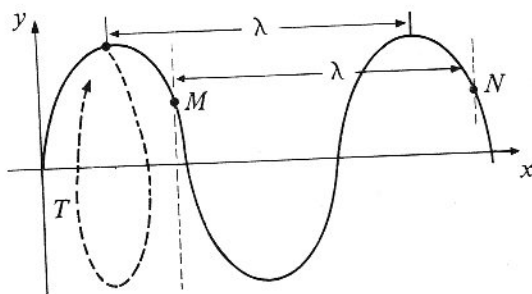


Figura 2.13

ie que
ps por
ectas
espon-
a.

que es
uede de-

cuerda
2.12).
te cuan-
l repo-
a pulso,

Mientras una partícula baja y sube con un tiempo de un período, el punto de máximo desplazamiento o "cresta" de la onda recorre una distancia llamada *longitud de onda* (λ) (figura 2.13) con *velocidad de propagación* (v) constante, o sea que tenemos:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

Evidentemente, la longitud de onda es también la distancia entre dos *vallas* o entre dos puntos sucesivos que estén en fase, o sea que tengan la misma elongación (y) y que se mueven en el mismo sentido, como por ejemplo los puntos M y N de la figura 2.13.

En resumen, recordemos:

$$T = 1/f = \frac{2\pi}{\omega}; \lambda = vT \Rightarrow v = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\partial y}{\partial x}}$$

2.5 Ecuación de una onda

Supongamos que se tiene una cuerda de longitud infinita. En $x = 0$, una fuente mueve la primera partícula de la cuerda con movimiento armónico simple de ecuación

$$y = A \cos \omega t$$

Las siguientes partículas de la cuerda se pondrán en movimiento cuando la onda producida por la primera partícula llegue a ellas con velocidad v . En este momento, las partículas tendrán un m.a.s. y la frecuencia de la primera partícula se comunicará a todas las partículas encadenadas a ella. Tomemos una partícula de la cuerda de abscisa x .

Después de un cierto tiempo x/v , la onda llega y la partícula vibrará y tendrá un movimiento armónico simple de ecuación

$$y = A \cos \omega t'$$

siendo t' el tiempo medido a partir de la llegada de la onda, tiempo relacionado con t (figura 2.14) por la relación

$$t' = t - \frac{x}{v}$$

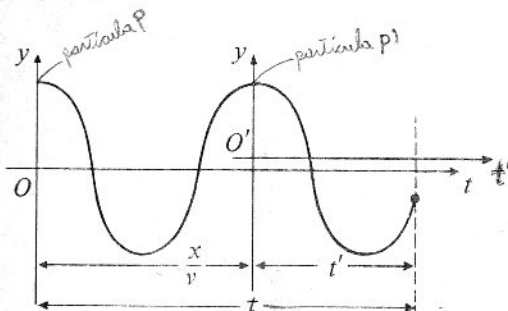


Figura 2.14

Finalmente la ecuación de la vibración de la partícula P con respecto al tiempo t es:

$$y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

Esta ecuación nos da la elongación de cualquier partícula de la cuerda a cualquier tiempo; diremos que es la *ecuación de la onda*.

Podemos escribir la ecuación de otra manera:

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{\omega x}{v} \right)$$

como $\lambda = vT = v \frac{2\pi}{\omega}$, o sea $\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$

tenemos

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

$$\text{ondas} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{ondas} = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Si definimos ahora un nuevo parámetro $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ que llamamos *número de onda angular* (rad/m) (número de ondas que contienen un ángulo de 2π radianes, semejantes a la frecuencia angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (rad/seg) número de períodos que contiene un ángulo de 2π radianes) tendremos una forma condensada de la ecuación de onda, o sea

$$y = A \cos (\omega t - kx)$$

Discusión

Notemos que:

La ecuación $y = A \cos (kx - \omega t)$ es igual a la anterior y por lo tanto es también una onda que se propaga en el sentido positivo del eje x .

No podemos representar esta ecuación en un diagrama plano porque tenemos tres variables: y , x y t .

Para un valor fijo de t (por ejemplo $t = 0$) la ecuación nos da y en función de x . Esta curva sinusoidal representa la forma de la cuerda (o de la superficie del agua) a un momento dado. Es como si se tomara una *fotografía de la cuerda al instante t* (figura 2.15).

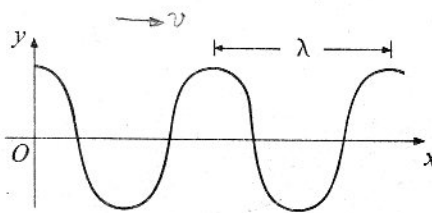


Figura 2.15

Para un valor fijo de x , o sea un punto dado de la cuerda (por ejemplo $x = 0$) la ecuación nos da y en función de t . Es un movimiento armónico simple lo que llamamos *vibración u oscilación* de una partícula (figura 2.16).

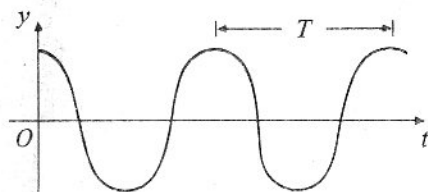


Figura 2.16

Si la onda viaja hacia la izquierda, encontraríamos (figura 2.17)

$t' = t + \frac{x}{v}$ y la ecuación de la onda sería
 $y = A \cos(\omega t + kx)$

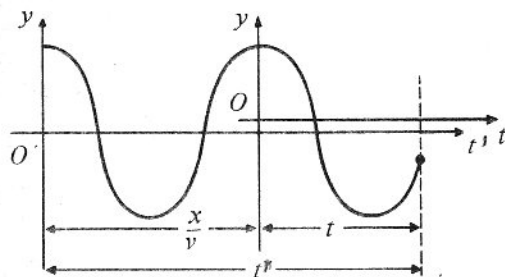


Figura 2.17

En nuestro análisis se ha supuesto que en $t = 0$ y $x = 0$, la elongación correspondiente es máxima. Pero en el caso más general esto no tiene que ser así; puede haber una fase inicial y la expresión más general para un onda sinusoidal que viaja hacia los x positivos es:

$$y = A \cos(\omega t - kx + \phi)$$

ω se considera siempre como positivo
 $k = (+)$ si v derecho
 $k = (-)$ si v izquierda

Si la vibración inicial en un punto no es sinusoidal, pero tiene como ecuación $y = f(t)$ la ecuación de la onda producida que se dirige hacia los x positivos será evidentemente:

$$y = f\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

En conclusión, la ecuación de una onda transversal o longitudinal nos permite deducir de qué lado viaja la onda, y cuáles son su amplitud, su frecuencia, su período, su longitud de onda y su velocidad de propagación, o sea toda la información acerca del fenómeno

Ejemplo

Sea la ecuación de onda

$$y = 3 \cos \pi(0,5t - x)$$

(las distancias en cm y los tiempos en seg)

La amplitud es $A = 3$ cm

La frecuencia angular es $\omega = 0,5\pi$ rad/seg

El número de onda es $k = \pi$ rad/cm

El período es $T = \frac{2\pi}{\omega} = 4$ seg

La frecuencia es $f = 1/T = 0,25$ 1/seg ó hz

La longitud de onda es $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2$ cm

La velocidad de propagación es $v = \frac{\lambda}{T} = 0,5$ cm/seg

La onda se desplaza hacia los x positivos debido al signo negativo delante de x .

2.6 Velocidad de las ondas transversales

Ahora vamos a calcular la velocidad de propagación de una onda a partir de las propiedades del medio.

Consideremos un pulso en forma de arco desplazándose con velocidad v hacia la derecha sobre una cuerda. Es conveniente, ahora, suponer que la cuerda se mueve en dirección contraria al pulso con la misma rapidez v . Este hecho no afecta la velocidad de propagación del pulso con respecto a la cuerda. El pulso quedará quieto en el espacio, y la cuerda cuando llega al pulso se moverá en un arco de círculo fijo y así podemos utilizar las ecuaciones del movimiento circular uniforme.

Consideremos un pequeño segmento de cuerda de longitud Δl que forma un arco de radio r (figura 2.18), y que se mueve con rapidez v . Si μ es la masa por unidad de longitud de la cuerda, lo que se llama la *densidad lineal*, entonces $\mu \Delta l$ es la masa de este elemento. A cada extremo de este elemento actúa la tensión T .

Las componentes horizontales del pulso se anulan mientras que las dos componentes *verticales* se suman, o sea $2T \sin \theta$ ó $2T \theta$, siendo θ muy pequeño. Finalmente por la segunda ley de Newton, tenemos:

$\frac{\partial y}{\partial x} = \text{pendiente}$

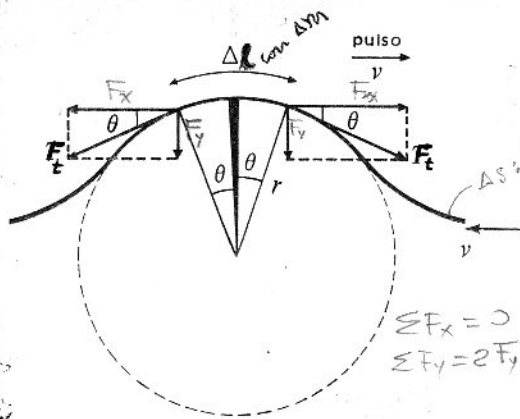


Figura 2.18

$$2F_y = m a_c = 2F \sin \theta$$

Como:

$$2F \sin \theta \approx 2F \tan \theta \approx 2F \theta$$

$$2F \theta = m \cdot a_c = \mu \Delta l \frac{v^2}{r} \quad \text{donde } \mu = \frac{\Delta m}{\Delta l} \text{ : densidad lineal}$$

($a = \frac{v^2}{r}$ por ser una aceleración centrípeta). Como

$$\theta = \frac{\Delta l/2}{r}, \text{ tenemos}$$

$$2F \frac{\Delta l}{2r} = \mu \Delta l \frac{v^2}{r}$$

en ondas transversales:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

densidad lineal: $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta l} = \rho \Delta S$

momentum lineal & cantidad de mov.: $p = m v = \mu \Delta l v$

Impulso: $\Delta p = F \frac{\Delta t}{v} = p$

v estará dado en m/seg si T viene en nt y μ en kg/m.

Se nota que para ondas periódicas u ondas más complejas la velocidad de la onda es la misma, ya que el resultado final es independiente de la longitud de onda, de la frecuencia y de r y solo depende de la densidad lineal y de la tensión a la cual está sometida.

*2.7 Velocidad de las ondas longitudinales

En un tubo de sección A y de presión p , un aumento de presión Δp mueve un pistón con velocidad u ; y este transmite esta velocidad a las moléculas del fluido más próximas a él. Estas a su vez, por choques perfectamente elásticos transmiten su velocidad a las otras moléculas y así sucesivamente. Después de un tiempo Δt , solamente las moléculas a la izquierda del plano XY se han movido, mientras que las de la derecha, están todavía en reposo; el plano XY que separa la parte móvil de la fija, se mueve hacia la derecha con la velocidad de propagación de onda v (figura 2.19). El volumen inicial $V_0 = A v \Delta t$ ha disminuido $\Delta V = A u \Delta t$.

Aplicamos la segunda ley de Newton sobre el conjunto de las moléculas en movimiento

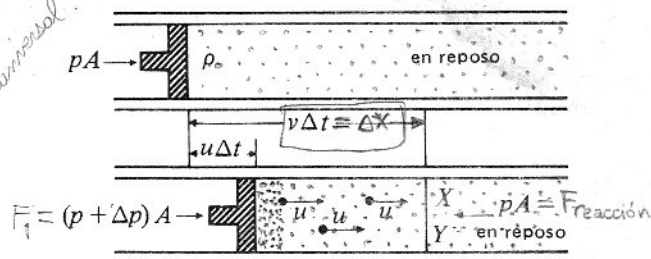


Figura 2.19

$$F = m \cdot a = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

en la cual $F = F_1 - F_{\text{reac}}$

$$F = (p + \Delta p) A - p A = \Delta p A \Rightarrow \Delta p A = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$m = \rho_0 v \Delta t A$, siendo ρ_0 la densidad inicial del fluido $\Delta v =$ velocidad final de las moléculas (aquí u) menos la velocidad inicial de las moléculas (aquí 0), por lo tanto, $\Delta v = u$.

En resumen, tenemos

$$\Delta p A = \rho v \Delta t A \frac{u}{\Delta t} = \rho v A u$$

Para simplificar esta expresión es útil introducir el módulo de compresibilidad que se define como

$$B = \frac{\text{variación de presión}}{\text{disminución unitaria de vol.}} = \frac{\Delta p}{\delta_v} \quad \delta_v = \frac{\Delta V}{V_0}$$

$$= \frac{\Delta p}{\Delta V/V_0} = \frac{\Delta p}{A u \Delta t / A v \Delta t}$$

o sea

$$\Delta p = B \frac{u}{v}$$

y reemplazando en la ecuación anterior, tenemos:

$$B \frac{u}{v} = \rho v u$$

o sea

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}$$

de una onda longitudinal de un fluido

B : es el módulo elástico de compresibilidad o de volumen

ρ : densidad inicial del fluido

Por un razonamiento análogo se puede demostrar que la velocidad de propagación de una onda longitudinal en una barra está dada por:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}}$$

de una onda longitudinal de una barra sólida

siendo Y el módulo de Young que se define como

$$Y = \frac{\text{fuerza unitaria}}{\text{variación unitaria de longitud}}$$

$$= \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

Cuanto mayor sea B (mayor rigidez) y cuanto menor ρ (menor densidad) mayor será la velocidad de propagación de una onda:

340 m/seg en el aire, 1500 m/seg en el agua y 5200 m/seg en el acero.

*2.8 Trasmisión de energía

Vimos que una onda es un transporte de energía, porque pone en movimiento materia que estaba previamente en reposo.

Cada partícula de masa m , velocidad v , constante elástica k que vibra con un movimiento armónico simple tiene una energía E , cinética y potencial elástica cuya suma es constante y vale (ver sección 1.6):

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k y^2 = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \quad \text{de la ley de Hooke}$$

$$E = \frac{1}{2} K A^2 \quad K = m(2\pi f)^2$$

y como $v_{\text{max}} = \omega A = 2\pi f A$, deducimos que:

$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2 \quad m = \rho \Delta S \Delta x$$

En un tiempo Δt , la fuente que produce la onda (plana por ejemplo) comunica a un volumen ΔV del medio, de longitud Δx en la dirección de propagación de la onda, de sección ΔS en la dirección perpendicular y de masa $m = \rho \Delta S \Delta x$ (ρ densidad del medio) una energía

$$E = 2\pi^2 \rho \Delta S \Delta x f^2 A^2$$

Llamaremos *intensidad de la onda* al flujo de energía que atraviesa una sección unitaria en el tiempo unitario, o sea que:

$$I_i = \frac{E}{\Delta S \Delta t_i} = 2\pi^2 \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} f^2 A^2 \quad \text{Energía de transmisión (E')} \\ \text{energía por unidad de volumen} \quad E' = \frac{E}{V} = \frac{1}{2} \rho (2\pi f)^2 A^2$$

pero $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ es la velocidad de propagación de la onda, por lo tanto

$$I = 2\pi^2 \rho v f^2 A^2 \quad (\text{w/m}^2) \quad \bar{I} = v E' = \frac{\bar{P}}{\Delta S}$$

Notamos que la *intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud*.

¿Cuál sería la expresión de la intensidad en el caso de una onda en una cuerda?

Aplicaciones

A continuación, queremos mostrar cómo se pueden efectuar la observación, la grabación y la reproducción de las ondas de la manera más simple posible.

2.1 A Observación de las ondas — estroboscopia

La observación visual no permite apreciar las deformaciones progresivas de un cuerpo que vibra, porque generalmente los desplazamientos son muy rápidos. Podremos observar fácilmente las vibraciones y las ondas, si nos valemos de un *estroboscopio*, que consiste simplemente en un disco con ranuras igualmente separadas, distribuidas a lo largo de su periferia.

Consideremos el disco con una sola ranura y miremos a través de ella el plato de un tocadiscos marcado con una flecha (figura 2.1 A) que gira f vueltas por segundo. Hagamos girar el estroboscopio con la frecuencia f' .

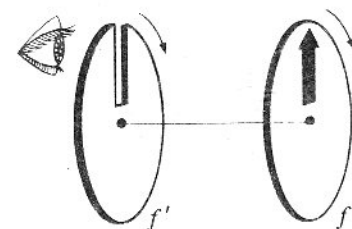


Figura 2.1 A

(a) Si $f = f'$, cada vez que podamos ver a través de la ranura, la flecha del plato se hallará en la misma posición: la flecha parecerá quieta.

(b) Si $f = n f'$, siendo n un entero, el plato hace un número entero de vueltas entre cada vislumbre: la flecha siempre se verá en la misma posición.

(c) Si $f' = n f$, siendo n un entero, el plato gira más lento que el estroboscopio y la flecha se verá 2, 3, 4, ... veces durante una vuelta del plato siempre en las mismas posiciones. Se verá por lo tanto 2, 3, 4, ... flechas aparentemente inmóviles.

(d) Si f' es un poco inferior a f , el plato gira un poco más rápido. Entre dos vislumbres, el plato gira una vuelta y un poco más, por lo tanto, la flecha parece avanzar en el sentido real de su rotación.

(e) Si f' es un poco superior a f , la flecha parecerá girar en el sentido contrario. Si las frecuencias son su-

ondas longitudinales $\bar{P} = \bar{P} = \Delta S_i \bar{I}_i$

ondas esféricas $\bar{P}_i = \bar{P} = 4\pi r_i^2 \bar{I}_i \quad \Delta S_i = 4\pi r_i^2$

periores a 10, la flecha parecerá animada de un movimiento *continuo* de rotación debido a la *persistencia de las impresiones luminosas en la retina*. Es a causa de esta persistencia que el cine es posible.

¿Qué pasa cuando el estroboscopio tiene n ranuras? Los estroboscopios industriales consisten en un tubo de neón iluminado periódicamente y con el cual se observan los cuerpos en movimiento sin ninguna otra iluminación. Se aplica al estudio de motores, hélices de avión, cuerdas vibrantes, resortes, agujas de máquina de coser, ...

2.2A Grabación y reproducción de las ondas

Las grabaciones de las ondas, especialmente del sonido, se hacen industrialmente para la fabricación de los discos. En principio, el sonido es producido en A y se propaga hacia la lámina B que se pone a vibrar (figura 2.2A). Esta, por un juego de palancas, trasmite su movimiento a una aguja C que descansa sobre un disco de materia plástica, que gira con movimiento uniforme.

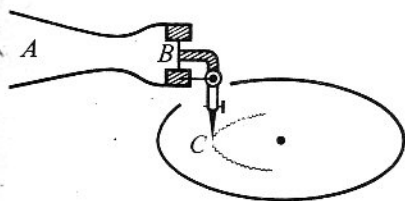


Figura 2.2A

Cuando la lámina no vibra, la aguja describe un círculo, pero cuando vibra la aguja traza pequeñas sinusoidales de cada lado del círculo. En realidad, se hace mover la aguja horizontalmente, para que la aguja describa en reposo una espiral.

El primer disco está hecho de material blando. El segundo es un molde de material duro y sirve para prensar todos los otros discos que se van a fabricar.

El aparato reproductor del sonido es análogo al anterior. La aguja sigue exactamente las sinusoidales de la espiral y pone a vibrar la lámina B y ésta, la columna de aire y así el sonido es reproducido.

Evidentemente, la grabación y la reproducción del sonido han tenido progresos considerables con las aplicaciones del electromagnetismo: citamos la *grabadora* y el *cine sonoro*.

Problemas

2.1 Un estudiante golpea el agua de una cubeta 4 veces por segundo y nota que la onda producida recorre 60 cm en 5 segundos. ¿Cuál es la longitud de onda del fenómeno? *Resp.* 3 cm.

2.2 Un diapason hace vibrar el aire de un tubo sonoro en donde las ondas sonoras viajan a la velocidad de 340 m/seg. Si la longitud de onda es de 20 cm, ¿cuál es la frecuencia del diapason? *Resp.* 1700 hz.

2.3 Mostrar que la ecuación de onda puede escribirse como:

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right); \quad y = A \cos k(x - vt).$$

2.4 La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es:

$$y = 4 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.1} - \frac{x}{20} \right)$$

(las distancias en cm y los tiempos en seg)

¿Cuáles son la amplitud, el período, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación?

Resp. 4 cm, 0.1 seg, 10 hz, 20 cm, 200 cm/seg.

2.5 La ecuación de onda transversal en una cuerda es:

$$y = 5 \cos (6t - 3x)$$

(Las distancias en cm y los tiempos en seg)

Calcular la velocidad de propagación de las ondas, la velocidad y la aceleración de una partícula de la cuerda. *Resp.* 2 cm/seg, 30 cm/seg, 180 cm/seg².

2.6 Escribir la ecuación de una onda que avanza en el sentido positivo de las x y que tiene por amplitud 3 cm, por frecuencia angular 4 rad/seg y por número de onda angular 5 rad/cm. *Resp.* $y = 3 \sin (5x - 4t)$.

2.7 Escribir la ecuación de una onda que avanza en el sentido positivo de las x y que tiene por amplitud 3 cm, por frecuencia 10 hz y una velocidad de 5 m/seg. *Resp.* $y = 3 \sin 2\pi (10t - 2x)$.

2.8 ¿Cuál es la velocidad de las ondas transversales en una cuerda de 2 m de longitud y 100 gramos de masa sometido a una tensión de 80 nt? *Resp.* 40 m/seg.

2.9 Una cuerda de 20 metros de longitud y 1000 gramos de masa tiene un extremo fijo y el otro pasa por una polea y sostiene un cuerpo de masa 8 kg. ¿Cuánto tiempo gasta un pulso para recorrer toda la cuerda? *Resp.* 0.5 seg.

2.10 Una cuerda de longitud L y masa m cuelga libremente del techo. Demostrar que la velocidad de una onda transversal en un punto es $v = \sqrt{gs}$ siendo s la distancia del punto al extremo libre. Notar que la velocidad de la onda no es constante.

(La tensión en el punto se debe al peso de la cuerda situado debajo del punto.)

2.11 ¿Cuál es la masa de una cuerda de 10 m de longitud cuando sometida a una tensión de 80 nt la velocidad de las ondas transversales es 20 m/seg?

Resp. 2 kg.

2.12 La velocidad de las ondas transversales en una cuerda de violín de longitud 0.5 m y de masa 50 g es 30 m/seg. ¿Cuál es la fuerza total que las 4 cuerdas ejercen sobre los extremos de un violín? Resp. 360 nt.

***2.13** ¿Cuál debe ser la tensión en un alambre de sección 1 mm^2 cuyo módulo de Young es 20.000 kg/mm^2 con objeto de que la velocidad de las ondas longitudinales sea igual a 10 veces la velocidad de las ondas transversales? Resp. 200 kg.

***2.14** Se considera un resorte que cuelga libremente del techo. Se suspende de él una masa de 1 kg y se

observa que el resorte se alarga 2,5 cm. Luego se conecta el resorte a una cuerda horizontal cuya densidad de masa lineal es 10^{-2} kg/m y tensión 1 nt. Finalmente se pone a oscilar la masa con una amplitud de 5 cm. ¿Cuál es la ecuación de las ondas que viajan sobre la cuerda? Resp. $y = 0,05 \sin(20t - 2x)$ (distancia en m, tiempo en seg).

***2.15** Una fuente puntual irradia en todas las direcciones $0,4\pi$ vatios (w) de energía acústica. Encontrar la intensidad de las ondas en un punto situado a 10 m. Resp. 10^{-3} w/m^2 .

***2.16** Una fuente lineal irradia (ondas cilíndricas) en todas las direcciones $0,4\pi$ vatios por metro de longitud de energía acústica. Encontrar la intensidad de las ondas en un punto situado a 10 m. Resp. $2 \cdot 10^{-2} \text{ w/m}^2$.

***2.17** La intensidad de un sonido fuerte es del orden de 0.8 w/m^2 . ¿Cuál es la amplitud de las moléculas de aire correspondientes? Hacer un cálculo aproximado para un sonido de frecuencia 1000 hz, tomando como densidad del aire $1,2 \text{ kg/m}^3$ y por velocidad de propagación 340 m/seg. Conclusiones. Resp. 0,01 mm.

Ondas sísmicas

El estudio de las ondas sísmicas es una ilustración de los diferentes tipos de ondas que hemos analizado.

Cualquier sismo que se produce sobre la Tierra es anunciado en un punto de la superficie terrestre por la llegada de tres trenes de onda particularmente característicos que se denominan fases:

1. Primera fase La amplitud y el período de la onda son pequeños. Esta *primera onda preliminar (P)* es una onda longitudinal y se propaga en el interior de la Tierra (figura 1).

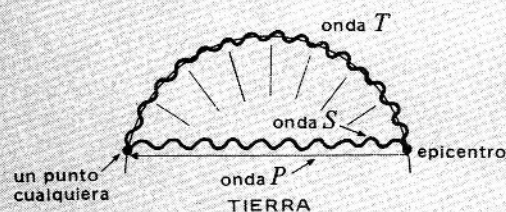


Figura 1

2. Segunda fase Minutos después sin que haya cesado por completo la llegada de las ondas P, viene un tren

de onda de gran amplitud; son las *segundas ondas preliminares (S)*. Se propagan en el interior de la Tierra y se supone que son ondas transversales.

3. Tercera fase Más tarde se registran ondas de gran período y constituyen la fase principal del sismo; son las *terceras ondas u ondas de Love (T)*. Estas ondas transversales se propagan a la superficie de la Tierra como las ondas producidas sobre la superficie del agua. Por el tiempo transcurrido entre cada tren de onda, (figura 2), se puede situar el epicentro del sismo.

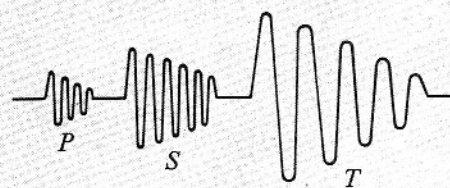
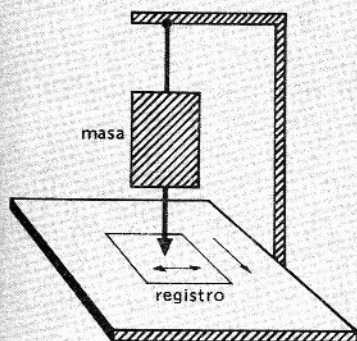


Figura 2

La observación directa de las ondas sísmicas, forzosamente subjetiva e incompleta, es sustituida por las medidas de los *sismógrafos*. Estos, en forma continua,

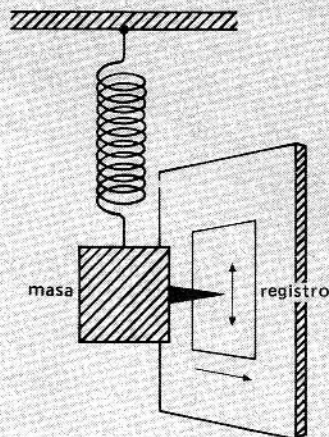
registran las ondas ampliándolas. Consisten, básicamente en una masa muy grande cuya inercia les impide prácticamente moverse. La figura 3 nos muestra un sismógrafo horizontal y la figura 4 un sismógrafo

vertical; de la medición de las dos componentes, horizontal y vertical, se podrá deducir la amplitud de la onda sísmica.



sismógrafo horizontal

Figura 3



sismógrafo vertical

Figura 4

TRES

Superposición de ondas-cuerdas y tubos sonoros

Frecuentemente se debe estudiar una onda que resulta de la superposición de dos ondas. Estas pueden tener amplitudes, frecuencias y fases diferentes. En este capítulo estudiaremos solamente tres casos particulares muy frecuentes en la vida práctica.

3.1 Principio de superposición

Si dos o más trenes de ondas se cruzan en un punto determinado, la experiencia muestra que cada tren de onda actúa como si estuviera sólo y que su elongación en este punto no es perturbada por la otra elongación, en consecuencia la elongación resultante Y es la suma vectorial de las elongaciones individuales y y y' . Como estudiaremos solamente elongaciones en la misma dirección, o sea paralelas, nuestra suma será una suma algebraica, o sea que tendremos;

$$Y = y + y'$$

Es bueno recordar la igualdad trigonométrica que usaremos frecuentemente

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{(a+b)}{2} \cos \frac{(a-b)}{2}$$

3.2 Ondas estacionarias

Anteriormente se estudió una onda progresiva en una cuerda de longitud infinita. Cuando el medio es de extensión finita, la onda se refleja con la misma amplitud y la misma frecuencia y la onda resultante es la suma de las ondas incidentes y reflejadas según el principio de superposición.

3.2.1 Método geométrico Construimos las dos curvas que representan, a un momento dado, la forma de la cuerda para los dos movimientos (dos sinusoidales de igual amplitud que se desplazan en sentido contrario con la misma velocidad) y también la resultante de los dos movimientos. A un momento dado las dos curvas coinciden (figura 3.1); la resultante es la curva gruesa y se ve inmediatamente que hay puntos de amplitud cero, llamados *nodos*, separados $\lambda/2$ y puntos de amplitud máxima (amplitud doble de una de las sinusoidales), llamados *vientres*, también separados $\lambda/2$.

plitud doble de una de las sinusoidales), llamados *vientres*, también separados $\lambda/2$.



Figura 3.1

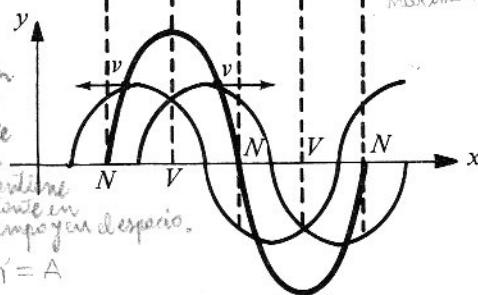


Figura 3.2

Repetimos la construcción a un tiempo t más tarde. Los dos sinusoidales se han desplazado cantidades iguales en sentidos opuestos (figura 3.2) y resulta de la simetría que en los nodos siempre las elongaciones son iguales pero opuestas mientras que en los vientres, las elongaciones son siempre iguales pero de mismo sentido, cualquiera que sea el tiempo t .

En resumen:

Si dibujamos la resultante de los dos movimientos en un mismo gráfico a diferentes tiempos, se obtiene la figura 3.3. Generalmente, la cuerda vibra tan rápidamente que el ojo solo percibe una figura en forma de husos separados por puntos que no vibran, los nodos.

Se dice que 2 ondas están en fase cuando $\phi_1 = \phi_2 + 2n\pi \Rightarrow \phi_1 = \phi_2$ ya que $\sin(\phi_2 + 2n\pi) = \sin \phi_2$
 2 ondas están desfasadas cuando $\phi_1 = \phi_2 + n\pi$ $n: 0, 1, 2, 3, \text{etc.}$
 $\Rightarrow \phi_1 = -\phi_2$ ya que $\sin(\phi_2 + n\pi) = \sin(-\phi_2)$

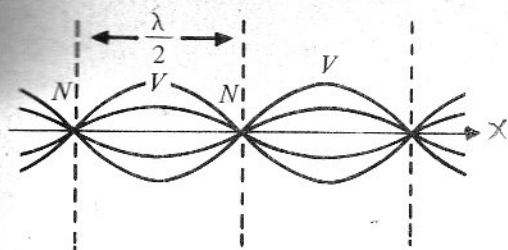


Figura 3.3

En una onda progresiva la sinusoidal se desplaza; aquí la sinusoidal se deforma sin desplazarse, la energía no puede fluir más allá de los nodos puesto que permanecen en reposo. Por lo tanto, la energía es estacionaria o sea que en cada punto se reparte alternativamente en energía cinética y potencial elástica.

Este tipo de movimiento se denomina *ondas estacionarias*.

3.2.2 Método analítico Podemos representar la onda incidente por la ecuación

$$y_A = A \sin(\omega t - kx + \phi)$$

y la onda reflejada por y_B será

$$y_B = A \sin(\omega t + kx + \phi)$$

La onda resultante será:

$$y_r = y_A + y_B = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx)$$

y según la relación trigonométrica de la sección 3.1,

$$y_r = 2A \sin \omega t \cos kx = 1A_r \cos kx$$

Esta ecuación de una **onda estacionaria** nos muestra que cada punto de la cuerda vibra armónicamente como en una onda progresiva pero que su amplitud depende de x y vale $2A \cos kx$. Esta **elongación máxima** cuando $\cos kx = \pm 1$, o sea

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

o sea, ya que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, cuando

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda, \dots$$

Estos puntos son los **vientres** y están separados $\lambda/2$ (figura 3.3).

La **elongación** tiene un valor mínimo 0, cuando $\cos kx = 0$, o sea

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

o sea

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$$

generalizando decimos que para valores de $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$, y_r será mínimo = 0 donde $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Estos puntos son los **nodos** y también están separados $\lambda/2$.

La separación entre un nodo y un vientre adyacente es $\lambda/4$.

3.3 Pulsaciones

Consideremos ahora la superposición de dos vibraciones de frecuencias ligeramente diferentes, que avanzan en la misma dirección y de igual amplitud.

3.3.1 Método geométrico Admitamos que dos partículas vibrando con frecuencias diferentes estén en su máximo a un momento dado. Mientras el tiempo avanza, una partícula se adelanta a la otra y una nueva coincidencia de los máximos tendrá lugar después de un tiempo T cuando la primera partícula ha efectuado una oscilación más que la otra.

Podemos escribir que la primera partícula que hace f oscilaciones por segundo, ha hecho fT oscilaciones mientras que la otra ha hecho $f'T$ oscilaciones, inferior una unidad al dato anterior. En resumen, se tiene:

$$fT - f'T = 1$$

o sea

$$T = \frac{1}{f - f'}$$

si llamamos $F = \frac{1}{T}$ frecuencia de las coincidencias de los máximos o **pulsaciones**, se tendrá:

$$F = f - f'$$

3.3.2 Método analítico En un punto del espacio, por ejemplo $x = 0$, dos ondas de frecuencia f y f' tienen por ecuaciones:

$$y = A \sin \omega t = A \sin 2\pi ft + \phi$$

$$y' = A \sin \omega' t = A \sin 2\pi f' t + \phi'$$

La elongación resultante es, según la relación trigonométrica de la sección 3.1,

$$Y = y + y' = 2A \cos \frac{(\omega - \omega')t}{2} \sin \frac{(\omega + \omega')t}{2}$$

$$Y = [2A \cos 2\pi \frac{(f - f')t}{2}] \sin \left(2\pi \frac{(f + f')t}{2} + (\phi + \phi') \right)$$

Se puede considerar que la vibración resultante tiene la frecuencia $\frac{f+f'}{2}$ o sea la frecuencia media de las dos ondas y que su amplitud está dada por la expresión entre corchetes; amplitud que varía con el tiempo con una frecuencia $\frac{f-f'}{2}$. Como f y f' son casi iguales, la frecuencia $\frac{f-f'}{2}$ es muy pequeña y la amplitud varía muy lentamente, se dice que es una amplitud modulada.

(La onda de modulación es la curva punteada de la figura 3.4, de frecuencia $\frac{f-f'}{2}$).

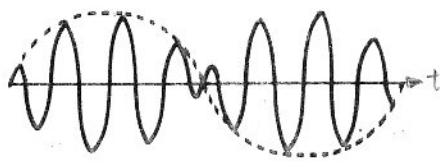


Figura 3.4

Cuando la amplitud es máxima diremos que se tiene una pulsación. Como tenemos dos pulsaciones por un período de la onda de modulación, la frecuencia F de las pulsaciones es dos veces la frecuencia $\frac{f-f'}{2}$ o sea

$$F = f - f'$$

3.4 Interferencia Es la superposición de 2 ondas que viajan en el mismo sentido y tienen igual longitud de onda.

La interferencia en el espacio se refiere a la superposición de dos ondas de iguales frecuencias y amplitudes que avanzan en la misma dirección con la misma velocidad. Proviene de dos fuentes puntuales distintas y cada una de ellas recorre distancias diferentes. Admitiremos que las fuentes producen los máximos y mínimos de las ondas al mismo tiempo, o sea que están en fase. ($\phi = \phi'$)

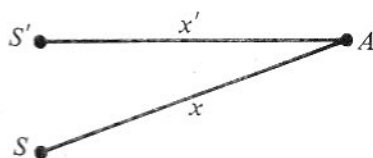


Figura 3.5

Consideraremos un punto A situado a la distancia x de la fuente S , y a una distancia x' de la fuente S' (figura 3.5).

3.4.1 Método geométrico Representemos las dos ondas de igual amplitud A y frecuencia f a un momento dado recorriendo la misma distancia (figura 3.6). La suma de las elongaciones $Y = y + y'$ en la figura muestra que se obtiene una onda sinusoidal de la misma frecuencia f pero de amplitud $2A$.

Se nota también que se obtiene el mismo resultado (figura 3.7) si las dos ondas tienen entre sí una dife-

1 eq: cuando $A = A'$ y $\phi = \phi' = 0$

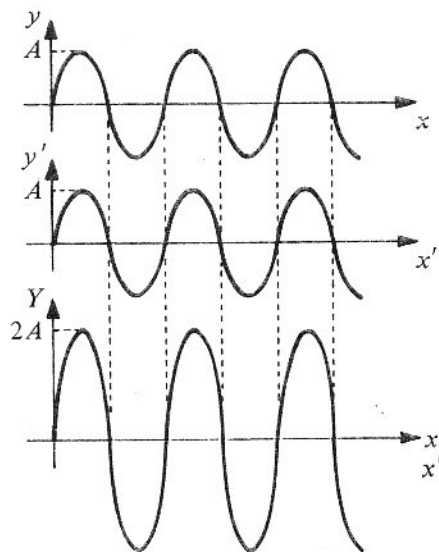


Figura 3.6

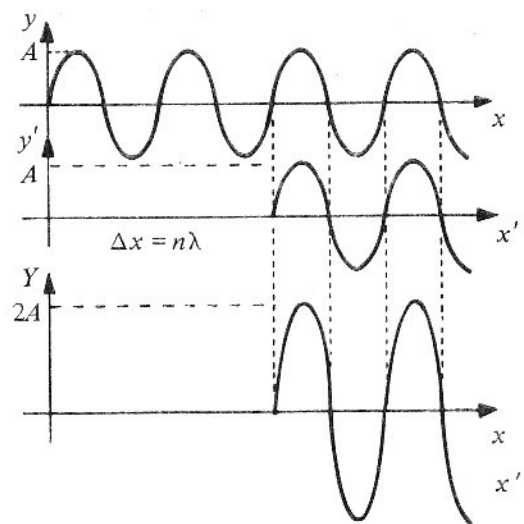


Figura 3.7

cia x de
(figura

rencia de camino Δx igual a un número entero de longitud de onda λ , o sea

$\Delta x = x - x' = n\lambda \Rightarrow$ *se obtiene un máximo de interferencia*
($n = 0, 1, 2, \dots$)

Diremos que las dos ondas llegan en fase a un punto y se produce una interferencia constructiva cuando la diferencia de camino es un número entero de longitud de onda.

Si las dos ondas tienen entre sí una diferencia de camino $\lambda/2$ (figura 3.8) la suma de las elongaciones es

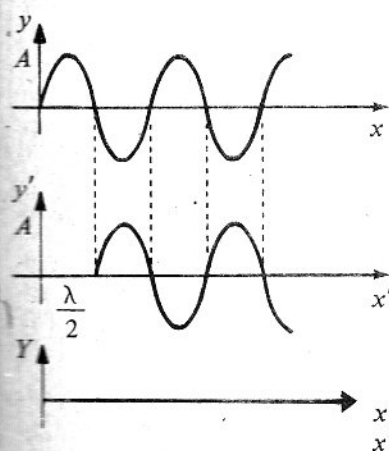


Figura 3.8

siempre cero. Se obtiene el mismo resultado si la diferencia de camino es un número impar de $\lambda/2$ (figura 3.9), lo que escribiremos

$\Delta x = x - x' = (2n + 1) \lambda/2 \Rightarrow$ *se obtiene un mínimo de interferencia*
($n = 0, 1, 2, \dots$)

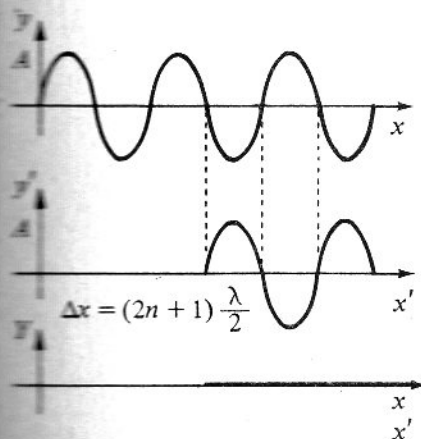


Figura 3.9

Diremos que las dos ondas llegan en oposición de fase en un punto y que tenemos una interferencia destructiva cuando la diferencia de camino es un número impar de longitud de onda.

3.4.2 Método analítico Las elongaciones de las dos ondas pueden ser escritas como

$y_1 = A \sin(kx - \omega t + \phi_1)$
 $y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi_2)$ a) Si $A_1 = A_2 = A$

y la suma de las dos elongaciones es, según la relación trigonométrica de la sección 3.1, *ya que $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$*

$Y = y_1 + y_2 = 2A \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \sin\left(k\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) - \omega t + \frac{(\phi_1+\phi_2)}{2}\right)$
2) Si $A_1 = A_2 = A$
 $Y = 2A \cos\left(k \frac{(x_1 - x_2)}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{(\phi_1 + \phi_2)}{2}\right)$

Se nota que el término en sen es el término vibratorio de una onda progresiva porque contiene el tiempo. El término $2A \cos\left(k \frac{(x_1 - x_2)}{2}\right)$ es la amplitud del movimiento resultante. Esta amplitud es máxima cuando

$\cos k \frac{(x_1 - x_2)}{2} = \pm 1$
o sea cuando *x_1 un punto cualquiera de Y , en el cual su pendiente es igual a la pendiente de Y_2 en el punto x_2*
 $\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = \frac{\partial y_2}{\partial x_2} \neq 0$

$k \frac{(x_1 - x_2)}{2} = n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$

y como $k = 2\pi/\lambda$, tenemos

el resultado es una interferencia constructiva, que es cuando se obtiene un máximo de interferencia $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
 $\Delta x = x_1 - x_2 = n\lambda \Rightarrow$

Se dice que la interferencia es constructiva cuando la amplitud es máxima, o sea cuando la diferencia de camino de las dos ondas es un número entero.

El lugar geométrico en el espacio de los puntos definidos por la relación anterior, es bien conocida en matemáticas: es un hiperboloide de revolución de eje SS' y de focos S y S' . En dos dimensiones, como en una cubeta de agua, son hipérbolas (figura 3.10).

La amplitud es cero cuando

$\cos k \frac{(x_1 - x_2)}{2} = 0$

o sea cuando

$k \frac{(x_1 - x_2)}{2} = (2n + 1) \pi/2$

y como $k = 2\pi/\lambda$, tenemos

el resultado es una interferencia destructiva: que es cuando se obtiene un mínimo de interferencia, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
 $\Delta x = x_1 - x_2 = (2n + 1) \lambda/2 \Rightarrow$
mínimo de interferencia
cuando $\phi_1 = \phi_2 + n\pi$

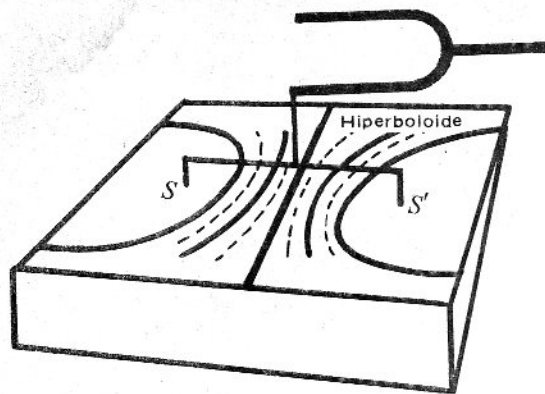


Figura 3.10

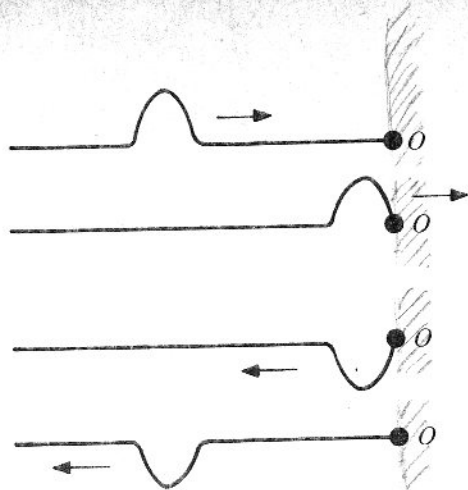


Figura 3.11 en la propagación de ondas la frecuencia siempre se conserva.

El lugar de estos puntos de amplitud cero, interferencia destructiva, son también *hiperboloide* o *hipérbolas* en dos dimensiones que llamaremos *líneas nodales* (figura 3.10).

b) Si $A_1 \neq A_2 \Rightarrow Y = A \sin(kx - \omega t - \phi)$

donde: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)}$

3.5 Condición de frontera de una onda

$\phi = \pi A A_2 + \phi_2 = \arccos\left(\frac{A^2 + A_2^2 - A_1^2}{2A A_2}\right) + \phi_2$

Hasta ahora se ha considerado la propagación de las ondas en medios infinitos. Los *bordes* o *contornos* o *fronteras* de los medios imponen condiciones especiales a la onda. Al incidir una onda sobre un obstáculo, la onda se *refleja* cambiando de dirección. También puede penetrar en un medio de velocidad diferente: la onda se *quiebra* o se *refracta* cambiando de dirección.

Si la onda pasa por una ranura parece que la onda *dobla la esquina*: es un fenómeno de *difracción*.

Llamaremos condición de frontera a un cambio de medio que provoca una discontinuidad en las propiedades de las ondas. Estudiaremos aquí la reflexión de una onda en una dimensión y dejaremos el estudio más complejo de reflexión y refracción para la onda en dos dimensiones y la difracción para las ondas luminosas.

3.5.1 Extremo fijo

Sea un pulso hacia arriba que se dirige hacia un extremo fijo O, por ejemplo en una cuerda atada a un clavo (o unida a una cuerda más densa) (figura 3.11). El pulso cuando llega al extremo fijo, produce sobre éste una fuerza vertical hacia arriba. Por la tercera ley de Newton, el clavo ejercerá a su vez una fuerza igual pero de sentido contrario, o sea hacia abajo. Esto genera un pulso vertical de igual amplitud hacia abajo y que regresa en sentido opuesto al de la onda incidente.

Si un tren de onda incide sobre un extremo fijo, se genera similarmente un tren de onda reflejado de igual amplitud pero de signo opuesto y la suma de las dos ondas en este extremo igual a cero, es un *nodo*.

El hecho de que la elongación de una partícula cambia de signo bruscamente es análogo a una rotación de 180° del vector elongación y esto se traduce diciendo que una onda al reflexionarse sobre un extremo fijo, sufre un cambio de fase de 180° .

3.5.2 Extremo libre Sea un pulso que incide sobre un extremo libre O, por ejemplo el que se logra en una cuerda vertical suspendida (o unida a una cuerda más liviana) (figura 3.12).

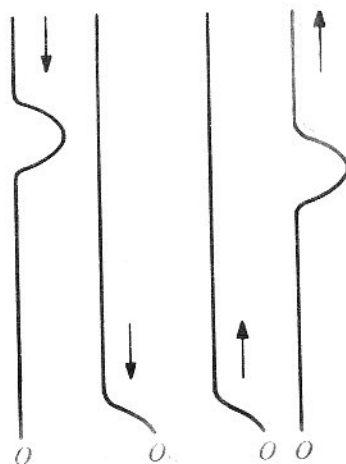


Figura 3.12

El pulso cuando llega al extremo libre, mueve este y acelera horizontalmente la última molécula de la cuerda.

da. Esta por su inercia se desplaza más allá de su posición de equilibrio y por lo tanto ejerce una fuerza elástica sobre el resto de la cuerda. Esto genera un pulso reflejado con una amplitud de igual magnitud y del mismo sentido que la amplitud del pulso incidente.

Si un tren de onda incide sobre un extremo libre se genera un tren de onda reflejada de igual amplitud y del mismo signo y puesto que en el extremo se suman las dos ondas incidentes y reflejadas tendremos que el extremo vibrará con amplitud doble; es un vientre.

Se dice que la onda se refleja sin cambio de fase.

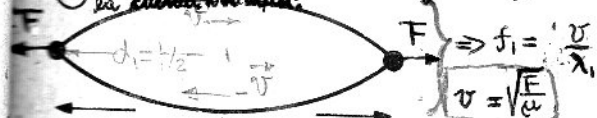
FRECUENCIAS NATURALES DE:

3.6 Cuerda vibrante

(Fuerza de tensión constante F desconocida)

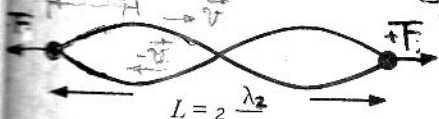
Consideremos una cuerda fija por ambos extremos y un dispositivo externo que la hace vibrar. Un tren continuo de ondas se refleja en los extremos y se producen ondas estacionarias en la cuerda con dos nodos obligatorios en los extremos, y cualquier número de nodos entre ellos (figura 3.13). Si la fuerza de tensión no cambia, la velocidad de onda permanece constante, y para encontrar sus frecuencias naturales lo hacemos, haciendo variar la frecuencia de vibración n .

① con una tensión F , buscamos una frecuencia f_1 de tal modo que la cuerda vibre en su modo fundamental.



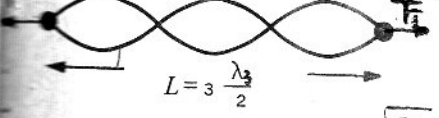
$$L = \frac{\lambda_1}{2}$$

② con $f_2 \Rightarrow \lambda_2$



$$L = 2 \frac{\lambda_2}{2}$$

③ con $f_3 \Rightarrow \lambda_3$



$$L = 3 \frac{\lambda_3}{2}$$

Siempre que se mueva el cuerpo está vibrando en un punto fijo

Figura 3.13

$$\text{Como: } f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{\lambda_n} \text{ donde } \mu = \frac{m}{L}$$

Si f_n y λ_n conocidos, podemos determinar la velocidad v luego F . Puesto que los nodos están separados por una distancia igual a una semilongitud de onda, la longitud de la cuerda puede ser:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} = 2 \frac{\lambda_2}{2} = 3 \frac{\lambda_3}{2} = \dots = n \frac{\lambda_n}{2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

La longitud de onda será:

$$\lambda_n = 2L, 2 \frac{L}{2}, 2 \frac{L}{3}, \dots, 2 \frac{L}{n} \Rightarrow \lambda_n = 2 \frac{L}{n}$$

Si la fuerza de tensión F cambia a F' entonces las frecuencias naturales halladas para F' no serán iguales a las de F .

Las ondas estacionarias solo se producen cuando el agente excitador entra en resonancia con el cuerpo

y puesto que $f_n = \frac{v}{\lambda_n}$, las frecuencias naturales que tendrá la cuerda serán:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

$$f_n = \frac{v_1}{2L}, 2 \frac{v_1}{2L}, 3 \frac{v_1}{2L}, \dots, n \frac{v_1}{2L} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} v = n f_1$$

y como en una cuerda la velocidad de la onda es

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

deducimos que las frecuencias naturales de una cuerda son:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$\Rightarrow f_n$ solo depende de la frecuencia f_1

Cuando $n=1$, tenemos la frecuencia más baja y la denominamos la frecuencia fundamental, para n superior a 1, son los armónicos (son cuando la frecuencia de los subtonos son múltiplos enteros de la fundamental). Estas son solamente las frecuencias para las cuales la cuerda puede vibrar con ayuda de un dispositivo externo.

Si el dispositivo que la hace vibrar tiene una de estas frecuencias, la cuerda entra en resonancia, con amplitud relativamente grande. Si el dispositivo no tiene una de estas frecuencias, la cuerda vibra en oscilaciones forzadas con amplitud muy pequeña. Si se retira este dispositivo, las oscilaciones de la cuerda se amortiguan gradualmente por la disipación de la energía en los soportes y por rozamiento con el aire.

3.6.b) Varillas y placas vibrantes

3.7 Tubos sonoros

También se pueden producir ondas estacionarias longitudinales por ejemplo dentro de los tubos de órganos.

En el extremo inferior de uno de estos tubos, una corriente de aire dirigida contra un borde produce torbellinos de aire que ponen a vibrar el aire del tubo y se producen ondas estacionarias. Como este extremo está en contacto con la atmósfera, las moléculas de aire pueden vibrar libremente y tendremos por lo tanto un vientre en este extremo semejante a un extremo libre de una cuerda. Para el extremo superior, se distingue:

(a) Extremo abierto Como este extremo está abierto a la atmósfera tendremos por lo tanto un vientre de desplazamiento de las moléculas (figura 3.14). La longitud del tubo puede ser:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} = 2 \frac{\lambda_2}{2} = 3 \frac{\lambda_3}{2} = \dots = n \frac{\lambda_n}{2} \quad (n=1, 2, \dots)$$

y las frecuencias propias del tubo ($f = \frac{v}{\lambda}$) serán:

$$f = \frac{v}{2L}, 2 \frac{v}{2L}, 3 \frac{v}{2L}, \dots, n \frac{v}{2L}$$

Las frecuencias naturales de un cuerpo son halladas cuando en determinadas frecuencias del medio excitador, este entra en resonancia con el cuerpo (termina en resonancia cuando se percibe un máximo aumento en la amplitud o intensidad de la onda del cuerpo, dando lugar a la formación de ondas estacionarias del cuerpo).

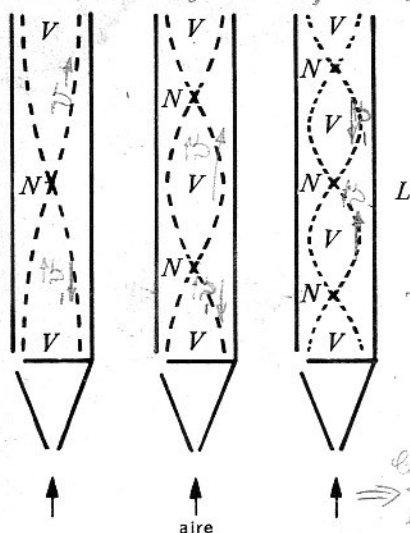


Figura 3.14

Se nota que todas las frecuencias posibles son todos los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

(b) **Extremo cerrado** Un extremo cerrado impide el movimiento de las moléculas y por lo tanto será un nodo de desplazamiento de las moléculas semejante al extremo fijo de una cuerda (figura 3.15).

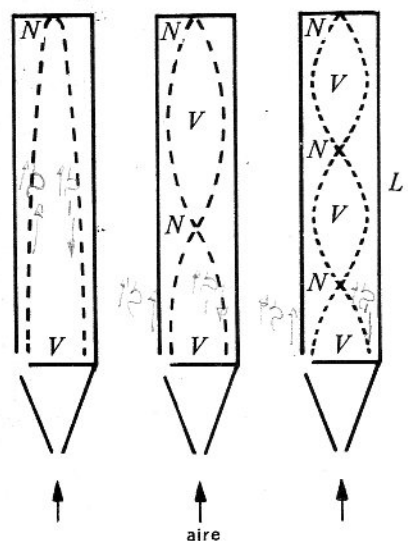


Figura 3.15

La longitud del tubo puede ser:

$$L = \frac{\lambda_1}{4}, 3 \frac{\lambda_2}{4}, 5 \frac{\lambda_3}{4}, \dots, (2n+1) \frac{\lambda_n}{4}$$

($n = 0, 1, 2, \dots$)

y las frecuencias propias del tubo serán

$$f = \frac{v}{4L}, 3 \frac{v}{4L}, 5 \frac{v}{4L}, \dots, (2n+1) \frac{v}{4L}$$

Se nota aquí que todas las frecuencias posibles son solamente los múltiplos impares de la frecuencia fundamental. $\Rightarrow f_{(n+1)} = (2n+1)f_1$, donde $f_1 = \frac{v}{4L}$

Las ondas en un tubo sonoro son producidas por una corriente de aire contra un borde afilado (tubo de órgano, flauta) o sobre una lengüeta móvil (clarinete, oboe) o sea simplemente por los labios del músico (trompeta, trombón). En todos los casos se producen muchas ondas de frecuencias diferentes y la columna de aire selecciona las frecuencias que coinciden con sus frecuencias propias.

Nota: Como es más fácil medir la presión de un gas, que el desplazamiento de las moléculas de aire, generalmente se hace la teoría anterior en función de nodos y vientres de presión.

En los *nodos de desplazamiento*, los desplazamientos longitudinales de las dos pequeñas masas de gas a ambos lados del nodo tienen signos opuestos, esto quiere decir que cuando las masas se acercan al nodo, la presión es máxima y cuando se alejan, la presión es mínima; como tenemos una variación máxima de presión diremos que se tiene un *vientre de presión*.

En un *vientre de desplazamiento*, las dos masas de cada lado del vientre se desplazan del mismo lado, por lo tanto, no se acercan ni se alejan, la presión es constante, diremos que se tiene un *nodo de presión*.

Aplicaciones

Numerosos experimentos permiten verificar los resultados de las ondas estacionarias, las pulsaciones y las interferencias. Citaremos aquí los más sencillos que se pueden realizar en cualquier laboratorio.

DE CUERDAS VIBRANTES: (frecuencia (existencia del mov.) constante)

3.1A Experimento de Melde (ondas estacionarias trasversales)

Se fija una cuerda en uno de sus extremos a un diapasón entretenido eléctricamente o a un timbre eléctrico. Pasa por una polea y soporta un peso F que mide su tensión (figura 3.1A). El diapasón ~~se hace~~ vibrar con una frecuencia ~~conocida~~ produce un tren de onda incidente ~~que se refleja~~ tren de onda reflejado y se establecen ondas estacionarias, ~~donde~~ ^{de onda} la longitud de la cuerda ~~de longitud L~~ ^{se da} ~~en donde buscamos una fuerza F_n tal que produzca un~~

por una
o de ór-
nete,
sico
oducen
plumna
n con

in gas,
gene-
de no-

sto
nodo,
sión es
de pre-

de ca-
por
cons-

resul-
y las
que se

Stante

iapa-
 ctri-
 nide
 on una
 iden-
 bles-
 cuer-

Aug -

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{F_n}{\mu}}}{\frac{L}{n}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{n^2 F_n}{\mu}}$ donde $F_n = \frac{F_1}{n^2}$
 $\lambda_4 = \frac{L}{2}$
 $f = \frac{v}{\lambda}$
 como eran 4 bucles con F_4 , la frecuencia f_4
 $f = f_4 = \frac{4}{2L} \sqrt{\frac{F_4}{\mu}} = \frac{4}{2L} \sqrt{\frac{F_1}{16}}$
 $\Rightarrow f = \frac{2}{2L} \sqrt{\frac{F_1}{\mu}}$ donde $F_2 = \frac{F_1}{4}$
 $f = \frac{3}{2L} \sqrt{\frac{F_1}{\mu}}$ donde $F_3 = \frac{F_1}{9}$

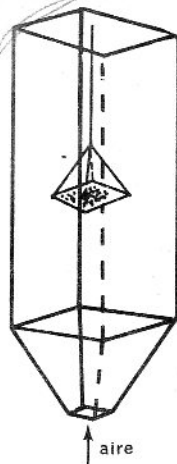



Figura 3.3A



aire

3.3A

Des axes optiques de la
vitesse longitudinale en Pirelli pgs 455-6

3.2A Tubo sonoro DE EXTREMO CERRADO (ondas estacionarias longitudinales)

En un tubo de vidrio o de plástico (puede llenarse de agua más o menos con ayuda de un embudo) de altura variable, ^{debido a la manivela móvil que los une.} al cual está ligado por medio de un tubo de caucho (figura 3.2 A), ^{externa} se hace vibrar un diapasón ^{que produce la resonancia solamente} conf. cerca de la abertura, ^{se percibe la resonancia solamente} la columna de aire se pone a vibrar a la frecuencia del diapasón cuando su longitud es dada por $L = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$

$$f_{(n+1)} = (2n + 1) \frac{v}{4L}$$

¿Por qué?

Es decir, ^{dichos} saltos en longitud, la intensidad del sonido va a ser mayor, ya que solo ahí entrará en resonancia con el aire.

Si se mide la distancia X más pequeña que existe entre las resonancias ($X = \lambda/2$) conociendo la frecuencia f resulta:

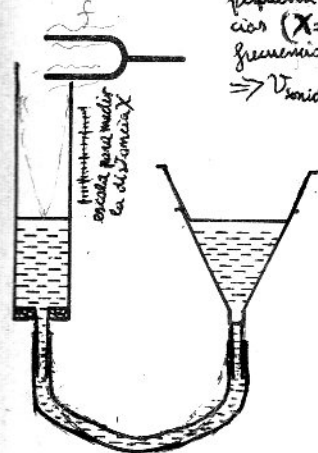
$$\Rightarrow v_{\text{sonido}} = \lambda f = 2Xf$$


Figura 3.2A

Se puede poner en evidencia los nodos con el siguiente experimento

Una corriente de aire hace vibrar un tubo sonoro cuadrado en donde una de las caras es de vidrio. Hagamos bajar un pequeño platillo hecho de papel que contiene polvo de tiza (figura 3.3A). Veremos que el polvo salta en los vientres y queda quieto en los nodos.

3.3A Caja de resonancia de un diapasón

El diapason vibra siempre en su frecuencia fundamental y por lo tanto es preferible que la caja de resonancia refuerce esta frecuencia, para así amplificar la amplitud de la vibración que comunica el diapason a la caja. Como es un tubo sonoro cerrado en un extremo y abierto en el otro (figura 3.4 A) podemos calcular su longitud por medio de la relación $f = \frac{v}{4L}$, siendo v la velocidad del sonido en el aire y f la frecuencia del diapason. Como f es la única frecuencia de un diapason, entonces solo con f es la única frecuencia en que el diapason entra en resonancia, entonces solo con L es la única longitud en que la caja ~~entra~~ entra en resonancia con el ~~que~~ que produce un aumento de amplitud a la vibración del diapason.

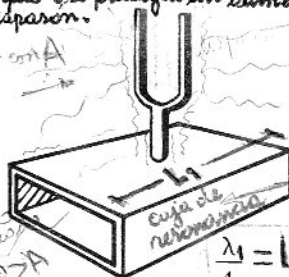


Figura 3.4A

Pues me lo un diagrama en
entia en ~~modulaciones~~ f₀
de f₀ no aumenta la amplitud del
sonido resultante ya que el
solamente tiene una frecuen-
cia natural f₀

$$L_1 = \frac{V_s}{4f_1}$$

Per si aja
tambah lon-

- gita de la caja a L1
 - ente en resonancia con el
 el disipador de frecuencia f_0
 entonces esta se aumenta
 la amplitud de la vibración de
disipación, ya que la caja tiene forman
os resonantes de $f_1, 2f_1, 3f_1$, etc.
prova que puede entrar en
 resonancia con el disipador
 y así la amplitud de la vibración
 que comunica el disipador
con la caja se aumenta
por lo que se produce
una mayor amplitud de la vibración
en el disipador.

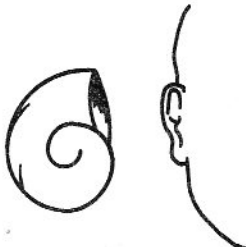
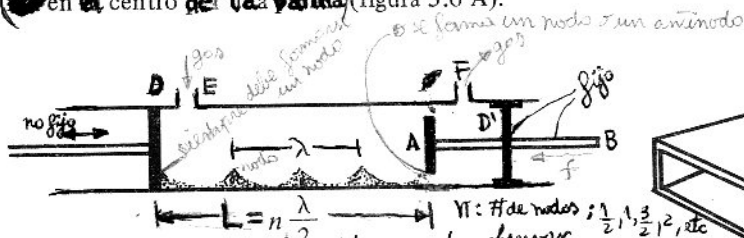


Figura 3.5A

De la misma manera se calculan los tubos resonadores de marimba. El ruido del mar que se oye cuando se lleva una concha al oído, es una caja de resonancia que refuerza el ruido de la circulación del oído (figura 3.5 A).

3.4A Tubo de Kundt (ondas estacionarias longitudinales)

En un tubo de vidrio de medio metro bien seco se deposita polvo de corcho, de tiza o talco. El tubo está cerrado en un extremo por el pistón D y en el otro extremo por otro pistón D' unido a una varilla metálica AB , en el centro de la varilla (figura 3.6 A).



Las ondas estacionarias del sonido se pueden observar fácilmente con el tubo de Kundt, que también sirve para medir la velocidad del sonido en diferentes gases (los orificios E y F sirven para introducir y extraer el gas).

Cuando la varilla AB (fija en su punto medio) se hace vibrar (ej: Con un trapo mojado de alcohol, se frota la varilla) con una frecuencia f , su extremo libre A produce en el tubo ondas longitudinales (sonoras) que se propagan en el tubo y van a reflejarse en el extremo D , cuya posición es fija, produciendo ondas estacionarias. Se puede reemplazar la varilla por un parlante conectado a un generador de corriente de frecuencia variable. En el punto D es preciso que se forme un nodo, pero en el punto A la longitud del tubo es igual a un número n de $\lambda/2$ se nota que el polvo se acumula en los nodos.

Una variante de este experimento se hace utilizando una resistencia eléctrica en forma de alambre delgado que corre a lo largo del eje de un tubo y que por medio de una pila y un reóstato se mantiene al rojo oscuro (figura 3.7 A).

Un parlante produce ondas estacionarias y la posición de los nodos se nota por ser puntos brillantes con respecto a los vientres en donde existe un mayor enfriamiento.

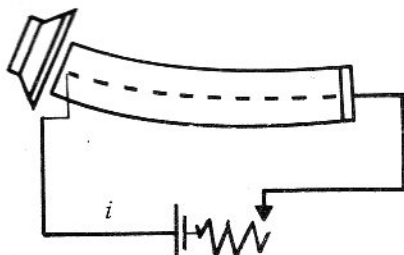


Figura 3.7A

3.5A Pulsaciones con dos diapasones (sonido)

Sean dos diapasones iguales montados sobre sus cajas de resonancia (figura 3.8 A). A una de las ramas de un diapason se le suma una pequeña pesa P por medio de un tornillo; esto modificará ligeramente su frecuencia. Cuando los dos diapasones vibran simultáneamente, se oírán las pulsaciones. La frecuencia de las pulsaciones pueden ser modificadas moviendo la pesa.

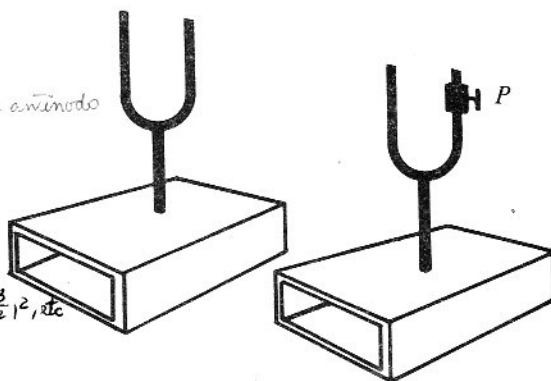


Figura 3.8A

3.6A Trombón de Koenig (interferencia de ondas longitudinales)

El fenómeno de dos ondas longitudinales puede demostrarse con ayuda del aparato de la figura 3.9 A. La onda sonora emitida por un diapason recorre dos caminos distintos DAO y DBO (uno de los caminos, DAO , puede ser modificado) y se encuentran en O e interfieren. Si a un momento dado tenemos un máximo de sonido y si el camino DAO se alarga λ , tendremos de nuevo un máximo de sonido, produciéndose así una interferencia constructiva. Es decir si está en un máximo de sonido, alargando a DA una distancia $n\lambda/2$ obtendremos nuevamente un máximo de sonido.

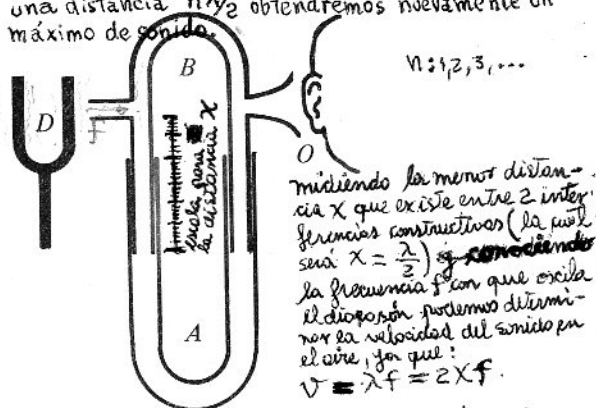


Figura 3.9A lo mismo sucede en 2 parlantes que emiten el mismo sonido situados en diferentes posiciones. Si $PA = PB = \lambda n$ el resultado es una interferencia constructiva y en A se tendrá un máximo de sonido. $n = 1, 2, 3, \dots$

3.7A Interferencia en la cubeta de onda

Sobre una rama de un diapasón se adaptan dos puntas como se ve en la figura 3.10 A, que tocan ligeramente la superficie del agua o de mercurio, de una cubeta. Cuando el diapasón vibra, las dos puntas vibran en fase, se observan las hipérbolas de interferencia.

En los laboratorios es común remplazar el diapasón por un pequeño motor.

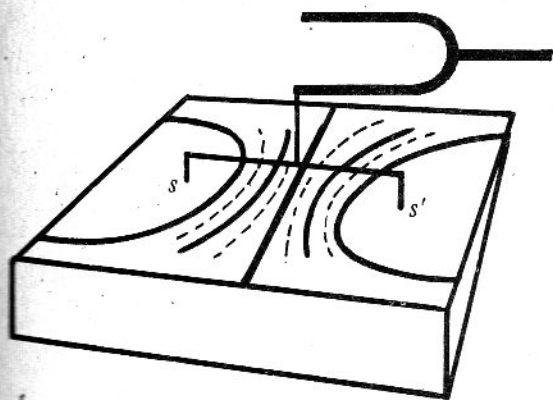


Figura 3.10A

3.8A Interferencia producida por un diapasón sonido

Las dos ramas de un diapasón que vibran son dos fuentes en fase; por lo tanto producen figuras de interferencia en el espacio (figura 3.11 A).

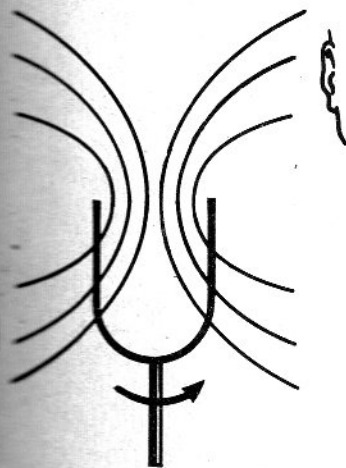


Figura 3.11A

Si se gira el diapasón, el oído percibirá máximos y mínimos no muy nítidos porque la distancia entre las dos ramas es muy inferior a la longitud de onda del sonido en el aire.

3.9A Interferencia de las señales de televisión sonido con señal de televisión

Normalmente recibimos una señal directamente en línea recta de la torre de emisión. Una señal reflejada sobre un avión o una nube que pasa en este momento en los alrededores puede llegar sobre la antena receptora. Si la diferencia entre los dos caminos (AB) y ($AC + CB$) (figura 3.12 A) es igual a un número impar de $\lambda/2$, habrá interferencia destructiva y si ($AC + CB$) - (AB) = $n\lambda$ habrá interferencia constructiva. Eso producirá sobre el receptor fluctuaciones de intensidad de la imagen o del sonido.

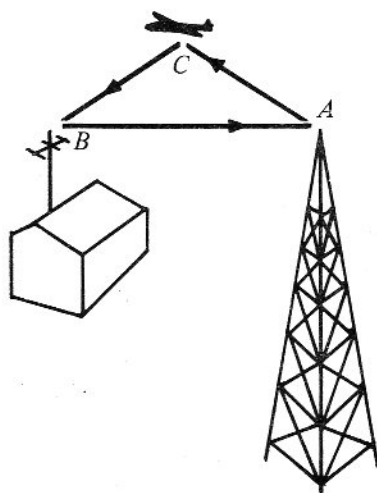


Figura 3.12A

La asociación de varias antenas emisoras dispuestas de cierta manera permite enviar una señal en una cierta dirección y no en otra.

Por ejemplo, un par de antenas separadas $\lambda/2$ (figura 3.13 A) que emite en fase la misma señal, hará que la señal en X y en Y se destruya mientras que en A y B se refuerzan.

3.10A Interferencia dentro del cerebro (del sonido) (ver también en la física: CEF pag 81-82 tomo 2)

Fisiológicamente el cerebro tiene la posibilidad de unir las dos ondas que llegan en los oídos separada-

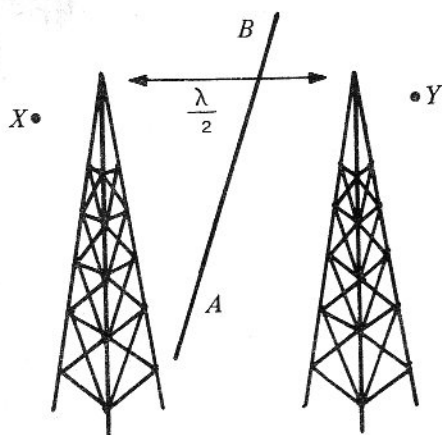


Figura-3.13A

mente, y la sensación que tendrá depende de la diferencia de camino.

Si por ejemplo, se recibe una onda con un cierto ángulo (figura 3.14 A) el cerebro sabrá indicar la dirección de donde viene el sonido porque el rayo *I* recorre un camino más largo *MH*. Si este camino *MH* es igual a $\lambda/2$, el observador no oirá nada.

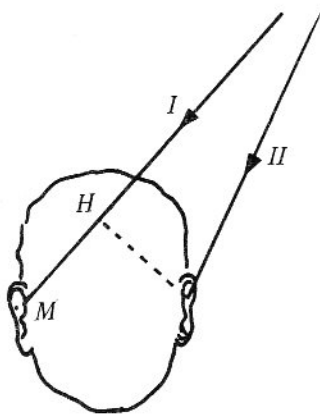


Figura 3.14A

3.11A Ondas moduladas

Las ondas, que sean ondas sonoras u ondas de radio son frecuentemente utilizadas para comunicar informaciones de un lugar a otro. Para este caso una onda armónica simple de una sola frecuencia y amplitud no es conveniente. La información que se quiere enviar puede ser comunicada a la onda cambiando su for-

ma, es lo que se llama *modulación*. Generalmente se utiliza una onda de muy alta frecuencia llamada *portadora* y se modula de la siguiente manera:

(a) *Amplitud modulada (AM)* La amplitud de la portadora es modulada por la información que se quiere comunicar, puede ser la voz o la música; la frecuencia se mantiene constante (figura 3.15 A).

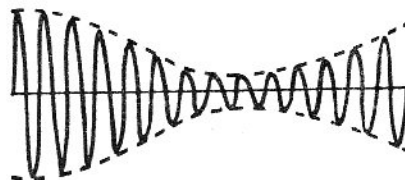


Figura 3.15A

(b) *Frecuencia modulada (FM)* La frecuencia de la portadora es modificada por la información que se quiere (figura 3.16 A); la amplitud se mantiene constante.

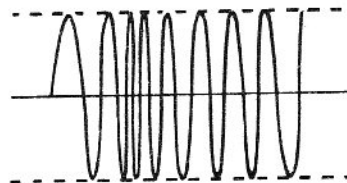


Figura 3.16A

Problemas

(Para todos los problemas, la velocidad del sonido en el aire es 340 m/seg)

3.1 Las ecuaciones de tres ondas al tiempo $t = 0$ son

$$y_1 = 3 \sin 2x; y_2 = -3 \sin 2x; y_3 = 5 \sin 2x$$

(Las distancias en cm).

¿Cuál es la amplitud y la longitud de onda de la onda resultante? Resp. 5 cm, π cm.

3.2 La ecuación de una cuerda que vibra es

$$y = 6 \sin 4\pi t \cdot \cos \pi x$$

(Distancias en cm y tiempo en segundos).

¿Cuáles son la amplitud, el período, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda incidente? Escribir su ecuación. *Resp.* 3 cm, 0,5 seg, 2 cm, 4 cm/seg, $y = 3 \sin \pi (4t - x)$.

3.3 Se observa sobre una cuerda, ondas estacionarias formadas de husos de 2 cm de largo y de 2 cm de ancho. ¿Cuál es la ecuación de la onda incidente si la velocidad de la onda es de 8 cm/seg? *Resp.* $y = 0,5 \sin \pi (0,5x - 4t)$.

3.4 Una cuerda fija en sus dos extremos vibra con dos husos cuando la tensión es dada por un peso de 9 nts. ¿Cuál debe ser la nueva tensión si se quieren obtener 3 husos sin modificar la frecuencia? *Resp.* 4 nts.

3.5 Una cuerda de violín de 30 cm de longitud vibra con la frecuencia fundamental 540 hz. Se inmoviliza uno de sus puntos con el dedo de tal manera que su longitud es ahora de 27 cm. ¿Cuál es la nueva frecuencia fundamental de esta cuerda? *Resp.* 600 hz.

3.6 En una cuerda de 2 m, la velocidad de las ondas es de 8 m/seg. ¿Cuáles son las cuatro primeras frecuencias emitidas. Hacer un esquema de la cuerda para cada frecuencia. *Resp.* 2 hz, 4 hz, 6 hz, 8 hz.

3.7 Una cuerda de 3 m de longitud vibra con tres husos a la frecuencia de 20 hz. ¿Cuál es la velocidad de las ondas? *Resp.* 40 m/seg.

3.8 ¿Cuál es la tensión de una cuerda de 1,5 m y de masa 10 gramos que vibra formando 5 husos a la frecuencia de 150 hz? *Resp.* 54 nt.

3.9 Un peso de densidad 9 g/cm^3 está suspendido de un alambre que vibra en su fundamental de 300 hz. Se introduce el peso dentro del agua. ¿Cuál es la nueva frecuencia fundamental? *Resp.* $100\sqrt{8}$ hz.

(El peso (tensión) dentro del agua disminuye del empuje pgV).

3.10 En un violín una cuerda emite la frecuencia fundamental f . Por medio de un pequeño tabique se divide esta cuerda en dos partes que pueden vibrar separadamente con frecuencias f_1 y f_2 . Mostrar que cualquiera que sea la posición del tabique tenemos siempre la relación

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = k$$

siendo k una constante que se calculará. *Resp.* $1/f$.

*** 3.11** Una barra metálica de densidad 8 g/cm^3 y de longitud 1 m vibra longitudinalmente a la frecuencia de 2500 hz. Tiene un nodo en el centro y un vientre en cada extremo. ¿Cuál es el módulo de Young de esta barra? *Resp.* $y = 2 \cdot 10^{12} \text{ dinas/cm}^2$.

3.12 Un tubo abierto en sus dos extremos, tiene 68 cm de largo. Presenta solamente dos nodos de desplazamiento. Calcular la frecuencia que emite. *Resp.* 500 hz.

3.13 Calcular las frecuencias de los tres primeros sonidos de un tubo sonoro de $L = 0,17 \text{ m}$: (a) si el tubo está abierto en ambos extremos; (b) Si el tubo está cerrado en un extremo. *Resp.* 1000 hz, 2000 hz, 3000 hz, 500 hz, 1500 hz, 2500 hz.

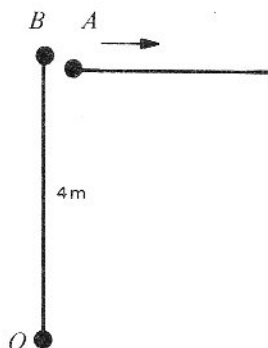
3.14 Si una persona posee un diapason y quiere igualar la frecuencia de una cuerda del piano a la frecuencia del diapason, ¿qué debe hacer?

3.15 Una cuerda de 0,5 m, cuya velocidad de las ondas es 80 m/seg, vibra en su fundamental y produce 5 pulsaciones por segundo con el sonido, un poco más alto, que proviene de un tubo sonoro abierto en un extremo y cerrado en el otro. ¿Cuál es la longitud del tubo? *Resp.* 1 m.

3.16 En un extremo de un tubo de vidrio que contiene un poco de polvo de tiza se encuentra una fuente sonora y en el otro extremo un pistón. Para cierta distancia entre la fuente y el pistón, se observa que el polvo se acumula en ciertas regiones separadas una de la otra 10 cm. ¿Cuál es la frecuencia de la fuente? (Ver tubo de Kundt, página 34). *Resp.* 1700 hz.

3.17 En los puntos M y N ($MN = 10 \text{ m}$) de la superficie de una piscina se pone a funcionar a un mismo tiempo, dos vibradores de igual frecuencia (5 hz) y de misma amplitud (10 cm). La velocidad de las ondas transversales es 5 m/seg. ¿Cuál es la amplitud resultante en los puntos situados sobre la recta MN y a 3 m, 5 m y 7,75 m de M ? *Resp.* 20 cm, 20 cm, 0.

3.18 Sean dos violinistas, A y B , situados en un punto separados 4 m de un observador O como muestra la figura. A $t = 0$, los violinistas empiezan a tocar una nota de la misma frecuencia 170 hz y uno de ellos, A , empieza a alejarse de B perpendicularmente a OB con velocidad 1,5 m/seg.



En qué momento el observador por la primera vez no oirá nada. Resp. 2 seg.

*3.19 La escala musical (de do_3 a do_4 por ejemplo) se divide en 12 intervalos iguales, o sea que la relación de frecuencias de dos notas contiguas es constante, o sea que tenemos

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_3}{f_2} = \dots = \frac{f_{12}}{f_{11}}$$

y además se tiene que

$$\frac{f_{12}}{f_0} = 2$$

Cada una de estas 13 notas está dada por la vibración de un cuerda de acero de diámetro constante y de igual tensión. Mostrar que la n -ésima cuerda tendrá una longitud

$$L_n = \frac{L_0}{(\sqrt[12]{2})^n}$$

siendo L_0 la longitud de la cuerda que corresponde a f_0 .

Los instrumentos musicales

Hay centenares de instrumentos de música en nuestra época. Si sumamos los que existieron antes y los que existen aún en la India, China y Japón encontramos más de mil.

Pero a pesar de esta diversidad tan grande de formas, todos poseen propiedades comunes que permiten clasificarlos en cuatro grupos:

1. Los instrumentos de cuerdas

La frecuencia de la nota es ajustada por la vibración de una cuerda vibrante. Se subdivide en:

(a) *Los instrumentos de cuerda como la guitarra.* El sonido es emitido por la separación de la cuerda de su posición de equilibrio y soltada sin velocidad inicial, puede oscilar libremente: *el clavicordio, el arpa, la mandolina, la guitarra.*

(b) *Los instrumentos de cuerdas golpeadas.* El sonido es provocado por el choque de un martillo que da a la cuerda una velocidad inicial, ésta oscila libremente después: *el piano.*

(c) *Los instrumentos de cuerdas frotadas.* Por el rozamiento de un arco sobre la cuerda: *el violín, la viola, el violoncelo, el contrabajo.*

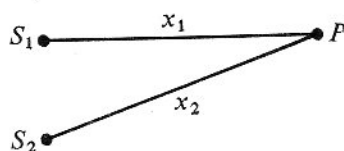
2. Los instrumentos de viento

La frecuencia de la nota es ajustada por la vibración

*3.20 En una cubeta de agua, dos vibradores, S_1 y S_2 (ver figura) producen ondas de ecuaciones

$$y_1 = 3 \sin \pi \left(\frac{x_1}{8} - t \right)$$

$$y_2 = 3 \sin \pi \left(\frac{x_2}{8} - t + \frac{1}{4} \right)$$



(Distancias en centímetros y tiempos en segundos).

(a) ¿Cuál es la longitud de onda y el período de cada onda?

(b) ¿Cuál es el valor mínimo de la diferencia de camino $\Delta x = x_1 - x_2$ para que en el punto P se tenga una interferencia constructiva?

(Notar que las dos fuentes no están en fase, por lo tanto, el problema se debe resolver analíticamente.)
Resp. 16 cm, 2 seg, 16 cm, 2 seg, 2 cm.

de un tubo sonoro. Se subdivide en:

(a) *Los instrumentos de boquilla de flauta.* El sonido es creado por el roce del aire contra un borde afilado: *el órgano, la flauta, los silbatos.*

(b) *Los instrumentos de lengüeta móvil.* El sonido es creado por las vibraciones de una pequeña lengüeta simple o doble: *el clarinete, el saxofón, el oboe.*

(c) *Instrumentos de boquilla de trompeta.* El sonido es creado por las vibraciones de los labios del músico: *la trompeta, el trombón, el clarín, el corno.*

3. Los instrumentos de percusión

El sonido es provocado por el choque de un martillo contra una membrana tensionada o contra una placa vibrante. Se subdividen en:

(a) *Los instrumentos de membrana tensionada:* *el tambor, los timbales de orquesta.*

(b) *Los instrumentos de placas vibrantes:* *las campanas, los platillos.*

4. Los instrumentos de láminas vibrantes

El sonido es creado por las oscilaciones de una lámina separada de su posición de equilibrio: *el xilofón, el acordeón, la marimba, el serrucho musical, la armónica.*

Unidad 3

Sonido

Ecuación del sonido : $y = A \sin(kx - 2\pi ft + \phi)$ ①

Variación de la presión en el aire :

donde $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v}$ ③

Amplitud de presión?

$\Delta P_i = B k A \cos(kx - 2\pi ft + \phi)$ ②

donde : B es el módulo de compresibilidad elástico del gas utilizado

④ $\Delta P_{max} = B k A$ donde $B = \rho_0 v^2$

$\Rightarrow \Delta P_{max} = \rho_0 2\pi f v A$ i: min, 1, 2, 3, ..., MAX

como $U_{yi} = -2\pi f A \cos(kx - 2\pi ft + \phi)$ ⑥

si ② ÷ ⑥ $\Rightarrow \frac{\Delta P_i}{U_{yi}} = \frac{\rho_0 2\pi f v A}{-2\pi f A}$

relación universal de los gases
 $\frac{P}{\rho_0} = \frac{RT}{M}$
 M: masa molecular del medio

$\Delta P_i = -\rho_0 v U_{yi}$ i: min, 1, 2, 3, ..., MAX
 $\Delta P_i = -\sqrt{B \rho_0} U_{yi}$

Las ondas sonoras

$v = \frac{2\pi f}{k} = \lambda f = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_0}} = v_0 \sqrt{\frac{\text{Temperatura}}{273^\circ K}}$

donde $\gamma = 1,40$
 es la relación entre el
 $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$
 C: a Volumen const.

En su origen, la **acústica** tenía por objeto el estudio de las ondas que impresionaban nuestro sentido del oído, ondas que denominamos, ondas sonoras o **sonidos**. Pero su dominio se amplió y comprende ahora las ondas que tienen las mismas propiedades físicas que el sonido, como son los ultrasonidos.

Los sonidos pueden clasificarse en **ruidos**, onda no periódica o pulso, como por ejemplo el sonido producido por un tiro de cañón, una explosión. . . , y el **sonido musical**, onda periódica, como el sonido producido por un violín, un piano o un cantante.

En este estudio consideraremos brevemente la producción, la propagación y la recepción del sonido y después, las cualidades de un sonido y terminaremos con un fenómeno nuevo que interviene cuando la fuente de sonido o el observador están en movimiento.

La reflexión y la refracción del sonido se estudiarán junto con las ondas luminosas.

4.1 Naturaleza del sonido

El origen del sonido es un movimiento vibratorio, producido por cuerpos en movimiento periódico. Pueden ser cuerdas vibrantes o placas vibrantes, tubos sonoros, etc. . . Los sonidos de la voz son producidos por las vibraciones de las cuerdas vocales, cuya tensión es regulada por músculos.

Pero no todos los movimientos vibratorios producen sonidos. Solo las vibraciones de frecuencia de 16 hasta 20.000 hz producen la sensación de sonido. Este límite superior es variable según la edad, mientras los niños pueden oír hasta 25.000 hz, en la vejez se llega difícilmente hasta 12.000 hz. Notemos que ciertos animales, en particular los perros y los murciélagos pueden oír hasta 80.000 hz. Se acostumbra denomi-

nar **infrasonidos** a las ondas sonoras cuya frecuencia es menor de 16 hz y **ultrasonidos** a los de frecuencia mayor de 20.000 hz.

4.2 Propagación del sonido – velocidad

La propagación de la onda sonora necesita uno o varios medios elásticos interpuestos entre la fuente sonora y el oído. Generalmente el aire es el que sirve de medio elástico en cuyo caso la velocidad de propagación es del orden de 340 m/seg a 20°C. Pero también los sólidos y los líquidos transmiten los sonidos. Por ejemplo los nadadores debajo del agua oyen; y los peces huyen cuando perciben ruidos. Se puede oír la llegada de un tren o de un auto, pegando el oído en el riel o en la carretera.

Un experimento simple permite poner esta propiedad en evidencia. Se pone un timbre eléctrico en una campana de vidrio en la cual se hace el vacío; se nota que el sonido desaparece lentamente, por esto se dice que **el sonido no se propaga en el vacío**, contrario a la propagación de la luz en el vacío. Esto nos hace pensar que si una explosión se produce sobre la Luna, los hombres podrían verla pero no oírla debido al vacío que existe entre la Tierra y la Luna.

(Ver Botella 20-1 de Resnick pag 452.) Toms 1
 y luego ver en Alonso y Acosta las pags 31-34 Toms 2

4.3 Recepción del sonido

De los numerosos detectores de sonido notemos los dos principales:

(a) **El oído humano** Las ondas sonoras entran en el oído y golpean una membrana elástica, llamada el **tímpano**, que vibra por resonancia a la misma frecuencia que la onda (figura 4.1).

Una cadena de tres huesecitos transmiten las vibraciones,



Figura 4.1

amplificándolas, a un fluido situado en el oído interno. Los movimientos del fluido son detectados por fibras de longitud y espesores diferentes que vibran cada una con su frecuencia propia.

Las vibraciones de las fibras se transforman en señales eléctricas que son llevadas por los *nervios auditivos* hasta el cerebro en donde la *sensación de sonido* se realiza.

(b) **Micrófono** Trabaja con el mismo principio que el oído. Las ondas sonoras ponen a vibrar una membrana M (figura 4.2) y ésta produce pequeñas señales eléctricas que deben ser ampliadas A y que se puede llevar después hasta un altavoz o una grabadora.

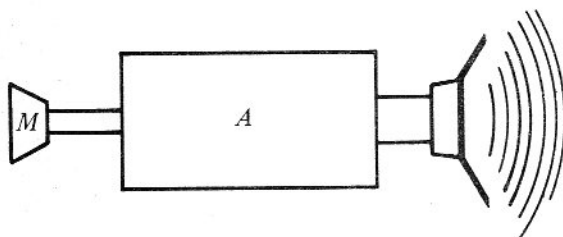


Figura 4.2

(Ver en CEF "la configuración de intensidad de las ondas esféricas" pág 47-53 tomo 2)

4.4 Característica del sonido: Intensidad

Los sonidos se caracterizan por tres cualidades muy particulares, la *intensidad*, el *tono* y el *timbre* que vamos ahora a estudiar con más detalles.

Vimos en la sección 2.7, que la energía transportada en una onda por unidad de tiempo y de superficie, lo que llamamos *intensidad*, es proporcional a la amplitud al cuadrado, o sea que para una frecuencia dada un sonido nos aparece *más y más intenso* si su *amplitud crece*. Esto es evidente si consideramos las moléculas de aire, cerca del tímpano; éste vibrará más fuer-

temente bajo la acción de los choques de las moléculas de mayor amplitud.

Para ser oídos, los sonidos deben tener una intensidad mayor que la del *umbral de audición* y una intensidad menor a cierto valor que el oído no puede tolerar, llamado *umbral de la sensación dolorosa*. Pero estos umbrales dependen de la frecuencia. Por esto se construye un diagrama como el de la figura 4.3, que representa el *área de audición* de una persona normal. La curva muestra que el oído tiene la máxima sensibilidad hacia la frecuencia 2000 hz.

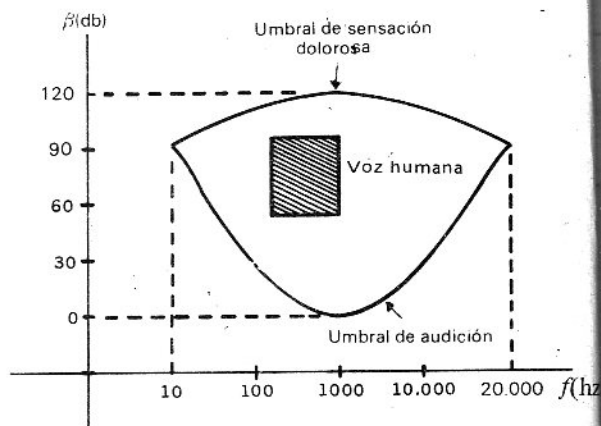


Figura 4.3

4.4.1 Variación de la intensidad con la distancia De una fuente de potencia P salen ondas esféricas (figura 4.4).

la potencia en el sonido no varía

$$\Rightarrow \bar{P} = P_i = P$$

$$\text{como } \bar{P} = \Delta S \bar{I}$$

pero ΔS si varía \Rightarrow

$$\bar{P} = P = I_i \Delta S_i$$

ya que con ondas esféricas

$$\Rightarrow \Delta S_i = 4\pi r_i^2$$

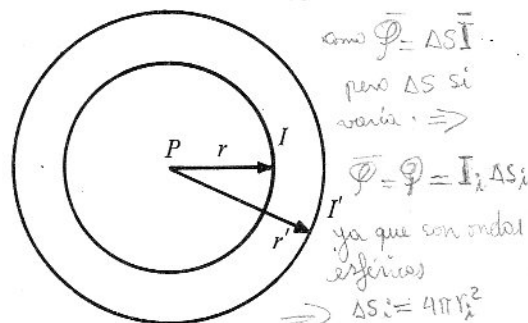


Figura 4.4

$$I =$$

A la distancia r la intensidad de la onda es:

$$\Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \bar{I} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$40 \quad I_i = \Delta P_i v_{yi} = (2\pi f)^2 \rho_0 v A^2 \cos^2(kx - 2\pi ft + \phi)$$

$$\bar{I} = \frac{I_{max}}{2} = \frac{(2\pi f)^2 \rho_0 A^2 v}{2} = \pi f^2 B k A^2 = \frac{1}{2} \Delta P_{max} v_{max} = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_{max}^2}{\sqrt{B}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_{max}^2 v}{B}$$

$$\bar{I} = E' v = \bar{P} / \Delta S \quad \Rightarrow E' = \frac{\bar{P}}{\Delta S} = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_{max}^2}{B}$$

y a la distancia r' admitiendo que no hay absorción de energía, la intensidad es:

$$I' = \frac{P}{4\pi r'^2} \quad I' \neq I$$

por lo tanto

$$\frac{I'}{I} = \frac{r'^2}{r^2}$$

La intensidad de la onda varía en razón inversa al cuadrado de su distancia a la fuente y puesto que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud, esta varía en razón inversa de la distancia a la fuente.

4.4.2 Nivel de intensidad El oído oye intensidades sonoras de 10^{-16} w/cm^2 hasta 10^{-4} w/cm^2 . A causa de este gran intervalo de intensidades, se prefiere utilizar una escala logarítmica (base 10) en vez de la escala natural.

Para esto se define el **nivel de intensidad** β de una onda sonora, como

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad [\text{decibels}] \quad I = \frac{I_0}{r^2}$$

siendo I_0 una intensidad arbitraria de referencia, que se toma igual a 10^{-16} w/cm^2 y que corresponde al sonido más débil que se puede oír. Los niveles de intensidad se expresan en decibels (db), en honor al americano Graham Bell.

Así el sonido más fuerte que puede tolerar un oído y que tiene una intensidad de 10^{-4} w/cm^2 , tendrá un nivel de intensidad de:

$$\beta = 10 \log \frac{10^{-4}}{10^{-16}} = 120 \text{ db}$$

La tabla 4.1 nos da algunos niveles de intensidad de diferentes sonidos.

TABLA 4.1

Puente	Nivel en decibels (db)
Umbral de la sensación sonora	0
Conversación en voz baja	20
Pequeño motor	40
Conversación normal	60
Calle de mucho tráfico	80
Taladro de romper pavimento	100
Umbral de la sensación dolorosa	120

Es interesante notar que la sensación subjetiva o **sonoridad** que percibe el oído es proporcional al nivel de intensidad y no a la intensidad. Esto es debido a la

ley psicofísica de Weber-Fechner, ley aproximativa y válida también para las sensaciones de los otros sentidos, que dice: *La magnitud de una sensación S es proporcional al logaritmo de la energía excitadora E*, o sea

$$S = k \log \frac{E}{E_0}$$

siendo E_0 la energía de la excitación de referencia.

Ejemplos

Una fuente irradia en todas las direcciones $0,4 \pi$ vatios de energía acústica. Encontrar la intensidad y el nivel de intensidad en un punto situado a 100 metros.

La intensidad es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0,4 \pi}{4\pi (10000)^2} = 10^{-9} \text{ w/cm}^2$$

El nivel de intensidad es:

$$\beta = 10 \log \frac{10^{-9}}{10^{-16}} = 70 \text{ db}$$

Si 10 fuentes iguales a la anterior irradian en todas las direcciones, a 100 metros tendremos una intensidad de:

$$I' = 10 I = 10^{-8} \text{ w/cm}^2$$

y un nivel de intensidad

$$\beta' = 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-16}} = 80 \text{ db}$$

Notar que el nivel de intensidad no es 10 veces mayor. Si queremos un nivel de intensidad doble, o sea de 140 db, se necesitarían 10 millones de fuentes semejantes. ¿Por que?

4.5 Característica del sonido: Tono

también ver en Alvaro y Patricia pags 38-42
El tono de un sonido es la cualidad que corresponde a la sensación de un sonido más o menos bajo o alto. La experiencia nos muestra que el sonido se hace *más y más alto cuando crece la frecuencia* (figura 4.5), por



Figura 4.5

lo tanto podemos medir el tono de un sonido por su frecuencia.

4.6 Característica del sonido: Timbre

Dos sonidos de la misma intensidad e igual tono pueden dar sensaciones muy diferentes. Si se escucha la misma nota dada por un violín y un piano, inmediatamente se sabrá a qué instrumento pertenece cada nota; se dice que estos sonidos difieren por sus *timbres*.

4.6.1 Armónicos Un sonido puro es simplemente una senoide. Pero ¿qué es un sonido complejo periódico? En el siglo pasado, el francés Fourier mostró que cualquier función periódica de frecuencia f , puede expresarse como una suma de funciones sinusoidales de frecuencias $f, 2f, 3f, \dots$ llamadas frecuencia fundamental y armónicos (figura 4.6). Así la misma nota en el piano y en el violín tienen la misma frecuencia fundamental pero difieren por el número y las intensidades de sus armónicos y este hecho proviene de la forma y de la naturaleza del instrumento y también de la manera como fue puesto en vibración.

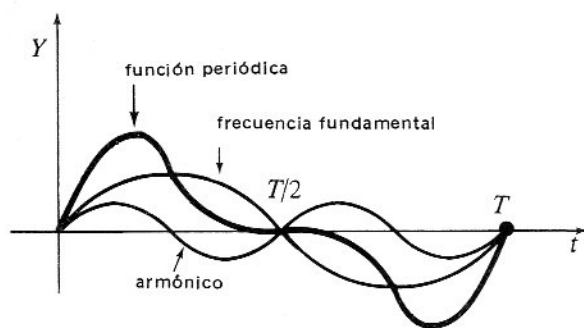


Figura 4.6

4.6.2 Análisis y síntesis Para analizar un sonido se utiliza un micrófono y con ayuda de un montaje eléctrico se puede filtrar y separar los armónicos. Así se obtienen todos los armónicos con su intensidad respectiva; es un *espectro acústico* (figura 4.7).

Es evidente que si sumamos todos los armónicos recibidos reconstituiremos el sonido original; es la síntesis del sonido.

4.7 Efecto Doppler

Cuando una fuente sonora de frecuencia f_F , o un observador o ambos están en movimiento con respecto

al aire, la frecuencia percibida por el observador es diferente de f_F . Este fenómeno se conoce con el nombre de *efecto Doppler*.

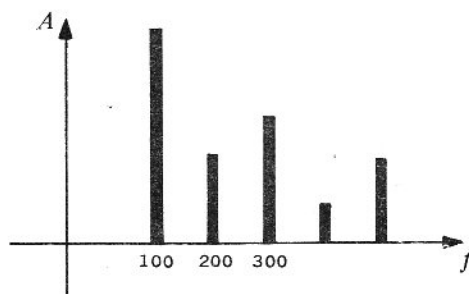


Figura 4.7

Sea un observador O y una fuente sonora F de frecuencia f_F en reposo; en un tiempo t el número de longitud de onda emitida es igual a $f_F t$ (figura 4.8). Al cabo de t segundos el frente de onda llega hasta el punto M , situado a una distancia ct , siendo c la velocidad de las ondas en el medio.

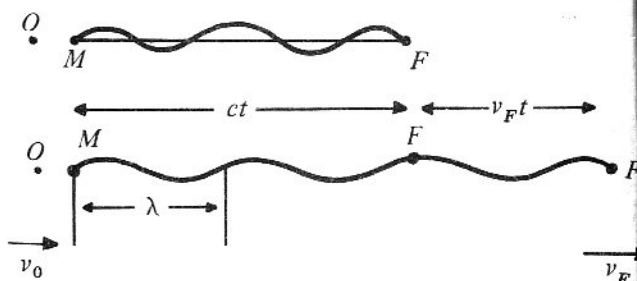


Figura 4.8

Pero si la fuente ahora tiene una velocidad v_F alejándose de O , al cabo de t segundos estará en F' , siendo $FF' = v_F t$.

Esto quiere decir que el número de longitudes de onda anterior $f_F t$ se extiende sobre una distancia $MF' = ct + v_F t$, por lo tanto la longitud de onda es ahora mayor que antes y vale

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{ct + v_F t}{f_F t} \\ &= \frac{c + v_F}{f_F}\end{aligned}$$

Si el observador se mueve con velocidad v_0 en la dirección de la fuente las ondas se aproximan al observador con una velocidad relativa $c + v_0$. De aquí deducimos la frecuencia de las ondas para el observador de la relación $\lambda \neq v/f$:

$$f_0 = \frac{c + v_0}{\lambda} = \frac{c + v_0}{(c + v_F)/f_F} = f_F \frac{(c + v_0)}{(c + v_F)} = f_0$$

o sea

$$\frac{f_0}{c + v_0} = \frac{f_F}{c + v_F}$$



Esta relación expresa la frecuencia f_0 percibida por el observador en función de la frecuencia de la fuente f_F . No es necesario deducir ecuaciones para otros casos si se utiliza el convenio de signos siguiente:

La velocidad c de las ondas sonoras se considerará siempre positiva. Tomaremos como dirección positiva la que va del observador hacia la fuente para v_0 y v_F . Si estas velocidades van en sentido contrario se tomarán negativamente.

Ejemplos

1. Sea una fuente sonora de frecuencia 1000 ciclos/seg que se acerca a un observador inmóvil con una velocidad de 170 m/seg ($c = 340$ m/seg).

Aquí v_F es negativo y la frecuencia que percibe el observador es

$$f_0 = 1000 \frac{340}{340 - 170} = 2000 \text{ ciclos/seg}$$

2. Un observador se acerca a una fuente de frecuencia 1000 ciclos/seg con una velocidad 170 m/seg.

Aquí v_0 es positiva y la frecuencia percibida es:

$$f_0 = 1000 \frac{340 + 170}{340} = 1500 \text{ m/seg}$$

Es interesante notar que la frecuencia percibida no es la misma en los dos casos, pero es siempre superior a la frecuencia de la fuente. De la misma manera se puede ver que si un observador se aleja de una fuente o a la inversa, la frecuencia disminuye.

*4.8 Onda de choque (NÚMERO DE MACH)

Si la fuente sonora se mueve más y más rápidamente, la longitud de onda de la onda sonora se hace más y más pequeña y se concentra delante de la fuente una gran cantidad de energía. Cuando la velocidad de la fuente es igual a la velocidad de las ondas, tenemos el

caso de la figura 4.9 y esta concentración de energía llamada "muro de sonido", puede perturbar fuertemente el movimiento de la fuente.

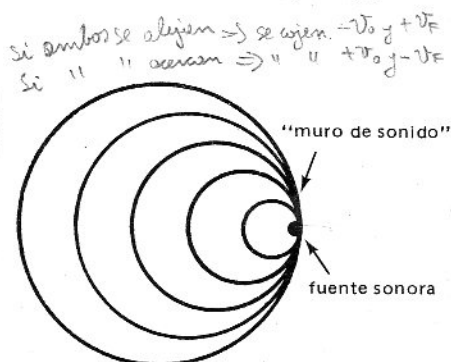


Figura 4.9

Si la velocidad v_F de la fuente crece y es ahora superior a la velocidad de las ondas c , un nuevo fenómeno se presenta.

En un tiempo t (figura 4.10) la fuente ha viajado de F hasta F' tal que $FF' = v_F t$ mientras que la onda emitida en F se ha expandido sobre una esfera de radio ct y que las ondas emitidas durante el trayecto FF' se han expandido en esferas más y más pequeñas.

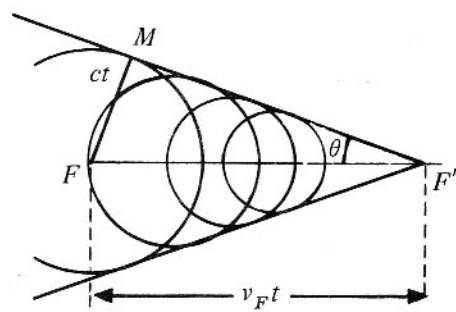


Figura 4.10

La superficie tangente a todas las esferas es un cono cuyo ángulo θ es dado por

$$\text{sen } \theta = \frac{c}{v_F} \Rightarrow \text{# mach} = \frac{v_F}{c}$$

Este cono es un lugar de acumulación de energía y se denomina *onda de choque* u *onda balística*. Esta onda es la que oímos cuando un avión supersónico pasa cerca de nosotros. Se explica también el trueno con la misma idea, admitiendo que un rayo produce en su

recorrido perturbaciones, que emite ondas sonoras cuya envolvente es la onda de choque. Esta onda de choque se observa en la estela que dejan los barcos que se mueven a velocidad mayor que la de las ondas sobre la superficie del agua.

También se observa una onda de choque luminosa cuando una partícula cargada eléctricamente se mueve a través de una sustancia, con una velocidad mayor que la de la luz dentro de este medio. En efecto, la partícula origina perturbaciones en los átomos a lo largo de su trayectoria, los cuales responden emitiendo ondas luminosas y así obtenemos un cono de energía luminosa, análogo a la onda de choque anterior; es lo que se denomina el *efecto Cerenkov*.

Aplicaciones

4.1A Acústica de las salas

Cuando se oye un orador dentro de una sala, se reciben las ondas directas y también las ondas reflejadas por las paredes. Como estas recorren un camino más largo, resulta lo que se llama el *eco*. En las salas pequeñas, el eco se mezcla rápidamente al sonido original, lo intensifica y es por lo tanto agradable y deseable; sin eco, la voz aparece débil (por ejemplo en el campo plano).

En las grandes salas, el eco puede ser muy desagradable, mezcla sílabas diferentes y produce confusión. La solución es por lo tanto suprimir el eco, con paredes absorbentes del sonido como cortinas. Esto explica por qué dentro de las grandes salas de concierto, detrás del cantante, el escenario que forma una pequeña sala ayuda a *sostener* la voz mientras que la gran sala debe tener cortinas.

4.2A Aplicaciones de los ultrasonidos

Pueden ser producidos por placas de cuarzo a la cual se aplica una tensión eléctrica alterna; el cuarzo se comprime y dilata, es lo que se llama el *efecto piezoeléctrico*.

También se producen con varillas ferromagnéticas que varían de longitud cuando se colocan dentro de un campo magnético variable.

Como los ultrasonidos pueden transportar energías muy grandes, se presentan varios fenómenos utilizados industrialmente: degasificación de los líquidos o metales en fusión, fabricación de emulsiones con líquidos

no miscibles, (aceite y agua, mercurio y agua), limpieza de ropa, esterilización de algunas sustancias, estudio de los defectos de las piezas mecánicas.

Los ultrasonidos de frecuencia 100 millones tienen una longitud de onda semejante a la luz. Esto sugiere que pueden ser empleados en un *microscopio sónico*, semejante al microscopio óptico o electrónico. Se *ilumina* el objeto con ultrasonidos y por medio de *lentes y espejos sónicos* se forma una imagen acústica que se transforma en imagen eléctrica y finalmente en imagen óptica por medio de una pantalla fluorescente. Cierta inhomogeneidad del objeto invisible, es detectada inmediatamente en un microscopio sónico. No olvidemos que los murciélagos utilizan los ultrasonidos para dirigirse en sus vuelos nocturnos.

4.3A Aplicaciones del efecto Doppler

El efecto Doppler se aplica tanto a las ondas sonoras como a las electromagnéticas; utilizado fundamentalmente para medir la velocidad de un objeto.

Se puede medir la velocidad de un avión que emite un sonido de frecuencia conocida midiendo desde la tierra la frecuencia percibida y aplicando las relaciones del efecto Doppler. Si desde un avión se desea saber la velocidad con que se acerca a la tierra, el piloto emitirá una onda electromagnética por medio de un *radar* de frecuencia conocida, y después de la reflexión de las ondas deducirá la velocidad, por el cambio de frecuencia.

Mandando una onda electromagnética o sonora hacia un auto en movimiento, se podrá conocer su velocidad por el cambio de frecuencia y así saber si va con exceso de velocidad. El mismo fenómeno tiene lugar cuando ondas sonoras submarinas emitidas por un *sonar* se reflejan sobre un submarino móvil.

La frecuencia de la luz de hidrógeno y helio de las estrellas, de las galaxias diferentes de la nuestra, es menor que la frecuencia de la luz de hidrógeno o helio de la Tierra, por lo tanto se concluye que las galaxias se alejan de nosotros con velocidad que fácilmente se puede medir por efecto Doppler. En la práctica, se dice que la luz de las galaxias *se corre hacia el rojo*. ¿Por qué?

Problemas

(Para todos los problemas, la velocidad del sonido en el aire es 340 m/seg).

4.1 ¿Cuántas personas deben gritar a razón de 60 db cada una, para producir en total un nivel de intensidad sonora de 80 db? *Resp.* 100 personas.

4.2 Un violín produce un nivel de intensidad de 40 db.

¿Qué nivel de intensidad producen 10 violines?

Resp. 50 db.

4.3 Se define la ganancia β en decibels de un amplificador de potencia por la relación

$$\beta = 10 \log \frac{P}{P_0}$$

siendo P_0 la potencia de entrada y P la potencia de salida. ¿Cuál será la ganancia de un amplificador si la potencia de entrada es 2 vatios y la de salida 200 vatios? Resp. 20 db.

4.4 Una persona situada a 1 m de distancia de una fuente sonora recibe un nivel de intensidad de 40 db. ¿A qué distancia no oír la fuente? Resp. 100 m.

4.5 Dos sonidos de frecuencias 150 y 175 hz son armónicos de la misma frecuencia fundamental. ¿Cuál es esta frecuencia? Resp. 25 hz.

*4.6 Un observador situado en un auto en movimiento rectilíneo uniforme pasa junto a una fuente sonora y recibe un nivel de intensidad de 60 db a la distancia de 1 m y nota que la frecuencia que oye cuando se aleja ha disminuido el 10%. ¿Durante cuánto tiempo oír el sonido de la fuente? Resp. 29,4 seg.

4.7 Un músico toca la nota de frecuencia 342 hz. Otro músico situado más lejos toca la nota en un tono más bajo de tal manera que un observador situado entre ambos percibe 4 pulsaciones por segundo. ¿A qué velocidad debe desplazarse el observador para no oír ninguna pulsación? Resp. 2 m/seg.

4.8 ¿Con qué velocidad un automovilista debe acercarse a una luz roja ($\lambda_r = 6 \cdot 10^{-7}$ m) para que la vea verde ($\lambda_v = 5 \cdot 10^{-7}$ m)? La velocidad de la luz es $c = 3 \cdot 10^8$ m/seg. Resp. $6 \cdot 10^7$ m/seg.

Las notas musicales

Las frecuencias de los sonidos utilizados en música no varían de manera continua. Se emplean solamente sonidos de frecuencias bien determinadas que los músicos llaman *notas* y que son escogidas más por razones estéticas que físicas.

Si se escoge una nota de frecuencia f , también se utiliza la nota de frecuencia $2f$ llamada *octava*. En el interior de una octava la sucesión de notas se denomina escala y tienen los nombres siguientes:

do re mi fa sol la si

propuesto por el monje Gui de la abadía de Pomposa (Italia, final del siglo 17). Son las primeras sílabas de un himno a Juan Bautista

4.9 Una fuente sonora de 1000 hz se aleja de un observador y se acerca a una pared con una velocidad de 170 m/seg. ¿Cuál es la frecuencia del sonido directo y cuál la del sonido reflejado en la pared que el observador percibe? Resp. 666 hz, 2000 hz.

*4.10 Un barco se aproxima lentamente a una costa haciendo sonar una sirena de 800 hz. El sonido se refleja en la costa y se oye después de 10 segundos y junto con el sonido de la sirena da lugar a 8 pulsaciones por segundo. Calcular el tiempo que el barco tardará en alcanzar la costa. Resp. 1000 segundos.

4.11 Dos sonidos producen 12 pulsaciones por segundo. Cuando la frecuencia de uno de los sonidos aumenta en un 5% el número de pulsaciones se reduce a la tercera parte. Calcular las frecuencias originales de los dos sonidos. Resp. 172 hz 160 hz.

*4.12 En una autopista la velocidad máxima permitida es 72 km/h. Una patrulla en reposo sobre la Tierra emite una onda sonora de 310 hz que es reflejada sobre un auto que viene en su encuentro y halla una frecuencia de 340 hz. ¿Habría infracción? Resp. No.

Sugerencia: Las ondas reflejadas parecen ser emitidas por un foco virtual situado simétricamente del otro lado de la pared reflectora. Calcular la velocidad de este foco y mostrar que es el doble de la velocidad de la pared reflectora.

*4.13 Un jet con velocidad de 2 mach (esto es, 2 veces mayor que la velocidad del sonido) en vuelo horizontal a 3950 m de altura pasa exactamente sobre la vertical de un observador a $t = 0$. Calcular el ángulo formado por la onda de choque y la dirección del movimiento y el tiempo que gastará la onda de choque para llegar al observador. Resp. 30° , 10 seg.

*Ut queant laxis
resonare fibris
Mira gestorum
famuli tuorum
Solve polluti
labil reatum
Sancti Johannes*

Más tarde se reemplazó *SJ* por *si* y *ut* por *do* por ser más fácil de cantar.

En alemania e Inglaterra las notas de la escala son denominadas por las letras *C, D, E, F, G, A, B*.

Se distinguen las notas de una escala por un índice que crece de una unidad cuando se pasa en la octava superior: $-2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots$. Por ejemplo, se habla de $re_{-2}, mi_{-1}, sol_1, fa_2, la_3, \dots$ (los músicos no utilizan el índice 0).

Ahora se necesita fijar la frecuencia de una nota tomada como base y las relaciones de frecuencia. Se adopta como base según los países.

$$la_3 = 435 \text{ ó } 440$$

y por las relaciones de frecuencia los siguientes convenios:

Escala natural o armónica

Propuesta por el músico italiano Zarlino al principio del siglo XVI. Escoge arbitrariamente las siguientes relaciones de frecuencias:

<i>do</i>	<i>re</i>	<i>mi</i>	<i>fa</i>	<i>sol</i>	<i>la</i>	<i>si</i>	<i>do</i>
9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15	

Esta escala tiene la particularidad de que los armónicos de una nota son generalmente notas de esta escala.

Así, si un cantante emite dos notas en forma sucesiva, la segunda nota ya se ha oído como armónica de la primera y esto es agradable al oído; por esto los buenos cantantes y violinistas y los instrumentos de sonidos variables utilizan la escala *natural*.

Por ejemplo si partimos de la nota *do*₂ de frecuencia *f*,

el primer armónico de frecuencia $2f$ es *do*₃,
 el segundo armónico de frecuencia $3f$ es *sol*₃,
 el tercero de $4f$ es *do*₄,
 el cuarto de $5f$ es *mi*₄,
 el quinto de $6f$ es *sol*₄.

Se nota que existen tres tipos de intervalos: el tono mayor (9/8) el tono menor (10/9) y el semitono (16/15).

Pero esta escala tiene problemas insolubles de *trasposición* o sea de cambiar de *tónica*, lo que significa repetir una melodía a partir de una nueva nota. De aquí la escala temperada.

Escala temperada o cromática

Fue impuesta por Juan Sebastián Bach después de muchas discusiones con el músico Rameau y el físico D'Alembert.

El intervalo de octava es dividido en 12 intervalos iguales que se llaman semi-tonos temperados. Las notas se llaman *do*, *do#* o *re_b*, *re*, *re#* o *mi_b*, *mi*, *fa*, *fa#* o *sol_b*, *sol*, *sol#* o *la_b*, *la*, *la#* o *si_b*, *si*.

Los signos # se denominan sostenido y *b* bemol.

Las teclas blancas del piano corresponden a las notas que tienen el mismo nombre que en la escala natural. Las teclas negras son consideradas como alteraciones de las notas anteriores (figura 1).

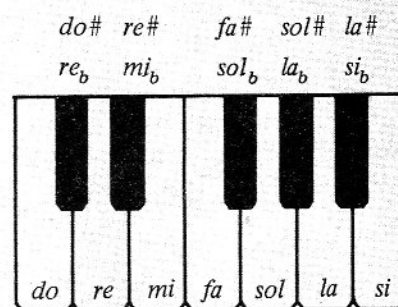


Figura 1

La sucesión de las doce notas constituyen la escala *cromática*, o *temperada*.

La trasposición en esta escala es muy sencilla y por eso es utilizada en los instrumentos de sonidos fijos como el piano y el órgano.

Es evidente que si varios instrumentos de sonidos fijos y variables tocan en conjunto, deben utilizar la escala temperada.

de mu-
ico

los
as
za,

l.
notas
atural.
ciones

Segunda parte

La luz

ala

por
jos

s fijos
sca-

Unidad 4

Optica geométrica

CINCO

Naturaleza de la luz

La óptica es el estudio de todas las radiaciones emitidas por las fuentes luminosas que impresionan, o no, la retina. No se puede separar el estudio de las radiaciones visibles de las radiaciones ultravioletas o infrarrojo para las cuales somos ciegos. La vista es en óptica un detector de algunas radiaciones. Una humanidad privada de la vista, podría constituir una ciencia de las radiaciones muy poco diferente de la nuestra: le faltaría solamente el capítulo de óptica fisiológica.

Después de esbozar las diferentes teorías sobre la naturaleza de la luz, consideraremos, como hicimos para las ondas sonoras, la producción, la propagación y la recepción de la luz.

Enunciaremos las leyes de la reflexión y de la refracción y miraremos cómo se interpretan a la luz de las diferentes teorías y las conclusiones que se deducen.

5.1 Teorías sobre la naturaleza de la luz

Generalmente las ondas mecánicas pueden ser observadas directamente, pero no podemos hacer lo mismo para la luz que también es una transferencia de energía: de la fuente hacia los objetos y de éstos hacia el ojo. Actualmente, es imposible observar directamente la forma de un rayo o una onda luminosa a un momento dado, o el movimiento de un punto del rayo o de la onda luminosa en función del tiempo. Por esto, sobre la naturaleza de esta transferencia, se han desarrollado varias teorías, basadas sobre postulados que deben conducir a resultados de acuerdo con la experiencia.

(a) Teoría corpuscular

Newton enunció el siguiente postulado: *Todas las fuentes luminosas emiten pequeñas partículas materiales en línea recta con gran velocidad.*

Esto explicaba satisfactoriamente las leyes de la reflexión y refracción, la energía de la luz (por medio de la energía cinética de las partículas) y que la luz no necesitaba soporte material para su propagación, y por tanto puede viajar en el vacío. Pero no puede explicar los fenómenos de interferencia, difracción y polarización.

(b) Teoría ondulatoria

Con Huygens, secundado luego por Young y Fresnel, se postula:

1. La luz se debe a *vibraciones periódicas*.
2. La luz simple o *monocromática* está formada de vibraciones sinusoidales de frecuencia bien definida del tipo $y = A \cos(2\pi f)$, en donde y es la elongación, A su amplitud y f su frecuencia. El conjunto de todas las vibraciones luminosas forma la *onda* o *radiación luminosa*.
3. En el vacío, *todas las radiaciones se propagan a velocidad constante, c* , de suerte que se puede caracterizar una radiación por su longitud de onda $\lambda = \frac{c}{f}$ en el vacío. Como esta longitud es muy pequeña, se utilizan nuevas unidades:
 $1 \text{ angström} = 1 \text{ Å} = 10^{-7} \text{ mm} = 10^{-10} \text{ m}$
 $1 \text{ micra} = 1 \mu = 10^{-3} \text{ mm} = 10^{-6} \text{ m}$
Por ejemplo, la longitud de onda de cierta luz amarilla es: $\lambda = 6000 \text{ Å} = 0,6 \mu = 6 \times 10^{-4} \text{ mm} = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$
4. Como para las ondas sonoras, *la intensidad de una radiación dada es proporcional al cuadrado de la amplitud*.

5. *El principio de Huygens*, que nos permite explicar cómo se propaga una onda y que veremos más adelante.

Pero queda un punto no esclarecido. ¿Qué es lo que vibra? ¿Qué representa la elongación y ? En cierta época se supuso la existencia de un medio elástico que

ocupaba todos los espacios transparentes y el vacío, el *éter*, cuyas vibraciones elásticas constituían las vibraciones luminosas. Esto condujo a muchas contradicciones sobre la densidad y la compresibilidad de este medio. Maxwell reemplazó esta teoría mecánica por la electromagnética; la elongación y representaba un *campo eléctrico* y por tanto no necesita un soporte material para su propagación.

Esta teoría explica muy satisfactoriamente, las leyes de la reflexión, de la refracción, las interferencias, la difracción y la polarización, pero no puede explicar las interacciones de la luz con la materia.

(c) Teoría cuántica

Para poder explicar este último hecho se debió postular la existencia de "paquetes" de energía, llamados *fonones* o *cuantos*, asociados a las vibraciones luminosas. Esta teoría será estudiada mucho más adelante.

5.2 Fuentes luminosas

El átomo está formado de un núcleo rodeado de electrones que giran en diferentes órbitas. Si se le comunica energía, uno o varios electrones pueden subir de órbitas, se dice que el átomo está *excitado*.

Pero muy pronto, el electrón regresa a su órbita original restituyendo la energía en forma de luz; así *la luz proviene del regreso de un electrón a su órbita original* (figura 5.1).

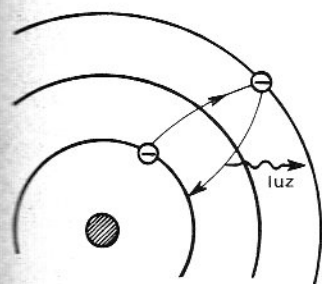


Figura 5.1

Este hecho es general para todas las fuentes de luz que sea el Sol, la llama de un fósforo, una bombilla o un cocuyo.

Pero, ¿cómo puede excitarse un átomo?

(a) *Por medio del calor*; es el principio de las lámparas incandescentes, de las llamas, . . .

(b) *Por medio de otras radiaciones* (o de partículas). En este caso, la luz emitida puede tener:

- i La misma frecuencia que la de la luz incidente. Esto se presenta cuando un electrón regresa directamente a su órbita original: es un fenómeno de *resonancia* (figura 5.1).
- ii Una frecuencia diferente pero más pequeña que la de la luz incidente. Esto se presenta cuando el electrón regresa a su órbita original pero pasando por órbitas intermedias (figura 5.2); en el fenómeno de *fluorescencia* esta emisión desaparece con la luz excitadora. Por ejemplo, una luz azul incidente puede producir una fluorescencia roja, y una luz ultravioleta (invisible) emitir una luz visible (principio de las lámparas fluorescentes).

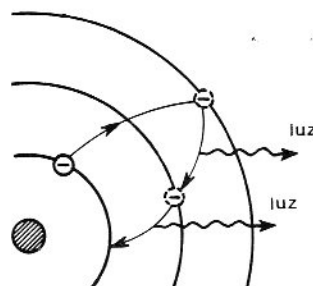


Figura 5.2

La *fosforescencia* consiste en la emisión de radiaciones que subsisten después de la desaparición de la luz incidente; es el caso de las pinturas luminosas que puede durar horas.

Frecuentemente hablaremos de *fente puntual*, cuando las dimensiones de las fuentes son despreciables delante de las otras dimensiones del problema propuesto (semejante al punto material de la mecánica) y de *fente monocromática*, cuando emite luz de una sola frecuencia. Finalmente, podemos considerar toda fuente luminosa como un conjunto de fuentes puntuales.

5.3 Propagación de la luz

La luz se propaga en el vacío con una velocidad de $c = 300.000 \text{ km/seg}$. Una luz que incide sobre un cuerpo es parcialmente (cuerpo transparente) o absolutamente absorbida (cuerpo opaco). Pero todos los cuerpos reflejan parte de la luz que incide. Cuando todas las frecuencias son igualmente reflejadas, diremos que el cuerpo es *blanco*, *gris* o *negro*, si la cantidad de luz reflejada es grande, mediana o nula. Cuando algunas frecuencias se reflejan mejor que otras,

tendremos una sensación de *color*; un libro nos parecerá rojo cuando está iluminado con luz blanca, porque refleja el rojo y absorbe todas las otras frecuencias (figura 5.3).

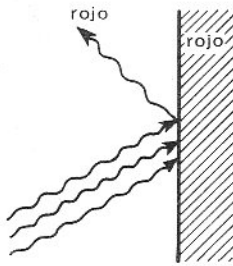


Figura 5.3

La absorción de la luz por el medio presenta características muy interesantes:

(a) **Absorción sin emisión de radiación.** En ciertos casos la energía luminosa se convierte en energía cinética de los átomos y por tanto hay producción de calor. Frecuentemente la absorción es *selectiva*, o sea que la energía correspondiente a ciertas frecuencias es absorbida y no las otras; una capa de algunos metros de agua aparece azul porque las otras frecuencias fueron absorbidas (figura 5.4).

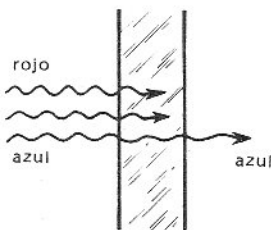


Figura 5.4

(b) **Absorción con emisión de radiación.** En otros casos, la energía luminosa se convierte en energía luminosa con ciertas características como hemos visto en la sección anterior con los fenómenos de resonancia, fluorescencia y fosforescencia.

5.4 Principio de Huygens

Este principio permite explicar la propagación de las ondas.

Para las ondas mecánicas, una fuente de ondas pone a vibrar algunas moléculas del medio y éstas, actuando como fuentes secundarias, hacen vibrar las moléculas vecinas y así sucesivamente. Este hecho, generalizado a todas las ondas, constituye el principio de Huygens: *Cada punto de un frente de onda actúa como una nueva fuente de ondas.*

Este principio nos proporciona un método geométrico para encontrar la forma de un frente de onda a partir de un frente de onda anterior. En efecto, sea un frente de onda S a un momento dado (figura 5.5). Cada punto de S puede ser considerado como una nueva

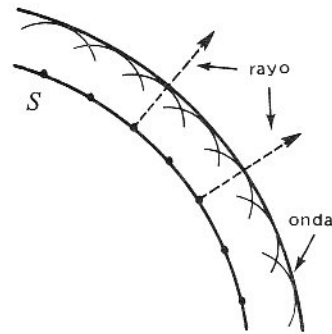


Figura 5.5

fuelle y por tanto emite una *onda secundaria* que a un tiempo Δt más tarde es una esfera de radio $v \Delta t$, en un medio homogéneo. El nuevo frente de onda es la superficie tangente o envolvente a todas estas ondas secundarias. El *rayo luminoso* será definido como la recta perpendicular al frente de onda.

Se puede ilustrar este principio por medio de ondas en una cubeta de agua, dividida por un obstáculo con una pequeña abertura S' (figura 5.6). Si se crea una onda a partir de S , se nota que las ondas del otro lado del obstáculo son centradas sobre S' ; se dice que la luz se *difractó*.

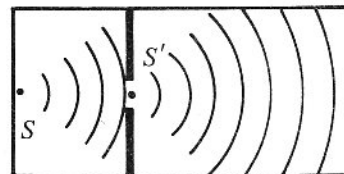


Figura 5.6

5.5 Receptores de la luz

(a) El ojo

La luz que proviene de un objeto, incide sobre el ojo y por medio de un sistema convergente forma una imagen luminosa del objeto, sobre la retina (figura 5.7). Cada punto de esta imagen se transforma en señal eléctrica, gracias a las células de la retina, señal que es llevada por el nervio óptico hasta el cerebro, en donde la sensación visual se realiza. Pero el ojo es sensible solamente a un pequeño campo del espectro total de las radiaciones electromagnéticas, desde $\lambda_v = 0,4\mu$ (violeta) hasta $\lambda_r = 0,76\mu$ (rojo) y su sensación del color depende de la frecuencia de la luz incidente.

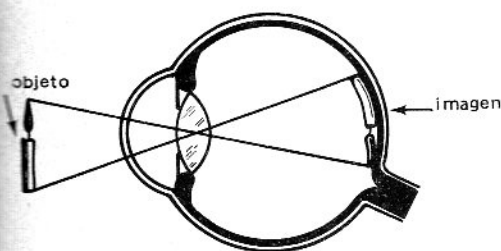


Figura 5.7

(b) La célula fotoeléctrica

La luz incidente sobre ciertas superficies puede provocar la emisión de electrones y producir una corriente eléctrica en un circuito eléctrico proporcional a la intensidad de la luz, este *efecto fotoeléctrico* es a la base de la célula fotoeléctrica (figura 5.8).

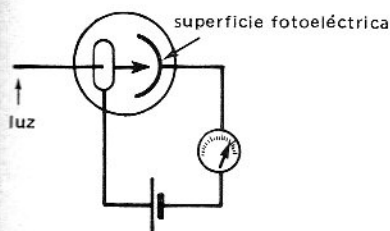


Figura 5.8

(c) La fotografía

La luz puede provocar reacciones químicas. Este efecto *fotoquímico* de la luz sobre las sales de plata es a la base de la fotografía. Cada punto de la imagen, pro-

porcionalmente a su intensidad luminosa, reduce químicamente la sal de plata en plata metálica (color negro) que se puede fijar sobre una placa.

5.6 La reflexión y la refracción

Cuando un haz de luz incide sobre la superficie de separación de dos medios transparentes, una parte de la luz *se refleja* y la otra parte penetra en el segundo medio *refractándose*. Estos fenómenos obedecen a las *leyes de Snell* que se enuncian en seguida (figura 5.9):

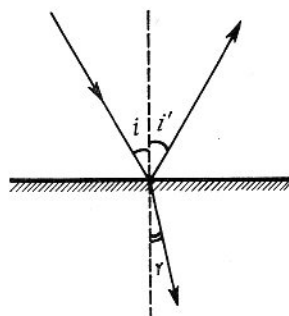


Figura 5.9

1. Los rayos incidente, reflejado y la normal a la superficie en el punto de incidencia, están en un mismo plano.

2. El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, o sea

$$i = i'$$

3. La razón del seno del ángulo de incidencia al seno del ángulo de refracción es una constante, o sea

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

n se denomina índice de refracción del segundo medio con respecto al primero.

Notas

1. Los ángulos de incidencia, reflexión y refracción son los ángulos agudos formados por el rayo correspondiente y la normal.

2. Si un haz de rayos paralelos incide sobre una superficie, puede haber:

(a) *Una reflexión especular*, cuando todos los rayos reflejados son paralelos: es el caso de los metales puli-

dos, las superficies de los líquidos y los espejos (figura 5.10(a)).

(b) Una reflexión difusa, cuando los rayos son reflejados en todas las direcciones. Eso es debido a las irregularidades de la superficie (figura 5.10(b)): es el caso de las superficies rugosas o mates.

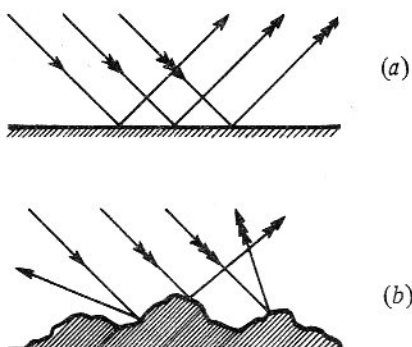


Figura 5.10

Ejemplos

1. Rotación de un espejo. Demostrar que si un espejo gira un ángulo θ , el rayo reflejado gira 2θ .

Un rayo incidente AO se refleja según OR sobre el espejo M , por tanto el ángulo $\widehat{AOR} = 2i$ (figura 5.11).

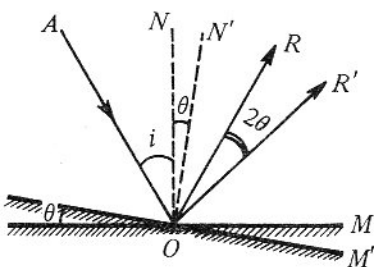


Figura 5.11

Cuando el espejo gira θ para situarse en M' , siendo AO fijo, su normal también gira θ o sea que $\widehat{NON'} = \theta$, y tenemos $\widehat{AOR'} = 2(i + \theta)$ y el rayo reflejado ha girado

$$\widehat{ROR'} = \widehat{AOR'} - \widehat{AOR} = 2(i + \theta) - 2i = 2\theta$$

2. Lámina de caras planas y paralelas. Demostrar que

el rayo emergente de una lámina de caras planas y paralelas es paralelo al rayo incidente.

La luz incide bajo un ángulo i sobre la cara superior de una lámina de índice n (figura 5.12). Con los datos de la figura 5.12 se obtiene para el rayo incidente

$$\text{sen } i = n \text{ sen } r$$

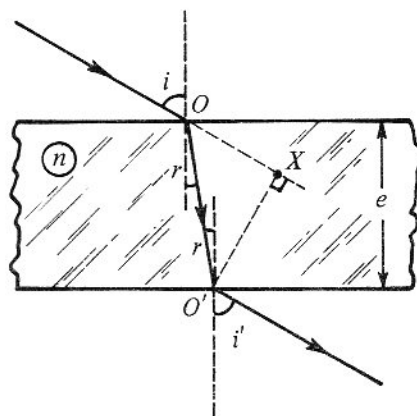


Figura 5.12

y para el rayo emergente

$$n \text{ sen } r' = \text{sen } i'$$

o sea, ya que $r = r'$ (ángulos alternos internos), $i = i'$

Esto es, el rayo emergente es paralelo al rayo incidente; no fue desviado sino desplazado una distancia XO' .

5.7 Refracción en un prisma

Se dirige un rayo incidente a una cara de un prisma como se ve en la figura 5.13. Deducir el ángulo de desviación del rayo emergente con el rayo incidente.

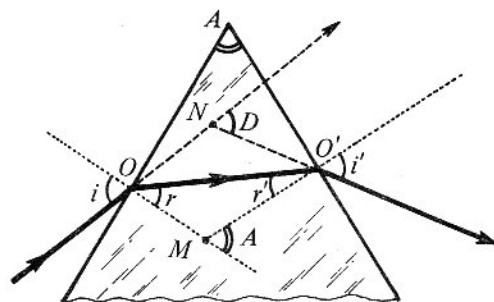


Figura 5.13

Sea M el punto de encuentro de las dos normales. En el triángulo $OO'M$, el ángulo exterior M es igual a $r + r'$ pero también al ángulo A por tener los lados respectivamente perpendiculares, o sea que

$$r + r' = A$$

De otro lado, en N , punto de encuentro de los rayos incidente y emergente, el ángulo D , ángulo externo al triángulo NOO' , es igual a

$$D = (i - r) + (i' - r') = i + i' - A$$

No olvidemos que siempre tenemos las relaciones entre los diferentes ángulos

$$\text{sen } i = n \text{ sen } r$$

$$\text{sen } i' = n \text{ sen } r'$$

Ejemplo

Deducir el ángulo de desviación en un prisma, si todos los ángulos son pequeños.

Podemos confundir $\text{sen } i$ con el ángulo i y $\text{sen } i'$ con i' y tenemos:

$$i = nr$$

$$i' = nr'$$

$$\text{y sumando } i + i' = n(r + r') = nA$$

$$\text{se deduce } D = (n - 1)A$$

5.8 Dispersión de la luz

La experiencia muestra que el índice de refracción crece cuando aumenta la frecuencia de la luz y, por tanto, según la relación anterior, la desviación de un rayo aumenta. Si luz blanca incide sobre un prisma, la experiencia muestra que se observa un *espectro continuo* de todos los colores del arco iris: es el fenómeno de la *dispersión* (figura 5.14). Esto nos muestra que la luz está formada de una serie infinita de colores.

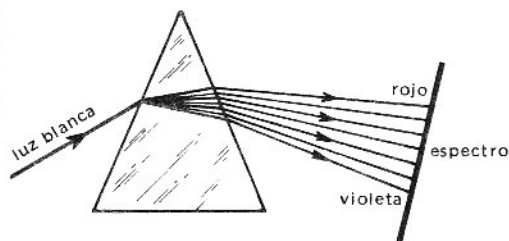


Figura 5.14

Ciertas luces (como la de sodio, mercurio, neón, y en general, todos los gases y vapores a baja presión) producen *espectros discontinuos* porque son formados solamente de algunos colores. Los *espectroscopios* son los aparatos destinados a descomponer la luz para permitir su análisis; el prisma es uno de ellos.

5.9 Reflexión total

Cuando la luz penetra de un medio menos denso ópticamente a uno más denso, por ejemplo de aire a vidrio, resulta de la ecuación

$$\text{sen } i = n \text{ sen } r$$

que r es siempre más pequeño que i , por tanto el rayo se acerca a la normal (salvo cuando $i = 0$, porque en este caso $r = 0$, no hay desviación del rayo incidente). En el caso de $i = 90^\circ$ (figura 5.15 (a)) el *ángulo de refracción límite o crítico* es

$$\text{sen } 90^\circ = n \text{ sen } r_c$$

$$(\text{sen } 90^\circ = 1)$$

$$\text{sen } r_c = \frac{1}{n}$$

Cuando la luz penetra de un medio más denso ópticamente a uno menos denso, por ejemplo de vidrio a

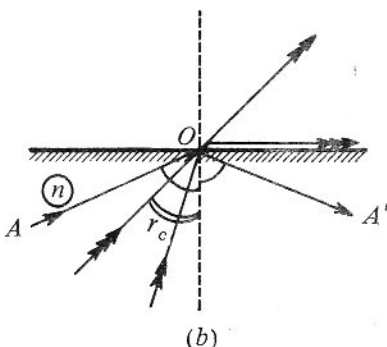
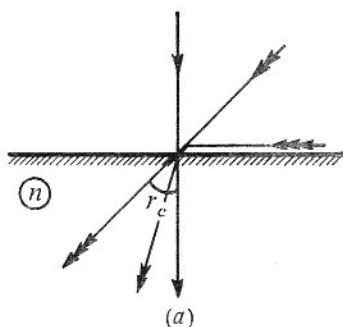


Figura 5.15

aire, el rayo refractado se aleja de la normal. Cuando el ángulo de incidencia llega a ser r_c , el ángulo emergente es 90° . ¿Qué pasará a un rayo tal AO que llega sobre la superficie con un ángulo mayor que el ángulo crítico r_c ? La experiencia muestra que toda la luz se refleja en O , rayo OA' ; se dice que hubo *reflexión total* (figura 5.15(b)). No olvidar que cuando el ángulo de incidencia es menor que el ángulo crítico, siempre hay reflexión pero la mayor parte de la luz se refracta: se dice que hay *reflexión parcial*.

Ejemplo

¿Cuál es el ángulo crítico del vidrio de índice de refracción $n = 1,5$?

Tenemos

$$\text{sen } r_c = \frac{1}{1,5} = 0,66$$

$$r_c = 42^\circ$$

Debido a que este ángulo es menor que 45° , es común utilizar prisma con ángulos de $45^\circ - 90^\circ - 45^\circ$ como superficie reflectora como muestra la figura 5.16, sin necesidad de platear ninguna superficie; refleja 100% de la luz incidente si no se tiene en cuenta la absorción de la luz por el vidrio.

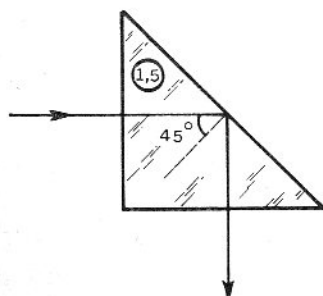


Figura 5.16

5.10 Interpretación de las leyes de Snell (modelo corpuscular)

(a) Reflexión

Consideremos una partícula que incide sobre la superficie de un vidrio (o espejo) con velocidad v cuyas componentes son: $v_t = v \text{ sen } i$ (sobre la tangente a la superficie) y $v_n = v \text{ cos } i$ (sobre la normal a la superficie) y que rebota con velocidad v' cuyas componentes son $v'_t = v' \text{ sen } i'$ y $v'_n = v' \text{ cos } i'$ (figura 5.17).

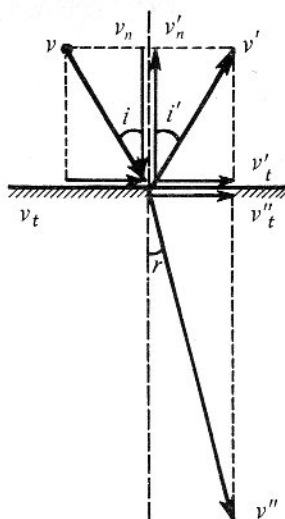


Figura 5.17

Admitiremos que el *choque es perfectamente elástico*, por tanto la energía cinética se conserva y tendremos $v = v'$ (el vidrio perfectamente rígido no absorbe ninguna energía) y que las moléculas de vidrio producen sobre las partículas de luz una *fuerza perpendicular a la superficie* por tanto, la velocidad tangencial se conserva, o sea

$$v \text{ sen } i = v' \text{ sen } i'$$

$$i = i'$$

El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

(b) Refracción

Como para la reflexión, la velocidad tangencial se conserva y por tanto la velocidad tangencial v_t en el aire será igual a la velocidad tangencial v''_t en el vidrio siendo v'' la velocidad de la luz en el vidrio (figura 5.17), o sea

$$v \text{ sen } i = v'' \text{ sen } r$$

y se deduce

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v''}{v} = n$$

El seno del ángulo de incidencia dividido por el seno del ángulo de refracción es igual a una constante n .

Así Newton demostraba las leyes de Snell, pero también mostraba que el índice de refracción n era igual a la velocidad de la luz en el vidrio sobre la velocidad de la luz en el aire. Como la experiencia muestra que n siempre es mayor que 1, la *teoría de Newton conclu-*

ye que la velocidad de la luz en el vidrio es más grande que en el aire.

5.11 Interpretación de las leyes de Snell (modelo ondulatorio)

(a) Reflexión

Consideremos el plano de onda XYZ que se desplaza en el aire con velocidad v y hace el ángulo i con una superficie reflectora (figura 5.18). El punto X primero en llegar puede ser considerado como el primer foco secundario. Mientras que la luz va de Z a Z' , el foco X produce una onda semiesférica de radio $XM = ZZ'$. El punto Y' , en el centro de XZ' , empieza a actuar como foco secundario solamente después que la luz viene de Y , llega a Y' y en este momento produce una onda semiesférica de radio $Y'N = \frac{XM}{2}$. De manera

análoga se podría hablar de todos los puntos de la onda plana cuando llegan sobre la superficie. Así el nuevo frente de onda es el plano tangente a las semiesferas y que pasa por Z , o sea hace el ángulo i' con la superficie. Como los dos triángulos XMZ' y XZZ' son iguales (triángulos rectángulos, XZ' común y $XM = ZZ'$), i es por tanto igual a i' . Como los rayos luminosos (rectas gruesas) corresponden a las rectas perpendiculares a los planos de las ondas, estos ángulos son también los ángulos de incidencia y reflexión (ángulos a lados respectivamente perpendiculares).

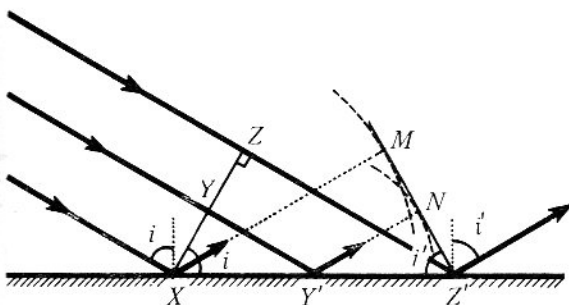


Figura 5.18

(b) Refracción

Como anteriormente, el plano XYZ llega sobre una superficie aire-vidrio.

Los puntos XY' , focos secundarios, producen también ondas dentro del medio, pero como la velocidad es diferente (la supondremos más pequeña) las semies-

feras son de radio $v''t$ y $\frac{v''t}{2}$ más pequeñas y el plano de onda refractado es tangente a estas dos semiesferas o sea el plano $X'Y'Z'$ hace el ángulo r con la superficie (figura 5.19).

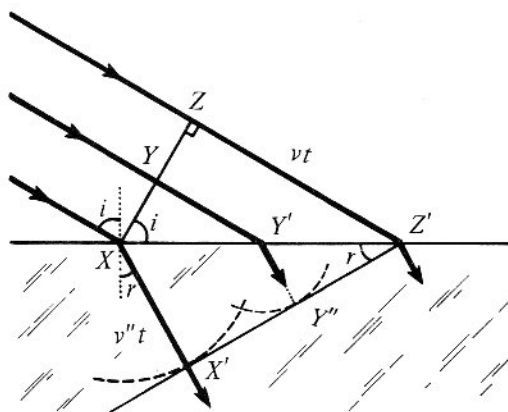


Figura 5.19

Nótese que r el ángulo entre el frente de onda refractado y la superficie es el mismo que el ángulo entre el rayo refractado y la normal a la superficie. De los triángulos XZZ' y $XX'Z'$, se deduce

$$\sin i = \frac{ZZ'}{XZ'} = \frac{vt}{XZ'} \quad \text{y} \quad \sin r = \frac{XX'}{XZ'} = \frac{v''t}{XZ'}$$

y dividiendo miembro a miembro tenemos

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v''} = n$$

Como n es más grande que 1, la teoría ondulatoria predice por tanto que la velocidad de la luz es más grande en el vacío que en el vidrio o, más generalmente, que en cualquier cuerpo transparente sólido o líquido.

Este resultado difiere fundamentalmente de la teoría corpuscular que indicaba todo lo contrario. Delante de estos resultados tan contradictorios, solamente la experiencia podía decidir. Esta la efectuó Foucault, 150 años después que Huygens enunció su principio; Foucault al medir la velocidad de la luz en el agua encontró una velocidad más pequeña que en el vacío. Este gran triunfo de la teoría ondulatoria, que también explica muy satisfactoriamente todos los fenómenos de interferencia, difracción y polarización, justificó el abandono definitivo de la teoría corpuscular de Newton.

Nota:

Es interesante introducir para cada sustancia transparente un índice de refracción con respecto al vacío igual a $\frac{c}{v}$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío y v la velocidad de la luz en el medio. Así, cuando una luz pasa de un medio de índice n_1 (ángulo de incidencia i_1) dentro de un medio de índice n_2 (ángulo de refracción i_2) tenemos

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_2} \cdot \frac{v_1}{c} = \frac{n_2}{n_1}$$

o sea

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

De esta relación simétrica, se deduce el *principio del retorno inverso de la luz*: si en un medio de índice n_2 el ángulo de incidencia es i_2 , el rayo que se refracta en el medio de índice n_1 , hará un ángulo i_1 con la normal.

Aplicaciones

5.1A Velocidad de la luz (Roemer y Fizeau)

La luz no se propaga instantáneamente; tiene una velocidad finita, por cierto muy grande. Los primeros métodos para medirla fueron:

(a) Por observaciones astronómicas de Roemer

En 1676, el danés Roemer midió el período de rotación de un satélite de Júpiter, alrededor de éste. Durante la rotación del satélite, S , alrededor de Júpiter, J (figura 5.1A) la Tierra, T , se aleja de J , y la luz procedente de S ha de recorrer una distancia más grande que en la rotación precedente, en consecuencia el período observado será mayor que el período de la rotación anterior. De la variación del período del satélite, Roemer dedujo la velocidad de la luz.

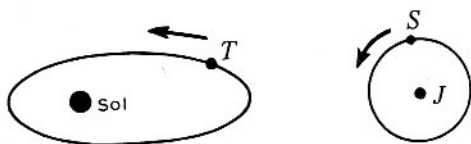


Figura 5.1A

(b) Por la rueda dentada de Fizeau

En 1849, el francés Fizeau hizo la primera medición terrestre. Una fuente luminosa, F , envía un haz de luz hacia el espejo, E , a través de una de las aberturas de una rueda dentada, como muestra la figura 5.2A.

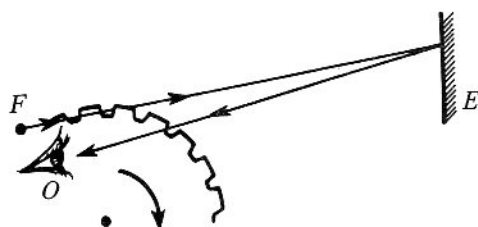


Figura 5.2A

La luz se refleja en E y regresa. Si admitimos que la rueda ha girado de tal manera que se presenta la abertura siguiente, el rayo llegará hasta el eje del observador, O . Si la velocidad de la rueda es más lenta o más rápida, el rayo reflejado se estrellará contra un diente de la rueda, y el observador no recibirá luz. Conociendo la velocidad de la rueda, el número de dientes, y la distancia rueda-espejo, se puede deducir la velocidad de la luz (ver problema).

El aparato de Fizeau fue mejorado por Foucault, quien reemplazó la rueda dentada por un espejo giratorio. Introduciendo un medio como agua en el recorrido de la luz, pudo medir la velocidad de la luz dentro del agua, y encontró que era menor que en el aire.

Michelson, en 1886, en una serie de experimentos muy famosos mostró que la *velocidad de la luz es independiente del movimiento del observador*, resultado muy sorprendente que nos muestra que la propagación de la luz es muy diferente de la propagación del sonido y en contradicción con la mecánica clásica; sería, luego, un postulado de una nueva teoría, la *relatividad*.

5.2A Aplicaciones de la reflexión total

(a) Fuente de agua luminosa

Una fuente de luz ilumina un surtidor de agua en la dirección de la salida del agua (figura 5.3A). Debido a las reflexiones totales, la luz no puede salir del chorro de agua que en fin de cuentas canaliza la luz. Al final, cuando el agua se derrama en gotitas, éstas son fuertemente iluminadas.

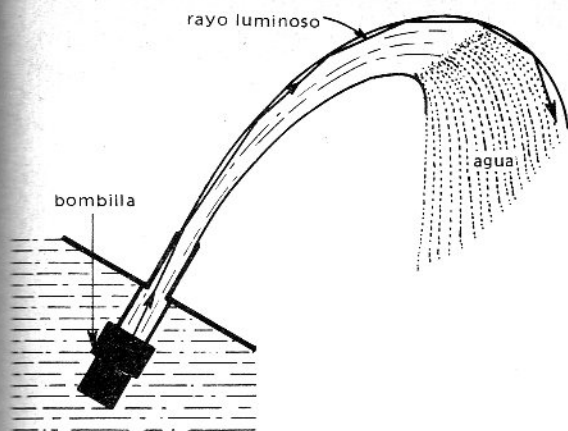


Figura 5.3A

(b) Fibras ópticas

Con el mismo principio, se utilizan haces de fibras de vidrio o de plástico muy finos que permiten conducir luz o transmitir imágenes de un lugar a otro; tales dispositivos se utilizan en cirugía para iluminar partes del cuerpo humano inasequibles a la iluminación directa.

Si se construye un haz de fibras de modo que éstas aumenten su diámetro progresivamente, tendremos un amplificador de imágenes (figura 5.4A) que podría ser útil para aumentar las pantallas de televisión.

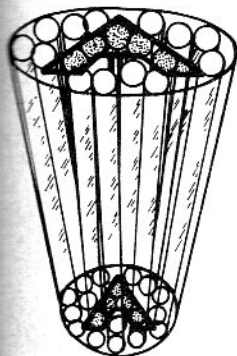


Figura 5.4A

Si las fibras son entrelazadas, aplicando una imagen de un lado, tendremos del otro lado una imagen completamente irreconocible. Pero si inversamente se aplica esta imagen a este haz de fibras invertido, y solamente a estas fibras, se reconstruirá la imagen original. De aquí su utilización por los espías para transportar imágenes supersecretas.

(c) Espejismo

Durante los días calientes del verano, las capas de aire en contacto con el suelo se dilatan y por tanto su índice de refracción disminuye. Si un rayo luminoso llega sobre estas capas, con un ángulo de incidencia mayor que el ángulo crítico, se reflejará totalmente (figura 5.5A) y se podrán observar imágenes invertidas de los objetos lejanos.

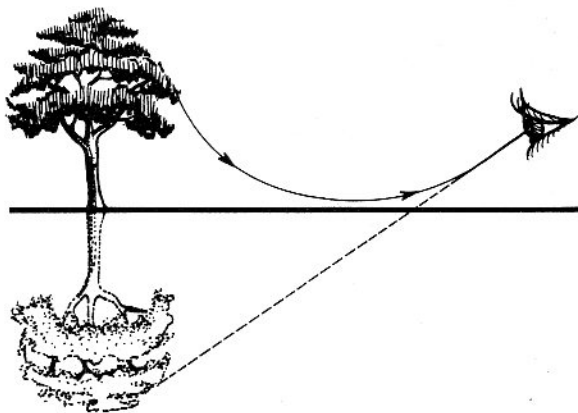


Figura 5.5A

Así tendremos la impresión que el suelo es un espejo o que está mojado. Este fenómeno es muy común en verano en las carreteras pavimentadas y en los desiertos.

5.3A ¿Por qué el cielo es azul?

Cuando la luz blanca atraviesa el aire, ciertas frecuencias de la luz, particularmente las de los colores violeta-azul, excitan los átomos en su recorrido y éstos a su

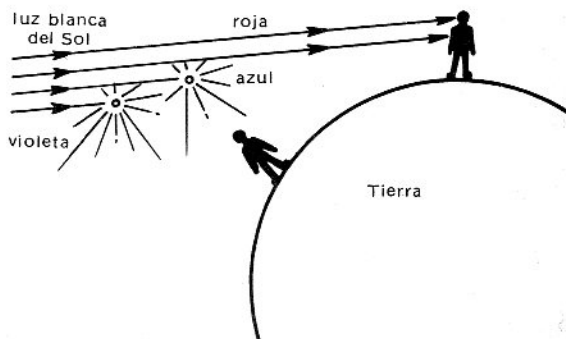


Figura 5.6A

vez reemiten en todas las direcciones, por resonancia, la misma frecuencia.

Por tanto, la luz azul-violeta es sustraída del haz original y dispersada en todas las direcciones y la luz roja continúa su camino sin desviación. Esto explica por qué vemos el cielo azul de día y el cielo rojo en las puestas del Sol (figura 5.6A).

Problemas

5.1 Se dice que la luz es "invisible". Comentar esta afirmación.

5.2 ¿Por qué una persona ve la luz solar penetrar por las rendijas de las persianas, en un cuarto oscuro?

5.3 Un astronauta está a mitad del camino entre la Tierra y la Luna. ¿Cómo le aparecerá el cielo alrededor de la Luna y alrededor de la Tierra? No olvidar que la Tierra tiene atmósfera y la Luna no.

5.4 ¿Qué distancia recorre la luz en un año? Esa distancia se denomina año-luz.

5.5 El parsec es una medida de distancia astronómica de 3,26 años luz. ¿Cuánto vale esta distancia en km? Resp. 3×10^{13} km.

5.6 En fotografía en blanco y negro, se utilizan filtros ligeramente amarillos para que las nubes aparezcan blancas sobre un fondo oscuro. ¿Por qué?

5.7 En el experimento de la rueda dentada, la distancia de la rueda al espejo es D , el número de dientes de la rueda es n y la rueda gira N vueltas por segundo. Mostrar que la velocidad de la luz es:

$$c = 2 n N D$$

(Se puede calcular el tiempo de ida y vuelta de la luz y también el tiempo que emplea la rueda para girar de una abertura a otra).

5.8 ¿Cuál es la velocidad de la luz en el agua y en un vidrio si los índices de refracción respectivos son $\frac{4}{3}$ y 1,5? Resp. 225.000 km/seg; 200.000 km/seg.

5.9 La velocidad de la luz en el diamante es 125.000 km/seg. ¿Cuál es el índice de refracción del diamante? Resp. 2,4.

5.10 ¿Cuál es la longitud de onda en el agua ($n = 4/3$) y en un vidrio ($n = 3/2$) de la luz naranja cuya longitud de onda en el vacío es $0,6 \mu$? Resp. $0,45 \mu$; $0,4 \mu$.

5.11 ¿Cuál es el índice de refracción del líquido de la cubeta de la figura 5.1P? Resp. $4/3$.

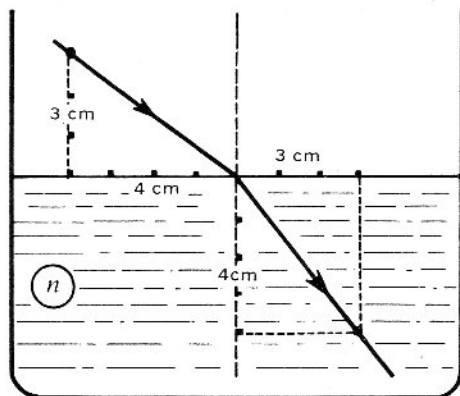


Figura 5.1P

5.12 Para construir el rayo refractado se utiliza el siguiente proceso. Sea un rayo incidente AO (figura 5.2P). Desde O como centro, dibujemos un semicírculo de radio 1 y otro de radio n . Se prolonga el rayo incidente hasta M y de aquí dibujemos la perpendicular a la superficie MH hasta que encuentre el círculo de radio n en N ; el rayo ON es el rayo refractado. Mostrar que esta construcción es correcta.

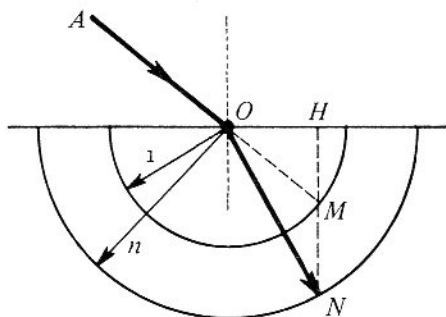


Figura 5.2P

5.13 Tres rayos inciden con ángulos de 30° , 45° y 60° sobre la superficie de una semiesfera de vidrio de índice de refracción $\sqrt{2}$ como muestra la figura 5.3P. Dibujar los rayos refractados o reflejados. Resp. Emergen dos rayos con ángulos 45° y 90° , el tercero se refleja totalmente.

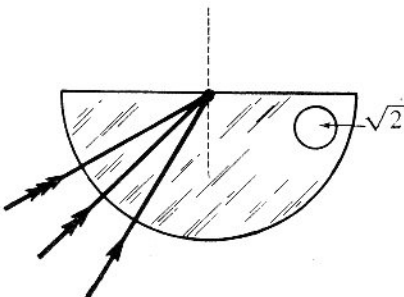


Figura 5.3P

5.14 Un rayo luminoso incide con un ángulo de 53° sobre agua de índice 4/3. ¿Cuál es el ángulo de refracción? Resp. 37° .

5.15 Mostrar que si el rayo reflejado y el rayo refractado son perpendiculares, tenemos $t g i = n$, siendo i el ángulo de incidencia y n el índice de refracción. (Recordar $\sin(90^\circ - i) = \cos i$).

5.16 Un rayo luminoso incide con un ángulo de 90° sobre un vidrio y se refracta con un ángulo de 37° . (a) ¿Cuál es el ángulo de refracción crítico? (b) ¿Cuál es el índice de refracción de este vidrio? Resp. 37° ; 1,66.

5.17 ¿Cuál es el ángulo de refracción crítico para un cuerpo de índice de refracción 2? Resp. 30° .

5.18 Para medir pequeños ángulos se utiliza el método de Poggendorff. Consiste en un pequeño espejo M fi-

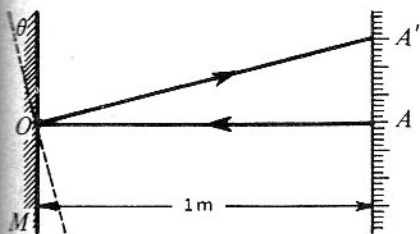


Figura 5.4P

La naturaleza de la luz

Desde los tiempos más remotos, el hombre ha tratado de explicar los fenómenos producidos por la luz. Hablaremos aquí de las diferentes teorías que ha desarrollado y mostraremos de paso, cómo una ciencia experimental, como la física, avanza con el transcurso del tiempo.

1 Teorías antiguas

(a) *Los atomistas* (Leucipo — Demócrito — Epicuro — Lucrecio — VI y V siglos a. C.)

La materia no puede subdividirse indefinidamente; en último término consta de partículas llamadas *átomos*. Demócrito enseñaba: "Las únicas cosas que existen son los átomos y el espacio vacío; todo lo demás es simple opinión".

La luz, según ellos, eran los átomos emitidos por los cuerpos y cuando golpeaban el ojo, producían la sensación visual.

jado sobre un eje O . Un rayo luminoso AO , perpendicular al espejo, regresa sobre una escala graduada como muestra la figura 5.4P, situada a 1 metro de distancia. Si el espejo gira un ángulo muy pequeño θ , el rayo reflejado gira e ilumina la graduación A' de tal manera que $AA' = 6$ mm. ¿Cuánto vale el ángulo θ ? Resp. 3×10^{-3} radianes.

5.19 Mostrar que el desplazamiento lateral del rayo incidente en una lámina de caras planas y paralelas de espesor e (distancia XO' en la figura 5.12) es

$$XO' = e \frac{\sin(i - r)}{\cos r}$$

5.20 Un rayo luminoso incide con un ángulo de 53° sobre una cara de un prisma de ángulo $A = 74^\circ$ y de índice 4/3. (a) ¿Con qué ángulo sale el rayo emergente? (b) Deducir el ángulo de desviación del rayo emergente con el rayo incidente. Resp. 53° ; 32° .

*5.21 Si en un prisma de ángulo A , el ángulo incidente i es igual al ángulo emergente i' , el ángulo de desviación D es mínimo.

Demostrar en este caso, que el índice de refracción es:

$$n = \frac{\sin \frac{A + D}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

(b) *Aristóteles* (384 — 322 a. C.)

Creía que el ojo o el objeto emitían "tentáculos" invisibles muy livianos que, cuando entraban en contacto, producían la visión.

Ninguna de estas dos escuelas filosóficas pudo probar sus puntos de vista y todo fue una simple especulación.

Experimentalmente los griegos descubrieron la ley de la reflexión y estudiaron la refracción, sin llegar a ninguna ley.

(c) *Tolomeo* (siglo I d. C.)

Conocido por su sistema planetario, estudió la refracción y encontró que el ángulo de incidencia es proporcional al ángulo de refracción. Actualmente sabemos que esta conclusión es solamente válida para los ángulos pequeños.

2 Siglo XVII

Después de “la noche científica” de la Edad Media, el siglo XVII vio a la física descansar seriamente en bases experimentales. Sobre nuestro tema tenemos:

(a) Kepler – Snell – Descartes

Concluyen los estudios sobre la refracción y descubren la ley de la refracción o ley de Snell.

(b) Grimaldi (1618 – 1663) Huygens (1629 – 1695)

Grimaldi observa que la luz se “curva” alrededor de los objetos, exactamente de la misma manera que lo hace el sonido; es lo que llamamos un fenómeno de *difracción*.

De otro lado Huygens demuestra que es posible explicar la reflexión y la refracción de la luz, suponiendo que ésta es un movimiento ondulatorio; en la refracción, el punto de vista de Huygens implica que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire.

Grimaldi y Huygens no profundizaron sus observaciones y sus ideas cayeron completamente en el olvido.

(c) Newton (1642 – 1727)

Sus leyes sobre la mecánica representan la primera gran síntesis en la historia de la física. Trató de aplicar su mecánica a la óptica. Supuso, como los atomistas griegos, que los objetos luminosos emiten corpúsculos materiales que llamó *fonones*. Así pudo explicar las leyes de la reflexión y de la refracción, pero la explicación de la segunda exige que la velocidad de la luz en el agua sea mayor que en el aire.

Para explicar la difracción y la sensación del color, utilizó la hipótesis del *éter*, fluido que llenaba todos los espacios que no están ocupados por partículas materiales y postulaba la existencia de ondas — no de ondas luminosas sino de ondas producidas en el *éter* por las partículas de luz como lo hacen las piedras cuando se arrojan en el agua — y estas ondas de distintas frecuencias daban la sensación de los diferentes colores.

Debido a la autoridad de Newton, durante más de un siglo, nadie puso en duda la teoría de las partículas. Solamente en el siglo XIX, se vio a los primeros físicos liberarse de esta “autoridad” y regresar a la teoría ondulatoria de Huygens.

3 Siglo XIX

(a) Young (1773 – 1829) Fresnel (1788 – 1827)

Si la luz es una onda, debe ser posible producir interferencias entre dos ondas luminosas o sea que luz más luz puede producir oscuridad. Después de muchos en-

sayos, Young logró su famosa experiencia de los “huecos de Young”; midió la longitud de onda de la luz y asoció definitivamente esta cantidad esencialmente ondulatoria al concepto de luz.

Fresnel mejoró todos los experimentos de interferencia y de difracción y formuló la teoría matemática completa de las ondas luminosas.

(b) Fizeau – Foucault

En 1849, Fizeau determinó con precisión, por métodos terrestres, la velocidad de la luz en el aire, velocidad que habría sido medida por métodos astronómicos en 1676 por Roemer.

En 1850 Foucault perfeccionó el método de Fizeau y logró medir la velocidad de la luz en los líquidos y encontró que es menor que en el aire. Es el gran triunfo de la teoría ondulatoria y el abandono completo de la teoría corpuscular.

Sin embargo quedaba una incógnita: *el éter*, soporte de las ondas luminosas. Si las ondas luminosas son análogas a las ondas sonoras, el *éter* debe tener una densidad menor que la del aire y una dureza mayor que la del acero; lo que evidentemente son dos propiedades contradictorias.

(c) Maxwell (1831 – 1879) – Hertz

Así como las ecuaciones de Newton (después de los trabajos de Galileo) resumen toda la mecánica, las ecuaciones de Maxwell (después de los trabajos de Ampère y Faraday) sintetizan todo el electromagnetismo.

Maxwell demostró teóricamente que cargas aceleradas producen en el espacio un campo eléctrico y magnético que se propaga a la velocidad de la luz sin necesidad de soporte material y que llamó *onda* o *radiación electromagnética*; anticipó que la luz es una de esas ondas.

En 1888, Hertz verificó experimentalmente todas las predicciones de Maxwell. Produjo ondas electromagnéticas y reprodujo los fenómenos de reflexión, refracción, interferencia y difracción; midió la longitud de onda y la velocidad de propagación, siempre de acuerdo con la teoría de Maxwell: las ondas luminosas son por tanto ondas electromagnéticas.

Al final de ese siglo, los físicos creían que la naturaleza de la luz era perfectamente conocida. Pero quedaban dos fenómenos que la teoría de Maxwell no podía explicar: *las radiaciones emitidas por los cuerpos calientes* y *el efecto fotoeléctrico*.

4 Siglo XX

(a) Planck (1858 – 1946) Einstein (1879 – 1955)

En 1900, Planck trató de explicar la emisión de radiación por los cuerpos calientes, lanzando la hipótesis

que la emisión se hace por *cuantos* o "paquetes" de energía.

En 1905, Einstein recogió la idea de Planck, y, admitiendo que la luz es una onda, supuso que la energía de la luz se encuentra concentrada en cuantos o *fotones*, empleando la misma palabra que Newton. Así pudo explicar con éxito el efecto fotoeléctrico.

En su teoría de la relatividad muestra que la materia no es sino una forma condensada de la energía, por tanto, esos fotones podrían comportarse como partículas materiales. En efecto, en 1923, *Compton* mostró que los choques entre fotones y electrones obedecen a las mismas leyes que los choques entre partículas materiales.

Así vemos que la luz tiene un doble comportamiento; *ondulatorio* para los fenómenos de interferencia y difracción, y *corpúscular* para los fenómenos de choque con la materia.

(b) De Broglie

La materia se ha mostrado siempre bajo su aspecto corpúscular; ¿no podría tener también un aspecto ondulatorio como la luz? En 1924, De Broglie lanzó esta idea y asoció una onda de cierta longitud de onda a una partícula de masa y de velocidad dadas.

Esta hipótesis fue verificada algunos años más tarde por *Davisson y Germer*, quienes produjeron la difracción de un haz de electrones y midieron sus longitudes de onda. Posteriormente se ha logrado producir la difracción de muchas otras partículas. La materia tiene por tanto también un doble comportamiento.

Así vemos que para explicar los fenómenos de la luz (y de la materia) tenemos a nuestra disposición dos modelos, pero ni el uno ni el otro separadamente pueden explicar todos los fenómenos; en consecuencia no existe el módulo ideal de la luz (ni tampoco de la materia). Hasta nuestros días, nunca se ha observado un fenómeno en el cual los dos comportamientos de la luz (o de la materia) se presenten simultáneamente como onda y como corpúsculo. De manera que, según el caso, podemos utilizar el modelo que mejor nos convenga.

(c) Schrodinger – Heisenberg – Dirac

Estos físicos unificaron en forma de ecuaciones todas las teorías y modelos anteriores; fundaron lo que se llama la *mecánica cuántica*. Ya no es posible emplear modelos físicos que permitan una representación visual de la realidad; los modelos son ahora ecuaciones, son modelos matemáticos.

5 Conclusión

Mostrando las diferentes teorías que el hombre ha hecho sobre la naturaleza de la luz podemos ver cómo progresa la ciencia experimental; se hacen observaciones, se deducen leyes y se crea un modelo que explica estos hechos y que prevé otros fenómenos. Si ciertos resultados experimentales no pueden ser explicados por este modelo, será necesario modificarlo o restringir su aplicación o cambiarlo.

Espejos planos y esféricos

La óptica geométrica se refiere al comportamiento de los haces luminosos en los instrumentos ópticos; pero considerando solamente los rayos luminosos, concepto muy útil porque permite efectuar construcciones geométricas simples.

En este capítulo, estudiaremos especialmente la formación de las imágenes en los espejos planos y esféricos.

6.1 Propagación rectilínea de la luz

Hechos de observación muestran que la luz se propaga en línea recta: iluminación de las partículas de polvo por la luz del Sol que penetra en un cuarto oscuro, o por los faros de un auto de noche.

Tomemos 3 pantallas con un hueco en el centro y alineemos verticalmente los tres huecos con ayuda de una plomada (figura 6.1). Pongamos una bombilla

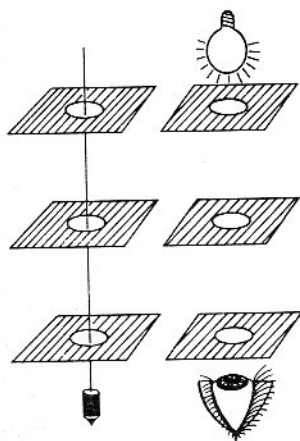


Figura 6.1

arriba del primer hueco y miremos detrás del tercer hueco en la dirección de la bombilla. Veremos la luz y podremos recoger la luz en una hoja de papel. Si se desplaza transversalmente una de las pantallas, la luz no llegará al ojo ni tampoco sobre la hoja de papel.

En consecuencia podemos postular: *en un medio transparente y homogéneo, la luz se propaga en línea recta*. Sobre este principio y aplicando las leyes de Snell a estos rayos, descansa toda la óptica geométrica.

6.2 Sombra y penumbra

Una fuente luminosa puntual (puede ser una pequeña abertura circular iluminada por una bombilla) emite luz que incide sobre un cuerpo opaco, por ejemplo una bola de billar (figura 6.2).

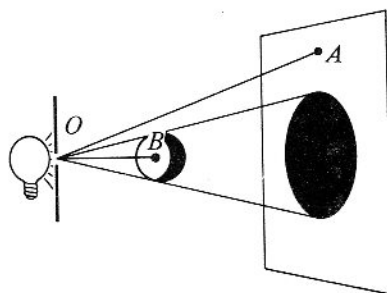


Figura 6.2

Ciertos rayos, como OA , llegan hasta la pantalla pero otros, como OB , son interceptados por la bola. Finalmente, sobre la pantalla se verá una región oscura; es la *sombra* de la bola. Los rayos luminosos tangentes a la bola delimitan el contorno de la sombra.

Si la fuente luminosa es extensa, una bombilla esmerilada por ejemplo, el fenómeno es más complejo.

En la figura 6.3, se nota:

- (a) De A hacia X , la pantalla recibe luz de todos los puntos de la fuente.
- (b) De A a B , la pantalla recibe luz de los puntos cercanos a M pero no de los puntos cercanos a N ; esta región es la *penumbra*, de muy blanca cerca de A se vuelve más y más oscura cerca de B , gradualmente.
- (c) De B a B' , la pantalla no recibe ninguna luz: es la *sombra*.

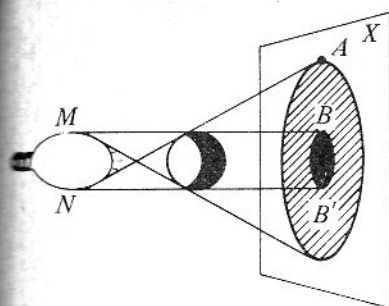


Figura 6.3

En conclusión, por simetría tendremos sobre la pantalla un círculo bien negro, rodeado de una región concéntrica que empieza oscura y que se vuelve más y más clara.

Ejemplos: Eclipses

Cuando el Sol, la Luna y la Tierra se presentan en línea recta en este orden, se dice que hay *eclipse de Sol*. El Sol es la fuente luminosa extensa, la Luna el cuerpo opaco y la Tierra es la pantalla (figura 6.4).

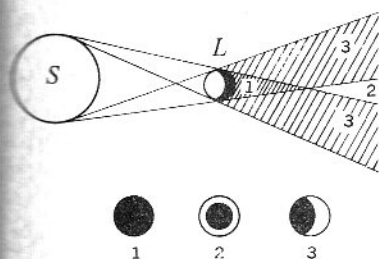


Figura 6.4

Si una región de la Tierra se encuentra:

- (a) En 1, no recibirá luz alguna; el eclipse es *total*.
- (b) En 2, recibirá luz de las partes periféricas del Sol; el eclipse es *parcial, pero anular*.
- (c) En 3, recibirá luz de un borde del Sol; el eclipse es *parcial*.

En los eclipses de Luna, la Tierra es el cuerpo opaco que produce, sobre la Luna, sombra y penumbra que se pueden observar desde la Tierra.

6.3 Objetos e imágenes

Sea un sistema óptico, S , un conjunto de medios transparentes y homogéneos dispuestos los unos detrás de

los otros y separados por superficies generalmente esféricas o planas.

Un punto luminoso A , que llamamos *objeto*, envía sobre S un haz divergente; el punto puede ser luminoso por sí mismo o tener una superficie rugosa que refleja luz en todas las direcciones.

Este haz penetra en el sistema óptico, lo atraviesa y se transforma en haz emergente (figura 6.5). La forma de este haz depende de la constitución del sistema óptico y de la posición de A . Se puede distinguir:

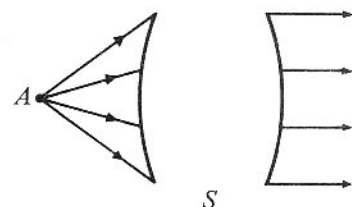


Figura 6.5

(a) Un haz *emergente paralelo*; diremos que la imagen A' de A está en el *infinito* (figura 6.5).



Figura 6.6

(b) Un haz *emergente convergente en A'* ; diremos que A' es la *imagen real* de A (figura 6.6). Si nuestro ojo está en O , no veremos A' , porque ningún rayo que forma este punto llega al ojo; si el ojo está en O' en el interior del haz el ojo verá A' . Si en A' se pone una pantalla hecha de vidrio esmerilado, veremos sobre la pantalla un punto luminoso desde cualquier posición debido a la luz dispersada por la pantalla en todas las

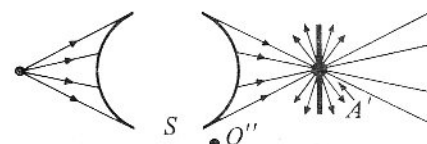


Figura 6.7

direcciones (figura 6.7). Evidentemente, si la pantalla es opaca pero mate, solamente delante de la pantalla (en O'' por ejemplo) se podrá ver A' .

En conclusión, una *imagen real puede ser recibida en una pantalla*.

(c) Un haz emergente divergente que parece provenir de A' ; diremos que A' es una *imagen virtual* de A (figura 6.8).

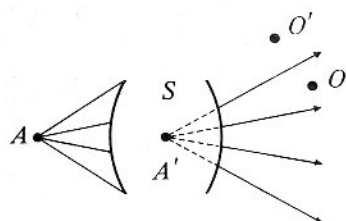


Figura 6.8

El ojo puesto en O' no verá nada, pero puesto en O , dentro del haz tendrá la impresión que en A' existe un punto luminoso; evidentemente, una *imagen virtual no puede ser recibida en una pantalla*.

En todo lo visto anteriormente, el objeto era real. Pero puede presentarse un caso distinto.

Consideremos un objeto real A y admitamos que el sistema óptico S nos dé una imagen real A' . Ahora pongamos un nuevo sistema óptico S' antes que los rayos converjan en A' (figura 6.9). Penetrando dentro

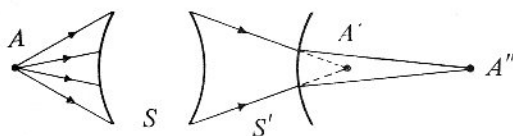


Figura 6.9

del nuevo sistema los rayos cambian de dirección y forman la imagen A'' ; diremos que A' es un *objeto virtual* para el sistema S' . Así una imagen real en un sistema puede ser objeto virtual para otro sistema.

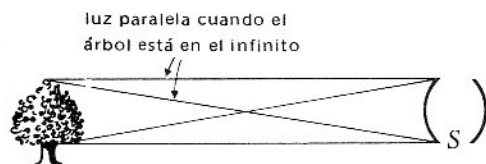


Figura 6.10

Es importante notar que si un objeto está situado muy lejos (digamos, en el infinito) cada punto del objeto envía sobre un sistema óptico S un haz de luz prácticamente paralelo, pero todos los haces no son paralelos entre ellos (figura 6.10).

6.4 Imágenes en los espejos planos

Dado un objeto estudiemos ahora el problema de encontrar la imagen dada por un espejo plano.

Sea el objeto A situado a una distancia s del espejo. todos los rayos que emite consideremos el rayo AO , normal al espejo, y un rayo arbitrario AO' que incide con el ángulo de incidencia i (figura 6.11). Los rayos reflejados son OA y $O'R$. Como divergen, los prolongamos mediante líneas de trazos, hacia el interior del espejo; estas líneas se cortan en A' situado a una distancia s' del espejo. Como el ángulo θ es igual a i (alternos internos) y como el ángulo θ' es igual a i' (correspondientes) y debido a que $i = i'$ (ley de Snell) se concluye que $\theta = \theta'$ y, por tanto, los triángulos rectángulos AOO' y $A'O'O$ son iguales y por consiguiente

$$s = s'$$

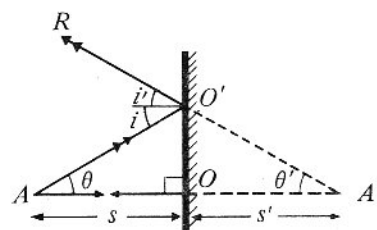


Figura 6.11

El resultado es cierto cualquiera que sea el ángulo de incidencia ya que no aparece en el resultado. En conclusión, *todos los rayos que salen de A después de su reflexión parecen venir de A'; A' es la imagen virtual de A*.

Si el objeto es finito, como la mano de una persona, cada punto del objeto tiene una imagen virtual simétrica, por tanto tendremos una *imagen virtual simétrica* con respecto al espejo. La imagen de una mano derecha es una mano izquierda, y si un objeto gira a la derecha, su imagen gira a la izquierda.

6.5 Aproximación de Gauss

A fin de simplificar nuestros futuros cálculos vamos a admitir, a partir de ahora, que todos los ángulos de in-

ciencia y refracción son muy pequeños, de tal manera que $\theta = \sin \theta = \tan \theta$, en donde θ está expresado en radianes. En este caso la ley de Snell de la refracción $n \sin i = n' \sin i'$ se convierte en $ni = n'i'$.

Los rayos que satisfacen esta condición son siempre casi paralelos al eje de los sistemas ópticos; los denominamos rayos *paraxiales*.

Esta aproximación llamada de Gauss nos simplificará las relaciones entre la posición del objeto y la de la imagen para cualquier tipo de superficie reflectante o refringente.

6.6 Imágenes en los espejos esféricos

Cuando la superficie reflectante es curva, la ley de la reflexión también se aplica pero la posición y el tamaño de las imágenes son muy diferentes de las imágenes dadas por los espejos planos. Los espejos esféricos son casquetes esféricos que son *cóncavos* o *convexos*, según que el espejo refleje la luz desde el interior o desde el exterior de la esfera.

Consideremos un objeto A situado sobre el eje de simetría, a la distancia s de un espejo cóncavo de radio R y cuyo centro de curvatura es C .

El rayo AV en la dirección del eje, hacia el vértice del espejo, regresa sobre sí mismo. Un rayo que sale de A haciendo un ángulo pequeño θ con el eje, se refleja haciendo un ángulo i con la normal CM al espejo y regresa cortando el eje en A' a una distancia s' de V y haciendo el ángulo θ' con el eje (figura 6.12).

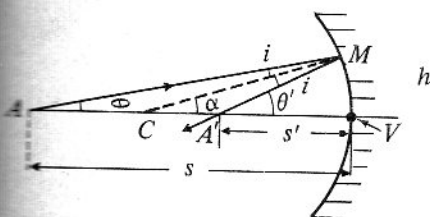


Figura 6.12

Por geometría se tiene

$$\alpha = \theta + i \text{ (ángulo exterior al triángulo } AMC)$$

$$\theta' = \alpha + i \text{ (ángulo exterior al triángulo } CMA')$$

Eliminando el ángulo i se tiene

$$\theta + \theta' = 2\alpha$$

pero como

$$\tan \theta = \theta = \frac{h}{s} \text{ (por la aproximación de Gauss)}$$

$$\tan \theta' = \theta' = \frac{h}{s'}$$

$$\tan \alpha = \alpha = \frac{h}{R}$$

y sustituyendo en la ecuación anterior, resulta

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

Como esta ecuación no contiene ningún ángulo, es también válida para todos los rayos paraxiales que salen de A y convergen en A' .

Si el objeto está en el infinito sobre el eje, la luz incide paralelamente al eje del espejo; su imagen se denomina *foco* y está situado a la distancia f del vértice del espejo llamada *distancia focal*, que se deduce de la ecuación anterior cuando $s = \infty$ y $s' = f$, o sea:

$$f = \frac{R}{2}$$

Inversamente, un objeto puesto en el foco tendrá su imagen en el infinito.

Finalmente, la ecuación de los espejos es:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

6.7 Convenio de signos para los espejos

Adoptando un convenio de signos para s, s', R, f, y, y' una sola relación nos servirá para todos los casos.

Dibujar todos los esquemas con la luz incidente propagándose de izquierda a derecha.

Las distancias s y s' son positivas si se encuentran a la izquierda del espejo.

Las dimensiones y del objeto y y' de la imagen son positivas si se encuentran por encima del eje.

El radio de curvatura R y por tanto f son positivos, si el centro de curvatura está a la izquierda.

Refiriéndonos a la figura 6.12, notamos que en este caso particular todas las magnitudes son positivas. Cualquier cambio en esta situación necesita el signo negativo.

Hay que notar que si s y s' son positivos, esto significa que el objeto y su imagen son reales y si s y s' son negativos, el objeto y su imagen son virtuales, porque están situados del otro lado del espejo, en donde no puede haber luz.

6.8 Aumento de un espejo

Para determinar el aumento, tomemos un objeto AB en forma de flecha y de altura y . Construimos su imagen $A'B'$, dibujando el rayo emitido por A que incide en V con el ángulo i y que se refleja con el ángulo i para formar A' (figura 6.13).

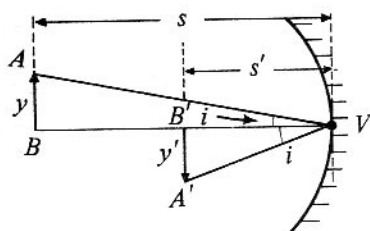


Figura 6.13

Calculemos $\tan i$ de dos maneras distintas, o sea

$$\tan i = \frac{-y'}{s'} = \frac{y}{s}$$

(el signo $-$ es necesario ya que y' es negativo y s, s', y son positivos).

Definiremos el aumento lateral de un espejo a la relación de las alturas, o sea que tendremos

$$A_l = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

6.9 Construcción de las imágenes

Consideremos un objeto pequeño que tomaremos siempre como una flecha AB perpendicular al eje, con el punto B sobre el eje.

Admitiendo que la imagen $A'B'$ es perpendicular también al eje, tendremos solamente que construir la imagen A' de A , para conocer la posición y el tamaño de $A'B'$. Para eso, algunos rayos llamados *principales* son suficientes: (figura 6.14)

- El rayo AM paralelo al eje: pasa después de reflexión por el foco F (véase la sección 6.6).
- El rayo AFN que pasa por el foco: sale después de reflexión paralelo al eje (véase la sección 6.6).
- El rayo ACP que pasa por el centro de curvatura: regresa sobre sí mismo (como coincide con un radio del espejo, incide perpendicularmente sobre la superficie).

En los próximos ejemplos, mostraremos la construcción de algunas imágenes.

Ejemplos

- Sea un espejo cóncavo de radio 20 cm. Si se coloca un objeto de 2 cm de altura a 30 cm del espejo, ¿en dónde estará su imagen y cuál será su tamaño?

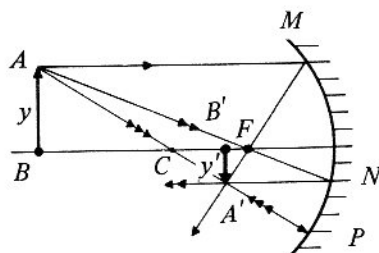


Figura 6.14

Aquí $s = +30$ cm, $R = +20$ cm (figura 6.14) y deducimos

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{s} = \frac{2}{20} - \frac{1}{30} = \frac{2}{30}$$

$$s' = 15 \text{ cm}$$

y como

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$y' = -2 \frac{15}{30} = -1 \text{ cm}$$

La imagen es real. El signo $-$ de y' nos indica que la imagen es invertida. Es siempre útil dibujar más o menos a escala la imagen, así se evitarán errores de signo o numéricos burdos.

- El mismo espejo pero el objeto está a 20 cm.

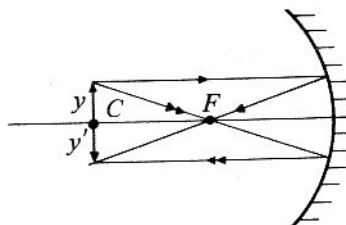


Figura 6.15

Tenemos (figura 6.15)

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{20} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

$$s' = 20 \text{ cm}$$

$$y' = -2 \frac{20}{20} = -2 \text{ cm}$$

3. El mismo espejo pero el objeto está a 5 cm.

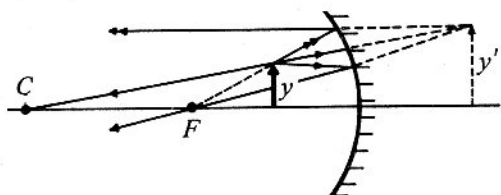


Figura 6.16

Tenemos (figura 6.16)

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{20} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{10}$$

$$s' = -10 \text{ cm}$$

$$y' = -2 \frac{(-10)}{5} = 4 \text{ cm}$$

s' negativo nos indica que la imagen está a la derecha del espejo, por tanto es virtual (no puede existir imagen real a la derecha del espejo) y derecha porque y' es positiva.

4. Sea un espejo convexo de radio 20 cm. Si se coloca un objeto de 2 cm de altura a 30 cm del espejo, ¿en dónde estará su imagen y cuál será su altura?

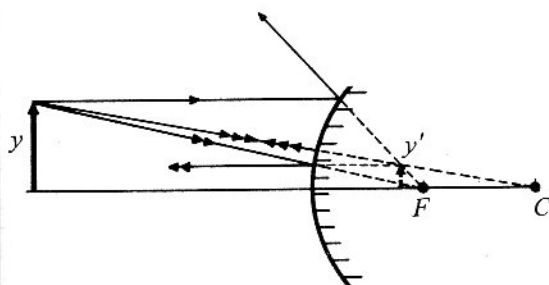


Figura 6.17

Aquí $s = +30 \text{ cm}$, $R = -20 \text{ cm}$ (figura 6.17)

y deducimos

$$\frac{1}{s'} = \frac{2}{(-20)} - \frac{1}{30} = -\frac{4}{30}$$

$$s' = -7,5 \text{ cm}$$

$$y' = -2 \frac{(-7,5)}{30} = 0,5 \text{ cm}$$

La imagen es virtual y derecha.

5. Un dentista desea mirar el interior de los dientes con un aumento de 5 por medio de un espejo esférico situado a 2 cm de los dientes (figura 6.18). ¿Cuál debe ser el radio de curvatura del espejo y cuál es la clase de espejo?

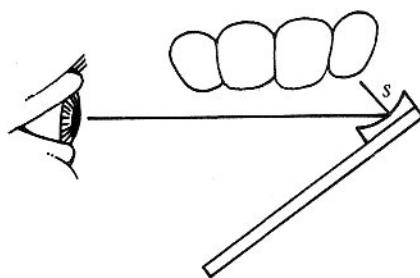


Figura 6.18

El aumento lateral es:

$$A_l = -\frac{s'}{s} = 5$$

$$\text{o sea } s' = -5s = -5 \times 2 = -10 \text{ cm}$$

y el radio de curvatura es

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{(-10)} = \frac{4}{10}$$

$$R = 5 \text{ cm}$$

Como el radio de curvatura es positivo, el espejo es cóncavo.

Aplicaciones

6.1A Cámara fotográfica sin lente

Tomemos una caja oscura en donde una cara es un vidrio esmerilado P . En el lado opuesto, se hace un hueco H por medio de una aguja (figura 6.1 A). Si dirigimos esta caja hacia un árbol bien iluminado, veremos sobre el vidrio P una imagen invertida del árbol, a todo color.

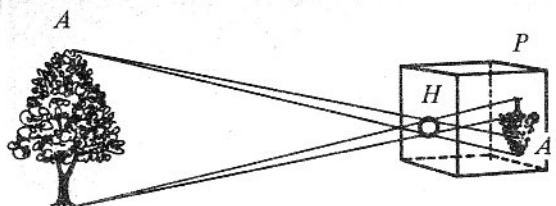


Figura 6.1A

Esto se explica porque cada punto del objeto, *A* por ejemplo, envía a la caja un haz luminoso cónico muy estrecho, limitado por el tamaño del hueco, que forma una mancha luminosa, por ejemplo *A'*, sobre el papel. Evidentemente la nitidez de la imagen dependerá del hueco *H*. ¿Por qué?

En vez del vidrio *P* se puede poner una película fotográfica y se obtendrá así una fotografía del árbol.

Este proceso de fotografía, se utiliza en arquitectura para la fotografía de dibujos y monumentos. La ventaja de este proceso es que la imagen es perfectamente semejante al original, sin ninguna distorsión. El inconveniente es que la imagen siendo muy poco iluminada, necesita un tiempo de exposición muy grande.

6.2A Combinaciones de espejos planos

Cuando se coloca un objeto entre dos espejos planos, la imagen dada por un espejo sirve de objeto virtual para el otro y así sucesivamente.

Por ejemplo, tomemos 2 espejos, dispuestos en ángulo recto (figura 6.2 A). El rayo *I* emitido por el objeto *A*,

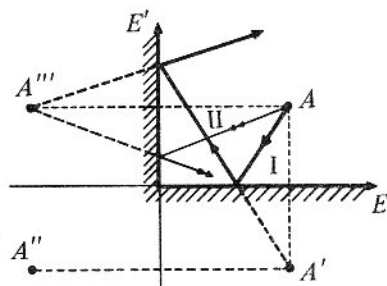


Figura 6.2A

se refleja sobre el espejo *E* e incide sobre *E'*, como si fuera emitido por *A'*, simétrico de *A* con respecto a *E*. Se refleja ahora sobre *E'* y llega al ojo como si fuera emitido por *A''*, simétrico de *A'* con respecto a *E'*. Podemos hacer el mismo razonamiento con un rayo *II* que incida primero sobre el espejo *E'*. Finalmente se observarán 3 imágenes según la posición del ojo.

Si el ángulo de los espejos es de 60° se observarán 5 imágenes. Si los espejos son paralelos se observarán una infinidad de imágenes (Figura 6.3 A).

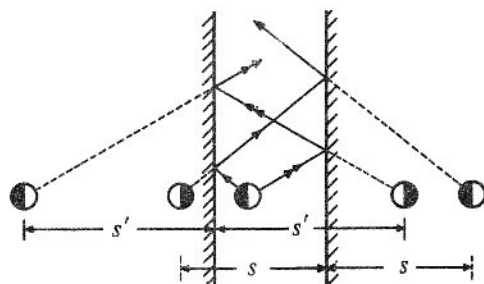


Figura 6.3A

Este fenómeno es utilizado en las salas de café, disponiendo los espejos sobre paredes opuestas, permite dar la ilusión de ver una serie de salones idénticos.

6.3A Caleidoscopio

Es una aplicación de la combinación de espejos. En un tubo de cartón se dispone de tres espejos planos que forman un prisma equilátero (figura 6.4A). A la base del prisma, se colocan trocitos de vidrios coloreados (entre un vidrio esmerilado y un vidrio transparente) que junto a las imágenes producidas por los espejos producen rosáceas de efectos artísticos muy espectaculares.

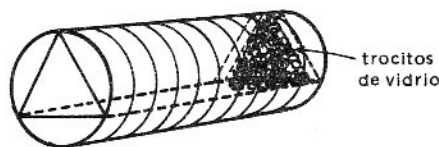


Figura 6.4A

6.4A Campo visual de un espejo plano – retrovisor

El campo visual es la región del espacio que puede observarse en un espejo.

Sea *O* el ojo del observador y *O'* su imagen (figura 6.5A). Todos los rayos de la región sombreada se dirigen hacia *O'* para formar una imagen real. Por tanto, cualquier objeto situado en esta región emite luz que después de reflexión penetra en el ojo y será visto; esta región es el *campo del espejo*. Evidentemente, el

campo depende de la posición del ojo con respecto al espejo; este hecho es utilizado en los *retrovisores* de los autos.

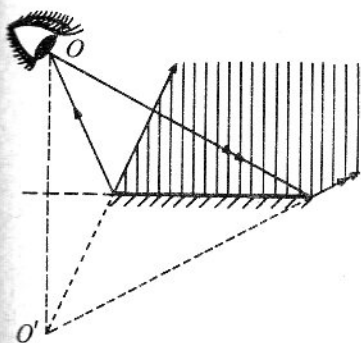


Figura 6.5A

6.5A Telémetro

Es un aparato óptico destinado a medir grandes distancias. Sobre una base firme se dispone de 4 espejos como muestra la figura 6.6A. Para un objeto muy le-

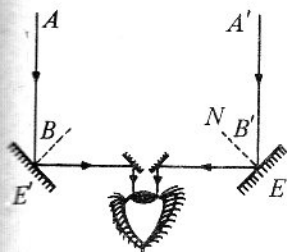


Figura 6.6A

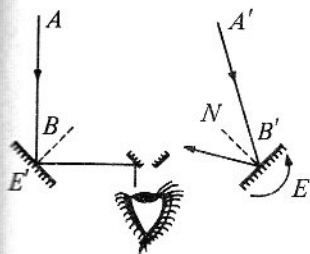


Figura 6.7A

jano los rayos luminosos llegan paralelos entre sí, como AB y $A'B'$ (figura 6.6A), y el juego de los 4 espejos los hacen reunir en el ojo. Si el objeto no es muy

lejano, los rayos AB y $A'B'$ llegan formando un ángulo entre ellos (figura 6.7A) y el rayo $A'B'$ después de reflexión no penetra en el ojo. Pero si queremos que regrese a su posición inicial, podemos girar el espejo E , un ángulo proporcional al que formaban los rayos AB y $A'B'$.

Midiendo este ángulo, y conociendo la distancia EE' se deduce la distancia del objeto al aparato. El telémetro de los aparatos fotográficos es una versión simplificada del anterior esquema con dos espejos solamente. Dejamos al lector la tarea de hacer el esquema.

6.6A Corrección del error de paralaje

Cuando una graduación no coincide con la magnitud que se quiere medir un observador puede hacer diferentes lecturas, es el *error de paralaje*.

Los espejos planos pueden evitar este error.

Los instrumentos de medidas de precisión a aguja, tienen al lado de la graduación un espejo plano. La lectura se debe hacer cuando la aguja se proyecte sobre su imagen en el espejo; en este momento, la línea de visión es perpendicular a la graduación y la lectura es correcta (figura 6.8A).

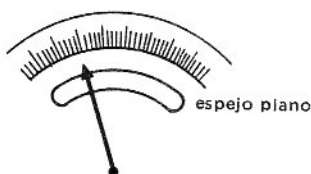


Figura 6.8A

6.7A Aplicación de los espejos esféricos

1. Si se pone una bombilla en el foco de un espejo cóncavo, se obtiene un haz de luz paralela; es el principio de todos los *proyectores*. Pero esta propiedad es válida solamente para pequeños ángulos. Si se quieren utilizar mayores ángulos, se deben utilizar espejos *parabólicos*.

2. Si un objeto está en el centro de curvatura, su imagen está también en el centro de curvatura. Se utiliza este hecho en ciertos *reflectores* o en ciertas bombillas, plateando la mitad del vidrio de la bombilla, para obtener así una imagen del filamento incandescente al lado de éste, de tal manera que en la dirección del eje óptico del espejo se consigue doble iluminación.

3. Si un objeto está situado entre el foco y el espejo

cóncavo, la imagen es virtual y aumentada. Estos espejos son utilizados para obtener de la cara una imagen ampliada; son los espejos de aumento de tocador.

4. El campo visual de los espejos convexos es muy grande (mucho más que el de los espejos planos) y dan imágenes derechas y pequeñas; estos espejos convexos se utilizan como *retrovisores* para los autos.

5. Los dos tipos de espejos se utilizan en los telescopios.

Problemas

6.1 ¿Qué tamaño debe tener el menor espejo plano vertical para que pueda verse completamente una persona que está de pie delante de él? *Resp.* La mitad de la altura de la persona.

6.2 Se coloca un espejo plano en forma de disco de 10 cm de diámetro sobre una mesa. A 20 cm arriba del espejo y sobre su eje, se encuentra una fuente luminosa puntual. (a) Encontrar la posición de la imagen de la fuente luminosa. (b) Calcular el diámetro de la mancha luminosa que se observa en el techo situado a 1,8 m de la mesa. *Resp.* (a) Imagen virtual a 20 cm por debajo de la mesa. (b) 1 m.

6.3 Un estudiante prende un fósforo a 1,5 m de un espejo cóncavo de radio 0,5 m. ¿En dónde debe situar el cigarrillo si quiere encenderlo con la imagen del fósforo? *Resp.* 0,3 m del espejo.

6.4 Un espejo cóncavo para afeitarse tiene un radio de 40 cm. ¿Cuál es el aumento lateral cuando la barba está a 10 cm del espejo? *Resp.* 2.

6.5 Un objeto de 4 cm de altura está situado a 12 cm de un espejo cóncavo de radio 8 cm. Hallar la posición, tamaño y naturaleza de la imagen. Construir la imagen. *Resp.* 6 cm; -2 cm; imagen real e invertida.

6.6 Un objeto de 4 cm de altura está situado a 12 cm de un espejo convexo de radio 8 cm. Hallar la posición, tamaño y naturaleza de la imagen. Construir la imagen. *Resp.* -3 cm; 1 cm; imagen virtual y derecha.

6.7 Un espejo cóncavo produce una imagen real e invertida cuatro veces mayor que el objeto. ¿Cuál es el radio del espejo si la distancia de la imagen al objeto es 30 cm? *Resp.* 16 cm.

6.8 Un espejo cóncavo de radio 0,5 m produce una imagen de 20 cm sobre una pantalla situada a 1,5 m del espejo. ¿Dónde estará colocado el objeto y cuál es su tamaño? *Resp.* 0,3 m; 4 cm.

6.9 A partir de la ecuación de los espejos, dibujar la curva de s' en función de s . Se tomarán algunos valores de s como por ejemplo, $s = \infty, 3/2 R, R, R/2, R/4, 0, -R/2, -R$ (siendo R el radio de curvatura) y se construirá para cada caso la imagen.

La fotografía

La fotografía es el arte de fijar sobre una placa las imágenes producidas dentro de una caja negra.

1 Histórico

Desde la Edad Media se conocía la cámara fotográfica sin lente. En el siglo XVI el napolitano Porta observó que si se ponía una lente convergente en el hueco de la caja negra las imágenes resultaban más nítidas y más luminosas. La cámara fotográfica estaba creada. Leonardo da Vinci le consagró estudios muy célebres.

En 1802, Wedgwood reprodujo por simple contacto, dibujos sobre una placa sensibilizada al nitrato de plata, pero su imagen desaparecía rápidamente.

Hacia 1815, el francés Nicephore Niepce, utilizó cierto asfalto (asfalto de Judea) dentro de la caja negra y obtuvo imágenes inalterables, positivas por primera vez en la historia. Daguerre puesto al corriente de los experimentos de Niepce, observó que una placa de cobre plateado pasado al yodo era impresionada por la luz, que la imagen se revelaba con vapores de mercurio y que se fijaba con agua salada. Así Daguerre descubrió los principios de la fotografía: el *revelador* que hace aparecer la imagen latente y la *fijación* para la conservación de la imagen para siempre. Su *daguerreotipo* es la primera solución práctica de la fotografía. Sus inconvenientes eran que necesitaban mucho tiempo de exposición y que la imagen era única.

En 1833 el inglés Talbot produce un papel especial que le permite obtener una imagen negativa de la cual se pueden sacar infinitas imágenes positivas.

2 La fotografía en blanco y negro

Sobre un soporte de vidrio o plástico, se deposita una emulsión de algunos décimos de milímetros formada de una gelatina que contiene un gran número de pequeños granos de bromuro de plata. Cuando la película fotográfica es expuesta a la luz, se produce cierta transformación en los granos que fueron directamente tocados por la luz; se dice que la película fue *impresionada* y que la imagen es *latente*.

(a) Revelado

Cuando la emulsión está puesta dentro del *revelador* (baño reductor a base de hidroquinona) los granos de bromuro iluminados, se descomponen y se transforman en plata metálica de color negro, proporcional a la cantidad de luz recibida. Los granos que no fueron iluminados, no son modificados.

(b) Fijación

Después del revelador, y siempre en la oscuridad, se introduce la película dentro del *fijador* (a base de hiposulfito) que disuelve el bromuro de plata y no tiene acción sobre la plata metálica. Por tanto, los granos no iluminados son eliminados y quedan definitivamente en la gelatina los granos negros de plata. La emulsión es ahora insensible a la luz; se dice que la imagen está fijada. Todas estas operaciones se deben hacer en la oscuridad ya que generalmente la película es sensible a todas las longitudes de ondas.

Lavando muy cuidadosamente la emulsión y secándola se obtiene finalmente un *negativo* (figura 1).

Para obtener una *copia positiva* se coloca el negativo en contacto (o una imagen ampliada) sobre un *papel fotográfico* (papel recubierto de la emulsión anterior) y se expone a una luz blanca adecuada y se repiten las operaciones de revelado y fijación como vimos anteriormente.

Generalmente, la emulsión del papel no es sensible a las grandes longitudes de ondas, de manera que se puede utilizar luz roja durante todas las operaciones del positivo.

La sensibilidad de una película, o sea el ennegrecimiento de los granos en función de la luz, se mide por medio de los grados DIN (alemanes) o ASA (americanos).

3 Fotografía en colores

(a) Fotografía de los colores de Lipmann

Es una excelente aplicación de las ondas estacionarias.

Depositamos una capa gruesa de película fotográfica en blanco y negro, sobre un espejo e iluminémosla con luz roja (paralela por ejemplo). Dentro de la película se forman planos ventrales (y nodales) a intervalos de $\lambda/2$. Revelamos la película e iluminémosla con luz blanca. Las capas ventrales (plata reducida) actúan ahora como semiespejos que reflejan los haces de luz con diferencia de camino de $2 \times \frac{\lambda}{2}$, es decir que los diferentes haces de luz roja se refuerzan por interferencia constructiva. Para las otras radiaciones, la interferencia será destructiva por el gran número de capas.

Lipmann en 1891 utilizó este proceso para la fotografía de los colores. A pesar de que es el único que reproduce muy fielmente los colores, se ha abandonado por ser de utilización muy compleja.

(b) Fotografía en tricromía

Basado en el principio de que la unión de tres colores escogidos pueden reproducir cualquier color. Se utiliza dos procesos:

(i) Mezcla aditiva de colores

La adición de tres luces de colores llamados *primarios* (azul, verde y rojo) reproduce la mayor parte de los colores de la naturaleza. Esta técnica es prácticamente abandonada y sustituida por la síntesis sustractiva.

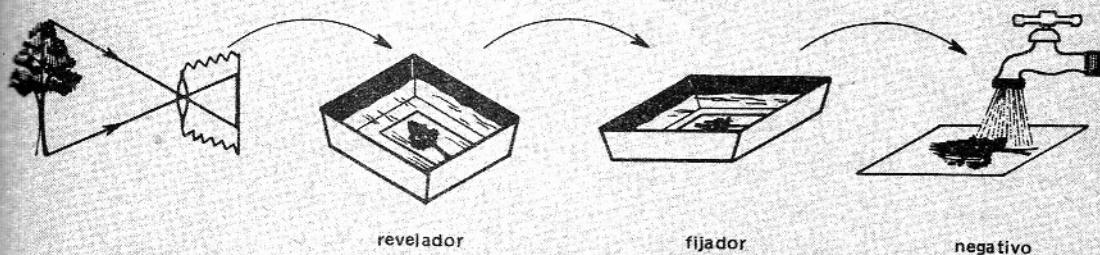


Figura 1

(ii) Síntesis sustractiva

Ciertas radiaciones coloreadas de la luz incidente que viene del objeto se sustraen por medio de filtros o pigmentos coloreados que las absorben. Por ejemplo si se sustrae la luz azul de la luz blanca, se obtiene la luz amarilla; se dice que estos dos colores son *complementarios*.

Para la fotografía en colores (Agfacolor, Ektacromo, Gevacolor. . .) se utilizan tres capas de película, cada una de ellas absorbe a uno de los colores complementarios de los colores primarios.

Cuando se ilumina con luz blanca una fotografía en colores, cada punto de la imagen absorbe ciertos colores complementarios y refleja (o transmite) los colores primarios correspondientes, lo que restituye el color original.

4 Fotografía en tres dimensiones

La causa principal para ver un objeto en tres dimensiones es la *visión binocular*: cada ojo ve una imagen distinta del objeto observado. La superposición de las dos imágenes y el esfuerzo necesario para hacer converger en un mismo punto los ejes ópticos de los dos ojos, crea la sensación de las tres dimensiones.

Se toman dos fotografías con dos objetivos separados de las distancias de los ojos y se observan las dos imágenes con un *estereoscopio* que permite a cada ojo de ver solamente la imagen que le corresponde (figura 2).

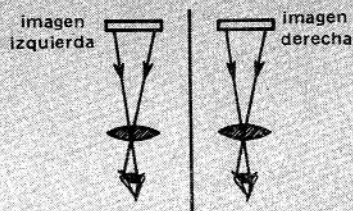


Figura 2

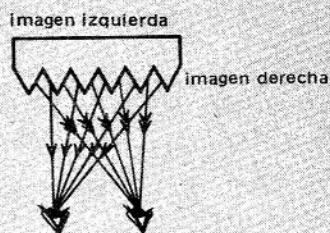


Figura 3

Para tarjetas postales se usa actualmente un papel fotográfico formado de millares de prismas minúsculos verticales (figura 3). La imagen que corresponde al ojo izquierdo se encuentra sobre las caras izquierdas de los prismas; y la otra imagen, en las otras caras. Así se supone que el ojo izquierdo verá solamente la imagen izquierda, y el ojo derecho la imagen derecha.

La holografía que tiene un principio completamente diferente, como veremos, cambiará completamente el panorama de la foto en tres dimensiones.

SIETE

Lentes-instrumentos ópticos

Una lente es un sistema óptico, generalmente de vidrio o plástico, limitado por dos superficies refringentes.

Como en el capítulo anterior, determinaremos la posición y el tamaño de la imagen de un objeto dado, localizando el lugar por donde se cruzan todos los rayos provenientes de un punto objeto y procediendo en esta forma con todos los puntos del objeto. En realidad el problema se simplifica porque seleccionamos un solo punto del objeto y escogemos solamente dos o tres rayos emitidos por este punto.

Estudiaremos solamente las lentes delgadas limitadas por superficies esféricas y cuyo espesor es despreciable comparado con las dimensiones de los radios de curvaturas y de las distancias del objeto a la lente.

7.1 Imágenes en una superficie esférica refringente

El método que vamos a utilizar para encontrar la imagen de un objeto formado por una superficie refringente es, en esencia, el mismo que para las superficies reflectantes, con la única diferencia que se utiliza ahora la ley de la refracción.

Sea un punto objeto A situado a la distancia s de la superficie esférica de radio R y de centro de curvatura C que separa dos medios de índices n y n' . El rayo AV , que incide normalmente en el vértice, pasa al segundo medio sin desviación.

El rayo AM , que forma un ángulo pequeño θ con el eje, incide haciendo un ángulo i con la normal a la superficie y se refracta según un ángulo r . Estos rayos se cortan en A' a una distancia s' de la superficie (figura 7.1).

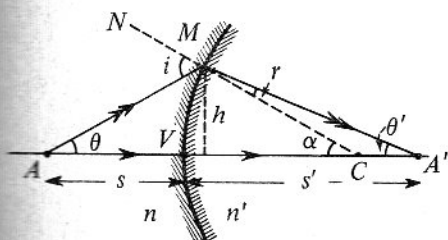


Figura 7.1

Por geometría se tiene:

$$i = \theta + \alpha \quad (\text{ángulo exterior al triángulo } AMC)$$

$$\alpha = r + \theta' \quad (\text{ángulo exterior al triángulo } CMA')$$

y de la ley de Snell:

$$ni = n'r \quad (\text{por la aproximación de Gauss})$$

De estas tres ecuaciones, eliminando i y r obtenemos

$$n\theta + n'\theta' = (n' - n)\alpha$$

pero como

$$\tan \theta = \theta = \frac{h}{s} \quad (\text{por la aproximación de Gauss})$$

$$\tan \theta' = \theta' = \frac{h}{s'} \quad (\text{por la aproximación de Gauss})$$

$$\tan \alpha = \alpha = \frac{h}{R} \quad (\text{por la aproximación de Gauss})$$

sustituyendo en la ecuación anterior, se tiene

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R}$$

La ecuación anterior es independiente de cualquier ángulo, por lo tanto es válida para todos los rayos emitidos por A y que convergen en A' .

7.2 Convenio de signos para las superficies refringentes

Para las superficies refringentes (y también las lentes) se adoptan los siguientes convenios de signos, ligeramente diferentes de los adoptados para los espejos, debido a que la luz atraviesa la superficie refringente, al contrario de los espejos.

(a) Dibujar todos los esquemas con la luz incidente propagándose de izquierda a derecha.

(b) La distancia s es positiva si se encuentra a la izquierda de la superficie o de la lente (o sea para todos los objetos reales).

(c) La distancia s' es positiva si se encuentra a la derecha de la superficie o de la lente.

(d) Las dimensiones y y y' son positivas si se encuentran por encima del eje.

(e) El rayo de curvatura R es positivo si el centro de curvatura C está a la derecha de la superficie o de la lente.

En la figura 7.1 todas las magnitudes son positivas.

Cualquier cambio en esta situación, necesita el signo negativo.

Ejemplos

1. Un objeto A dentro de un medio de índice n está situado a la distancia s de la superficie plana que lo separa otro medio de índice n' . Localizar la imagen A' (figura 7.2).

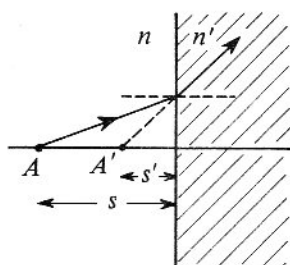


Figura 7.2

Aquí $R = \infty$, y por tanto tenemos

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = 0$$

y deducimos

$$s' = -\frac{n'}{n}s$$

La imagen es virtual porque s' es negativo.

2. Una barra cilíndrica de vidrio ($n = 1,5$) está limitada por una superficie convexa de radio 2 cm y una superficie plana situada a 12 cm (figura 7.3). Localizar la posición de la imagen de un objeto situado a 8 cm de la superficie esférica.

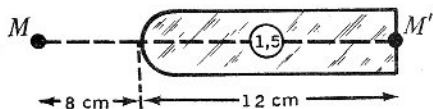


Figura 7.3

ficie plana situada a 12 cm (figura 7.3). Localizar la posición de la imagen de un objeto situado a 8 cm de la superficie esférica.

Aquí $s = 8$ cm, $R = 2$ cm, $n = 1$, $n' = 1,5$, por tanto

$$\frac{1}{s} + \frac{1,5}{s'} = \frac{1,5 - 1}{2}$$

$$s' = 12 \text{ cm}$$

La imagen es real porque s' es positivo.

3. Se invierte la barra del problema anterior y sobre la superficie plana se dibuja el punto A . Localizar su imagen (figura 7.4).

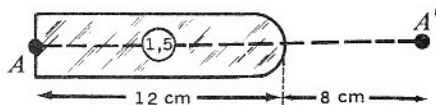


Figura 7.4

Aquí $s = 12$ cm, $R = -2$ cm, $n = 1,5$, $n' = 1$, por tanto

$$\frac{1,5}{12} + \frac{1}{s'} = \frac{1 - 1,5}{-2}$$

$$s' = 8 \text{ cm}$$

la imagen es real.

7.3 La convergencia y la divergencia de la luz por medio de las lentes

Para entender cómo opera una lente, se puede utilizar el concepto de rayo o el concepto de onda. Veamos:

(a) Por medio de rayos

Consideremos un haz de luz paralela que incide sobre una lámina de caras paralelas y dos prismas, como se ve en la figura 7.5.

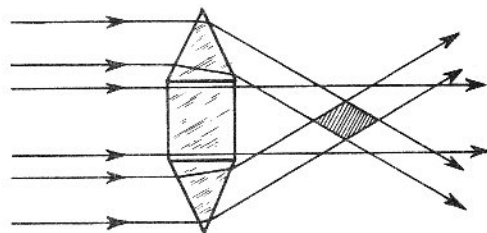


Figura 7.5

La luz que atraviesa la lámina, emerge sin desviación. La luz que incide sobre el prisma superior se desvía

hacia abajo en una cantidad que depende del ángulo del prisma mientras que la luz que incide sobre el prisma inferior se desvía hacia arriba.

Como resultado, la luz converge en la región sombreada de la figura 7.5.

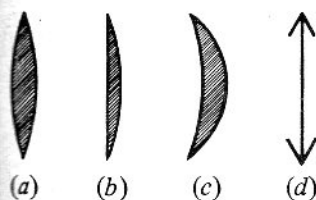


Figura 7.6

El tamaño de esta región puede ser más pequeña si utilizamos varios prismas. Si continuamos el proceso de usar más y más prismas al límite, obtendremos una superficie curva; la región sombreada queda reducida a un punto llamado *foco*. Este sistema óptico es una *lente convergente*. Se notará que estas lentes son de centro más espeso que los bordes (figura 7.6). Se distinguen las lentes *biconvexas* (figura 7.6 (a)), *plano-convexas* (figura 7.6(b)) y *menisco-convergentes* (figura 7.6 (c)) que esquematizaremos por un segmento de recta con extremos en forma de flecha (figura 7.6(d)) debido a que el espesor de la lente es despreciable.

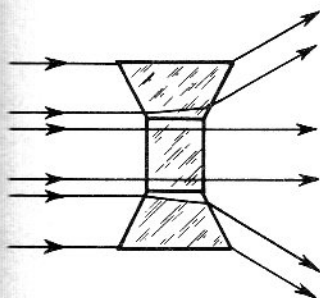


Figura 7.7

Si los prismas son como los de la figura 7.7, tendremos divergencia de la luz y en el límite una *lente divergente*. Se notará que los bordes son más espesos que el centro (figura 7.8). Se distinguen las lentes *bicóncavas* (figura 7.8(a)), *plano-cóncavas* (figura 7.8(b)) y *menisco-divergentes* (figura 7.8(c)) que esquematizaremos por el símbolo de la figura 7.8(d).

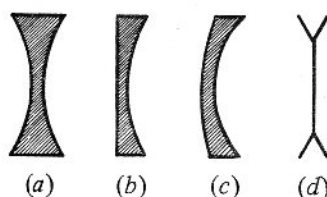


Figura 7.8

(b) Por medio de ondas

Consideremos un frente de onda plano que incide sobre una lente convergente. Cuando el centro del frente de onda atraviesa el espesor de vidrio SS' , la parte más alejada del frente de onda recorre XYX' (figura 7.9). Como la luz viaja más rápidamente en el aire que en el vidrio, debe por tanto recorrer una distancia mayor y el frente de onda se curva y converge en el foco F . El radio de curvatura es la distancia *focal* de la lente.

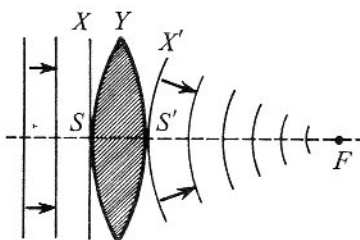


Figura 7.9

Una lente divergente transforma un frente de onda plano en un frente de onda divergente. En efecto, mientras que la parte más externa del frente va de X hasta X' en el vidrio, el centro del frente se mueve de Y hasta Y' distancia mayor que XX' porque atraviesa un menor espesor de vidrio (figura 7.10). El frente diverge y parece provenir de un punto llamado *foco virtual*, F' .

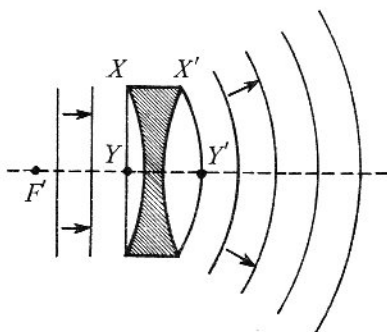


Figura 7.10

7.4 Ecuación de las lentes

La ecuación de las lentes se deduce aplicando sucesivamente a cada superficie, la ecuación de la sección 7.1, siendo el objeto para la segunda superficie, la imagen formada por la primera.

Sea A un objeto situado a la distancia s de la primera superficie de radio R_1 que separa los medios de índice 1 y n (figura 7.11). La posición s_1 de la imagen A_1 será dada por

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s_1} = \frac{n-1}{R_1}$$

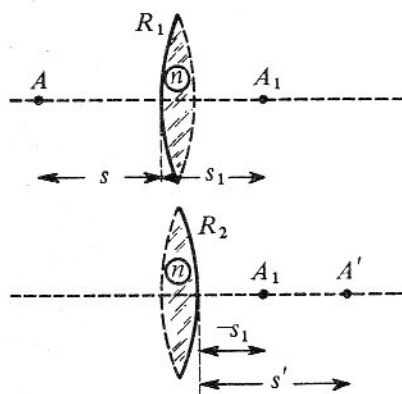


Figura 7.11

La imagen A_1 situada a la distancia s_1 de la primera superficie, es ahora un objeto situado a la distancia $-s_1$ de la segunda superficie (el espesor de la lente es despreciable) de radio R_2 que separa dos medios de índices n y 1. La posición de la imagen final A' será dada por

$$\frac{n}{-s_1} + \frac{1}{s'} = \frac{1-n}{R_2}$$

Sumando estas dos ecuaciones, tenemos

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Si un objeto está en el infinito, o sea $s = \infty$, la luz que proviene de este objeto, es paralela y su imagen es el *foco imagen* F' y la distancia de F' a la lente es la *distancia focal* f que se deduce de la expresión anterior.

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Esta expresión se denomina *la ecuación del construc-*

tor de lentes porque permite calcular la distancia focal en función del índice y de datos geométricos.

Combinando las dos últimas ecuaciones, tendremos la ecuación de la lente:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Ejemplos

1. ¿Cuál es la distancia focal de una lente biconvexa de vidrio ($n = 1,5$) cuyas superficies tienen el mismo radio 20 cm? (figura 7.12).

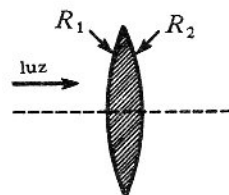


Figura 7.12

Aquí $R_1 = +20$ cm, $R_2 = -20$ cm

y tenemos

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{(-20)} \right)$$

$$f = 20 \text{ cm}$$

Generalizando este ejemplo se nota que *todas las lentes convergentes tienen la distancia focal positiva*.

2. ¿Cuál es la distancia focal de una lente bicóncava de vidrio ($n = 1,5$) cuyas superficies tienen el mismo radio 20 cm? (figura 7.13).

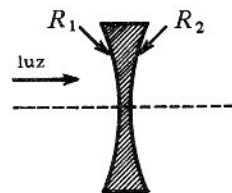


Figura 7.13

Aquí $R_1 = -20$ cm, $R_2 = +20$ cm y tenemos

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{(-20)} - \frac{1}{20} \right)$$

$$f = -20 \text{ cm}$$

Generalizando este ejemplo, se nota que *todas las lentes divergentes tienen la distancia focal negativa*.

7.5 Centro óptico y focos

(a) Centro óptico

Cuando un rayo incide sobre S (figura 7.14) emerge en S' paralelamente con un pequeño desplazamiento lateral, porque en S y S' se pueden confundir las superficies curvas con sus planos tangentes.

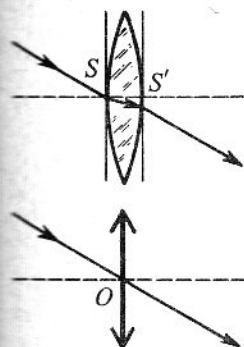


Figura 7.14

Si consideramos ahora lentes delgadas, S se confunde con S' y se llama *centro óptico* O y el desplazamiento es despreciable, por tanto, deducimos que *cualquier rayo que pasa por el centro óptico lo atraviesa sin desviarse*.

(b) Focos principales

El punto imagen de un objeto en el infinito sobre el eje se denomina *foco imagen* F' y está situado a una

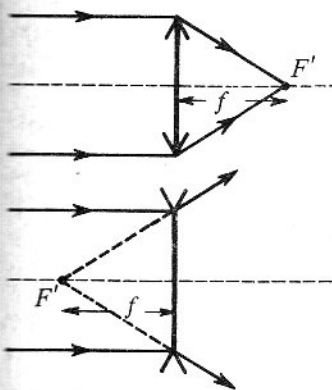


Figura 7.15

distancia focal imagen f de la lente (figura 7.15). El punto objeto sobre el eje para el cual la imagen se sitúa en el infinito se denomina *foco objeto* F y está situado a la distancia focal objeto f igual a la anterior por la simetría de la ecuación de las lentes (figura 7.16).

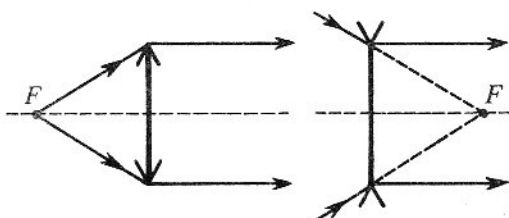


Figura 7.16

Los focos son reales para las lentes convergentes, y virtuales para las divergentes.

(c) Focos secundarios

El punto imagen de un objeto en el infinito, pero no situado en el eje, se denomina *foco secundario imagen* F'_s , que se obtiene con la intersección del rayo incidente que pasa por O con el plano perpendicular al eje y que denominamos *plano focal imagen* (figura 7.17).

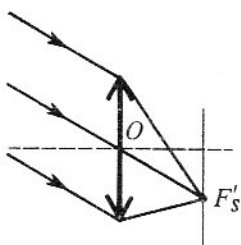


Figura 7.17

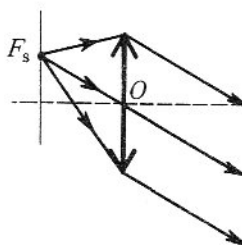


Figura 7.18

Inversamente, del otro lado, tendremos el *plano focal objeto*. Cualquier punto F_s de este plano producirá un haz emergente paralelo a la dirección $F_s O$ (figura 7.18).

7.6 Construcción de las imágenes

La experiencia muestra, en la aproximación de Gauss, que todos los rayos procedentes de un punto objeto, que atraviesan la lente se cortarán en un punto llamado imagen del punto objeto, y que un pequeño objeto plano perpendicular al eje dará una imagen plana perpendicular al eje.

Por tanto, para construir la imagen de un objeto AB (figura 7.19) es suficiente construir la imagen A' de un punto A fuera del eje. Para esto se pueden utilizar algunos rayos particulares que salen de A . Hay tres rayos cuyas trayectorias se dibujan fácilmente y son:

- El rayo paralelo al eje, AM ; después de la lente pasará por el foco imagen F' .
- El rayo que pasa por el centro óptico, AO ; no se desvía.
- El rayo que pasa por el foco objeto, AF ; emerge paralelo al eje.

Dos de estos rayos son suficientes para localizar el punto imagen. El tercero servirá para comprobar la exactitud de la construcción gráfica.

Notemos que si después de la lente, los rayos convergen, la *imagen es real*; si los rayos divergen, prolongaremos los rayos con líneas punteadas del lado del objeto y el punto de donde parecen provenir los rayos es la *imagen virtual*, porque realmente la luz no pasa por este punto.

7.7 Aumento de una lente

Para determinar el aumento de una lente, tomemos un objeto AB de altura y y construimos su imagen $A'B'$ (figura 7.19).

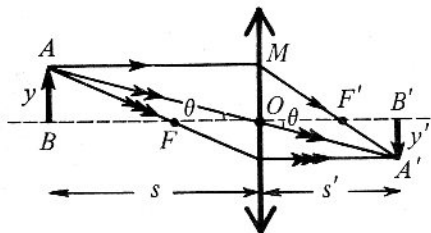


Figura 7.19

Calculemos $\tan \theta$ de la figura, de dos maneras distintas, o sea

$$\tan \theta = \frac{-y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

(El signo $-$ es necesario ya que y' es negativo y y , son positivos.)

Definiremos el *aumento lateral* de una lente con relación a los tamaños, o sea que tendremos

$$A_l = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Ejemplos

- Un objeto de altura 2 cm se encuentra a 60 cm de una lente convergente de distancia focal = 20 cm. Posición y tamaño de la imagen en la figura 7.20.

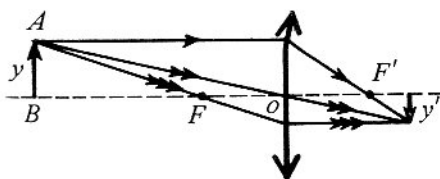


Figura 7.20

Aquí

$$s = +60 \text{ cm}, f = +20 \text{ cm}, y = +2 \text{ cm}$$

y tenemos

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{2}{60}$$

$$s' = 30 \text{ cm}$$

$$y' = -2 \frac{30}{60} = -1 \text{ cm}$$

La imagen está del lado del foco imagen, real e invertida.

- El objeto anterior está a 10 cm del lente. Posición y tamaño de la imagen en la figura 7.21.

Tenemos

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = -\frac{1}{20}$$

$$s' = -20 \text{ cm}$$

$$y' = -2 \frac{(-20)}{10} = 4 \text{ cm}$$

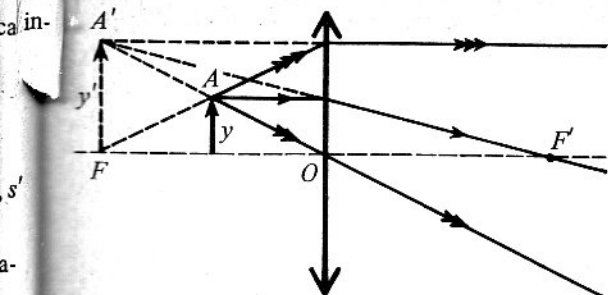


Figura 7.21

La imagen está del lado del foco objeto, virtual (porque s' es negativo) y derecha.

3. Un objeto de altura 2 cm se encuentra a 60 cm de un lente divergente de distancia focal 20 cm. Posición y tamaño de la imagen en la figura 7.22.

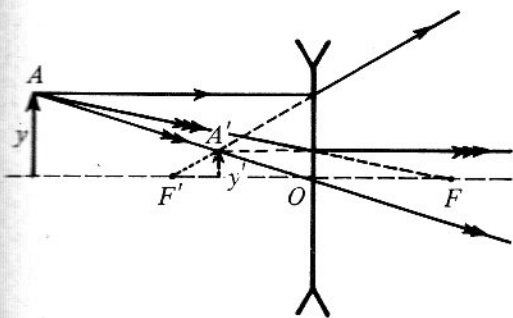


Figura 7.22

Aquí

$$s = +60 \text{ cm}, f = -20 \text{ cm}, y = +2 \text{ cm}$$

Tenemos

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{(-20)} - \frac{1}{60} = -\frac{4}{60}$$

$$s' = -15 \text{ cm}$$

$$y' = -2 \left(\frac{-15}{60} \right) = 0,5 \text{ cm}$$

La imagen está del lado del foco objeto, virtual y derecha.

*7.8 Aberraciones de las lentes

Las imágenes producidas por las lentes adolecen de varios defectos, debidos a que el índice de refracción de las lentes varía con la longitud de onda y que la

aproximación de Gauss nunca es completamente justificada. Estos defectos o aberraciones se clasifican en:

(a) Aberraciones cromáticas

La distancia focal depende del índice de refracción del material de la lente, y como el índice varía con la longitud de onda, la distancia focal es distinta para cada color. En consecuencia, en luz blanca, de un objeto iluminado con luz blanca, la lente produce una serie de imágenes coloreadas.

Las otras aberraciones son debidas a la geometría de la lente y se denominan *aberraciones geométricas*.

(b) Aberración esférica

La figura 7.23 muestra esta aberración. Los rayos paraxiales emitidos por A convergen en A', pero los rayos marginales (sobre los bordes de la lente) convergen en A''. No hay ningún plano en el cual se forma una imagen puntual de A. La imagen es una superficie llamada *cáustica*. En el plano C, la sección transversal de esta superficie es mínima; la denominaremos el *círculo de máxima nitidez*.

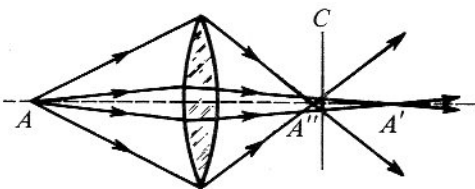


Figura 7.23

(c) Coma

Para un objeto situado fuera del eje, los rayos paraxiales y los rayos marginales no coinciden y forman una imagen en forma de cometa de donde procede el nombre de *coma* (figura 7.24).

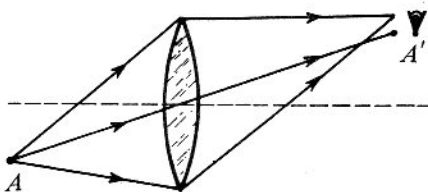


Figura 7.24

(d) Astigmatismo

Para un objeto situado fuera del eje, la luz que atraviesa los diferentes meridianos de la lente (horizontal y vertical en la figura 7.25) no coincide y forma una elipse que degenera en dos pequeñas rectas XX' y YY' y entre ellas tendremos un círculo de máxima nitidez C .

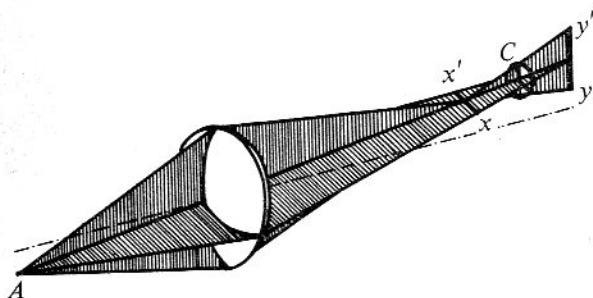


Figura 7.25

(e) Curvatura de campo

Si consideramos las imágenes de todos los puntos de un objeto plano, el lugar de las pequeñas rectas son las curvas X y Y de la figura 7.26 y el lugar de los círculos es la curva C , llamada *curvatura de campo*.

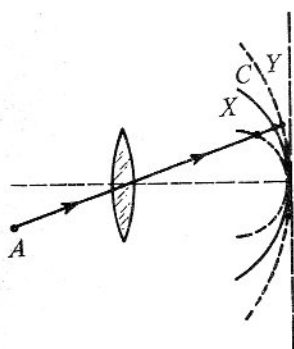


Figura 7.26

Este defecto es aprovechado en las pantallas de cine-mascopio.

(f) Distorsión

Las aberraciones anteriores nos muestran que una lente no produce una imagen puntual de un objeto puntual. La distorsión nos da una imagen puntual de un objeto puntual, pero produce una variación de

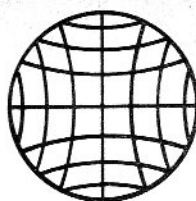


Figura 7.27

aumento con la distancia al eje. Si el aumento crece con la distancia, las partes marginales del campo son aumentadas exageradamente; es la distorsión en *cojín* (figura 7.27). En el caso contrario, es la distorsión en *barrilete* (figura 7.28).

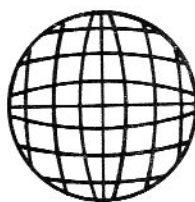


Figura 7.28

Los sistemas compuestos de varias lentes, pueden ser corregidos de algunas aberraciones que dependen de su utilización. Cuanto mayor sea el número de lentes tanto mayor es la eliminación de las aberraciones sin llegar nunca a la eliminación completa.

7.9 El ojo

Para poder entender las ventajas que resultan del empleo de los instrumentos ópticos, es necesario conocer algunas propiedades del ojo:

El globo ocular casi esférico, comprende (figura 7.29)

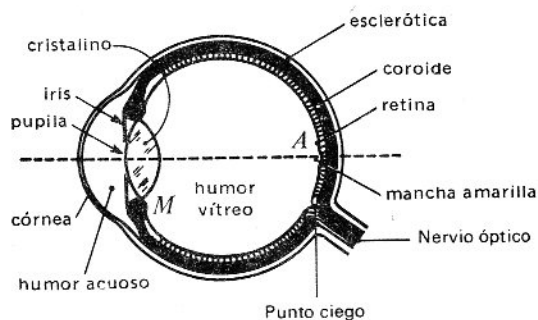


Figura 7.29

- (a) Una primera membrana dura, la *esclerótica*, de color blanco, que se vuelve transparente delante del ojo, la *córnea*.
- (b) Una segunda membrana negra, la *coroide* que no deja pasar ninguna luz parásita, semejante a la caja negra del aparato fotográfico.
- (c) Una tercera membrana, la *retina* formada de células en forma de *conos* y *bastones* sensibles a la luz y que es la parte final del *nervio óptico*. La retina es insensible en el punto de llegada del nervio óptico (punto ciego) y posee una sensibilidad máxima en la *mancha amarilla A* (*fovea centralis*).
- (d) Hacia adelante del ojo, sostenido por los músculos ciliares *M* una lente biconvexa elástica, el *crystalino*, que separa el ojo en dos regiones; delante un líquido, el *humor acuoso*, y detrás una gelatina, el *humor vítreo*.

(e) Delante del cristalino, un diafragma coloreado, el *iris*, cuya abertura, la *pupila*, es variable y sirve para regular la cantidad de luz que entra en el ojo.

El conjunto córnea-cristalino se comporta como una lente convergente de distancia focal 15 mm. Todos estos medios transparentes dan sobre la retina una imagen real invertida y muy pequeña, de los objetos puestos delante del ojo. El nervio óptico transmite esta imagen al cerebro, el cual la interpreta como una imagen derecha.

7.10 Acomodación del ojo

La imagen de un objeto situado a una distancia s del ojo se forma sobre la retina situada a $s' = 15$ mm de la lente del ojo.

Como tenemos $1/s + 1/s' = 1/f$, si s varía, obligatoriamente f debe variar, ya que s' es constante. Bajo la acción de los músculos ciliares, actuando por un acto reflejo, el cristalino se curva más o menos modificando su distancia focal; es lo que llamamos la *acomodación*.

Cuando los músculos no actúan, el ojo ve los objetos a una distancia máxima D ; es el *punto remoto* (*P.R.*); cuando los músculos son contraídos hasta el máximo, el ojo ve los objetos a una distancia mínima d , es el *punto próximo* (*P.P.*) (figura 7.30).

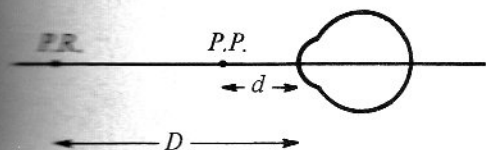


Figura 7.30

Así, la acomodación permite al ojo, por modificación de la distancia focal del cristalino, ver nítidamente los objetos situados entre el punto remoto y el punto próximo. Para un ojo normal, el *P.R.* está en el infinito, o sea que $D = \infty$.

Esta facultad de acomodación varía con la edad. Hasta 15 años, d es de 10 cm, a los 20 años es de 17 cm, a los 30 años es de 25 cm, y poco a poco con la edad aumenta o sea que los músculos pierden su poder de contracción, se dice que el ojo es *presbite*. Se necesita alejar el libro para poder leer; pero al mismo tiempo la imagen retiniana se hace más y más pequeña y el ojo no puede distinguir los detalles. Para restablecer la posibilidad de leer a distancia normal, se debe poner delante del ojo una lente convergente.

7.11 Defectos del ojo — potencia de las lentes

(a) El ojo miope

Es un ojo muy convergente, o porque el ojo es muy grande o porque el cristalino es muy convergente. Los rayos luminosos que vienen de un objeto en el infinito, forman una imagen delante de la retina. Su punto remoto está a distancia finita y su punto próximo está más cerca que para un ojo normal (figura 7.31).

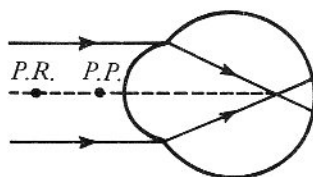


Figura 7.31

Para corregir la miopía, habrá que disminuir la convergencia del ojo, utilizando una lente divergente, de tal manera que un objeto en el infinito dé una imagen en el punto remoto.

Ejemplo

El *P.R.* de un miope está a 50 cm. ¿Qué lente debe utilizar para ver un objeto situado en el infinito?

Tenemos $s = \infty$, $s' = -50$ cm

Por tanto

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} - \frac{1}{50}$$

$$f = -50 \text{ cm}$$

(b) El ojo hipermetrope

Es el defecto contrario. El cristalino es poco convergente y por lo tanto la imagen de un objeto en el infinito está detrás de la retina cuando el ojo no acomoda. Gracias a su acomodación el ojo puede ver nítido los puntos del infinito, pero su *P.P.* está muy alejado (figura 7.32). Para corregir este defecto, se pondrá una lente convergente de tal manera que forme una imagen de un objeto situado a 25 cm en su *P.P.*

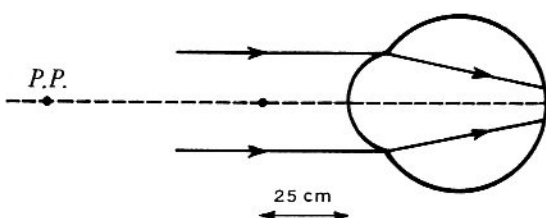


Figura 7.32

Ejemplo

El *P.P.* de un hipermetrope está a 75 cm. ¿Qué lente tendría que usar para ver claramente un objeto situado a 25 cm?

Tenemos $s = 25 \text{ cm}$ $s' = -75 \text{ cm}$

por tanto

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{25} - \frac{1}{75} = \frac{2}{75}$$

$$f = 37,5 \text{ cm}$$

Utilizará una lente convergente de foco 37,5 cm.

(c) El astigmatismo

Es cuando la córnea no es esférica, sino que tiene una curvatura mayor en un plano, (horizontal, por ejemplo) que en el otro (vertical, por ejemplo). El astigmatismo no permite ver nítido las líneas de un papel cuadriculado. Se corrige este defecto poniendo delante del ojo, lentes tóricas, o sea cortados dentro de un toro. Se nota en la figura 7.33 que la lente es más curva según *AB* que según *CD*. Se puede, orientando adecuadamente la lente, restablecer la esfericidad de la córnea.

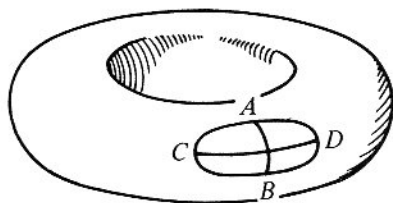


Figura 7.33

Para las lentes destinadas a gafas, se denomina *potencia* al inverso de la distancia focal y se mide en *dioptrías* si la distancia focal se expresa en metros. Por ejemplo una lente convergente de distancia focal 0,5 m tiene una potencia de $1/0,5 = 2$ dioptrías y una lente divergente de distancia focal $-0,2$ m tiene una potencia de $1/(-0,2) = -5$ dioptrías.

*7.12 Poder de resolución del ojo

La retina está formada de conos y bastones en una sola capa. Si el ojo observa dos puntos luminosos, *A* y *B*, que sus imágenes se formen sobre el mismo cono, por ejemplo, el ojo transmitirá al cerebro una sola sensación; el ojo verá solamente un punto. Para que el ojo vea dos puntos separadamente, se necesita que sus imágenes se formen sobre dos conos distintos.

El *poder separador del ojo* se mide por el ángulo subtendido mínimo \widehat{AOB} , siendo *A* y *B* dos puntos que se ven distintamente (figura 7.34).

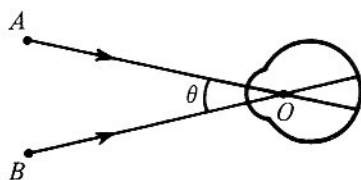


Figura 7.34

Este ángulo vale aproximadamente $1'$ o $3/10.000$ radianes y depende del individuo, de la luz, del cansancio, etc...

Ejemplo

Los faros de un auto están separados 1,2 m. ¿A partir de qué distancia no se podrán distinguir los dos faros?

Los dos faros a una distancia *s* serán vistos justo sepa-

ados cuando el ángulo es $3/10.000$ radianes, o sea que:

$$\frac{1,2}{r} = \frac{3}{10.000}$$

$$r = \frac{1,2 \times 10.000}{3} = 4000 \text{ m}$$

Aplicaciones

Los instrumentos ópticos como la lupa, el microscopio y el antejo, son aparatos destinados a ayudar al ojo en la observación de los objetos. Dan del objeto una imagen semejante que puede ser observada más ventajosamente.

Otros instrumentos como los espectroscopios sirven para analizar la luz.

A continuación haremos un estudio sencillo sobre estos instrumentos.

7.1A La lupa

La lupa es una lente convergente de pequeña distancia focal destinada a producir imágenes virtuales. Para esto se sitúa el objeto entre el foco y la lupa. La construcción de la imagen está representada en la figura 7.1A.

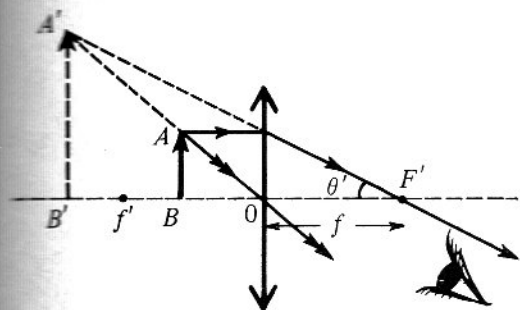


Figura 7.1A

(a) Potencia

Definimos *potencia* de la lupa, en dioptrías, a la relación del ángulo θ' en radianes bajo el cual se observa un objeto, al tamaño del objeto en metros, o sea

$$P (\text{dioptrías}) = \frac{\theta' (\text{radianes})}{AB (\text{metros})}$$

Esta potencia se calcula situando el ojo en el foco imagen (figura 7.1A). Generalmente se pone el objeto en el foco objeto para que la imagen esté en el infinito, así el ojo no acomoda y por tanto no se cansa y puede situarse en cualquier punto detrás de la lente (figura 7.2A).

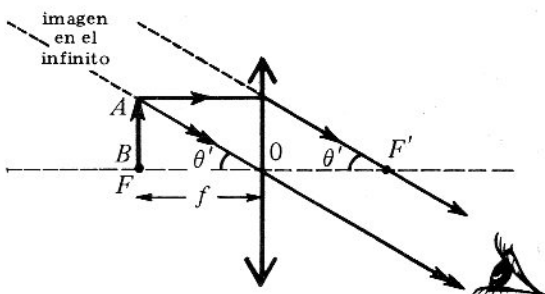


Figura 7.2A

En la aproximación de Gauss tenemos:

$$\tan \theta' = \theta' = \frac{AB}{OF} = \frac{AB}{f}$$

$$P = \frac{\theta'}{AB} = \frac{1}{f}$$

(b) Aumento angular

Se define *aumento angular*, a la razón del ángulo bajo el cual se observa un objeto a través de la lupa, al ángulo bajo el cual se observa un objeto sin lupa, o sea a la distancia de mínima visión distinta y que tomaremos como 0,25 m (figura 7.3A).

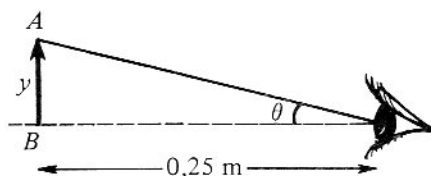


Figura 7.3A

$$A_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/0,25} = \frac{0,25}{f} = P \times 0,25$$

El aumento angular puede hacerse tan grande como se desee, disminuyendo la distancia focal f , pero las aberraciones de una sola lente imponen límites.

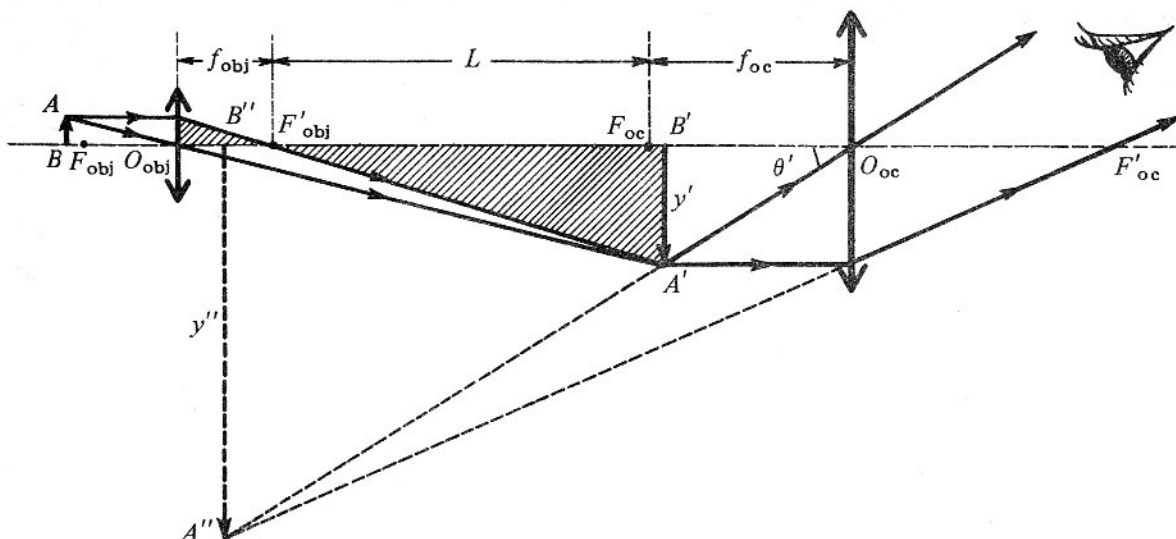


Figura 7.4A

Con lentes separadas, se puede mejorar el aumento y la calidad de la imagen y la lupa se denomina *ocular*.

7.2A El microscopio

El microscopio se utiliza cuando se desea un aumento superior. Comprende dos lentes convergentes (en la práctica dos sistemas de lentes) separadas cierta distancia. Una primera lente es el *objetivo* y da del objeto, $AB = y$, una imagen invertida y real, $A'B' = y'$. La segunda lente es el *ocular* y da de esta imagen real otra imagen $A''B'' = y''$ más ampliada y virtual, generalmente en el infinito.

La figura 7.4A nos muestra la construcción de las diferentes imágenes.

(a) Potencia

Como para la lupa, la potencia se define como

$$P = \frac{\theta'}{y}$$

que podemos escribir $P = \frac{y'}{y} \cdot \frac{\theta'}{y'} = (A_1)_{\text{obj}} \cdot (P)_{\text{oc}}$

La potencia de un microscopio es igual al aumento lateral del objetivo multiplicado por la potencia del ocular.

Los constructores de microscopios especifican directamente estos valores sobre los objetivos y los oculares.

Podemos calcular esta potencia en función de las distancias focales. En efecto

$$(A_1)_{\text{obj}} = \frac{y'}{y} = \frac{L}{f_{\text{obj}}} \quad (\text{viene de los dos triángulos sombreados de la figura, siendo } L = F'_{\text{obj}} F_{\text{oc}})$$

$$(P)_{\text{oc}} = \frac{\theta'}{y'} = \frac{1}{f_{\text{oc}}}$$

Finalmente, tenemos

$$P = \frac{L}{f_{\text{obj}} \cdot f_{\text{oc}}}$$

(b) Aumento angular

Como para la lupa, se define

$$A_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{P \cdot y}{y/0,25} = P \cdot 0,25$$

θ es el ángulo bajo el cual se observa el objeto a 0,25 m

7.3A El telescopio

Destinado a la observación de los astros, es semejante al microscopio. Se compone de un objetivo que nos da del objeto, AB , prácticamente en el infinito, una imagen real, $A'B'$, en el foco F'_{obj} . Esta imagen es observada por un ocular que nos da una imagen $A''B''$ virtual, prácticamente en el infinito, por tanto, los dos focos F'_{obj} y F_{oc} coinciden. La figura 7.5A nos muestra la construcción de las diferentes imágenes.

(a) Aumento angular

El astro es visto a ojo desnudo bajo un ángulo θ y el

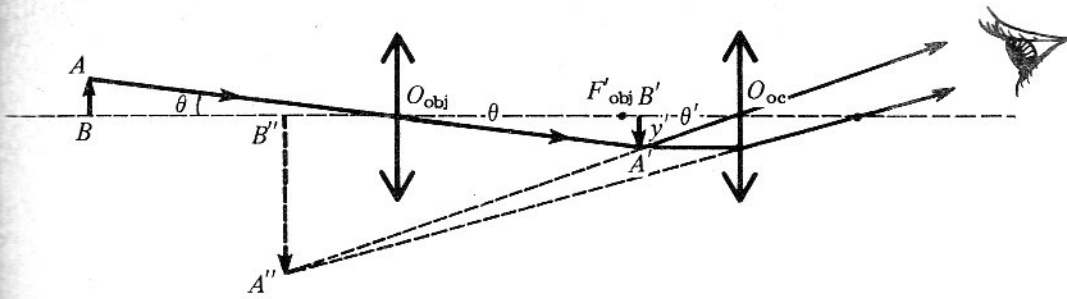


Figura 7.5A

anteojo permite observarlo bajo el ángulo θ' . Se define aumento angular como

$$A_\theta = \frac{\theta'}{\theta}$$

De la figura, se deduce que

$$\tan \theta' = \theta' = \frac{y'}{f_{oc}} \quad \tan \theta = \theta = \frac{y'}{f_{obj}}$$

o sea que

$$A_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_{obj}}{f_{oc}}$$

Para los telescopios no se define la potencia, en vista de que la dimensión del objeto, en general, no es medible directamente.

7.4A El anteojo terrestre

El telescopio nos proporciona una imagen invertida que debe enderezarse para observaciones terrestres. Esto se puede conseguir, intercalando una lente entre el objetivo y el ocular. Como esto alarga excesivamente el tubo del anteojo se puede también utilizar prismas de cuatro reflexiones totales entre el objeto y el ocular (figura 7.6A).

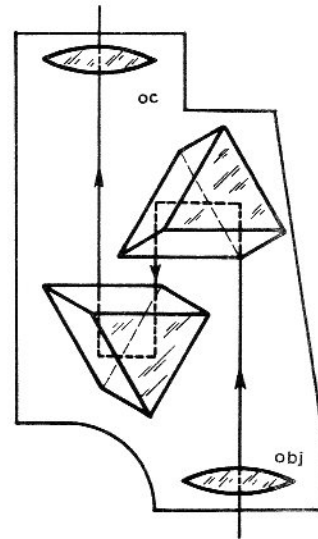


Figura 7.6A

Para obtener una imagen derecha se puede también utilizar una lente divergente como ocular; es el anteojo de Galileo. La figura 7.7A nos muestra la construc-

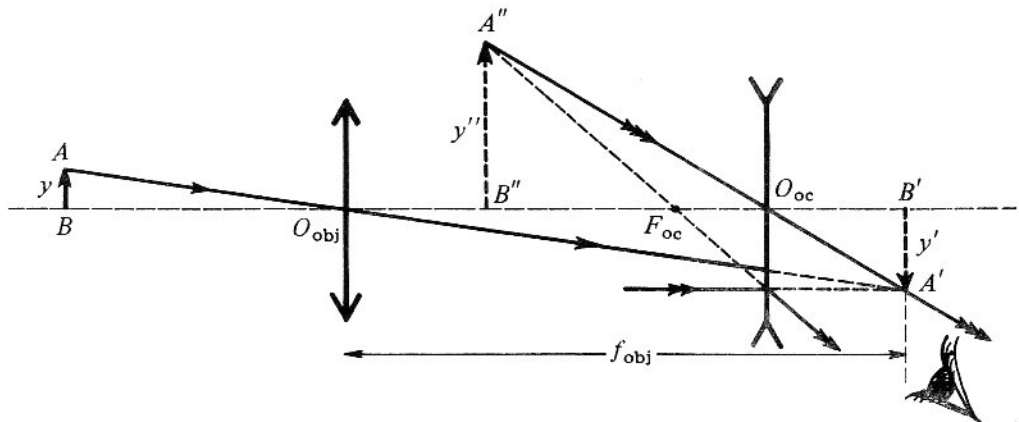


Figura 7.7A

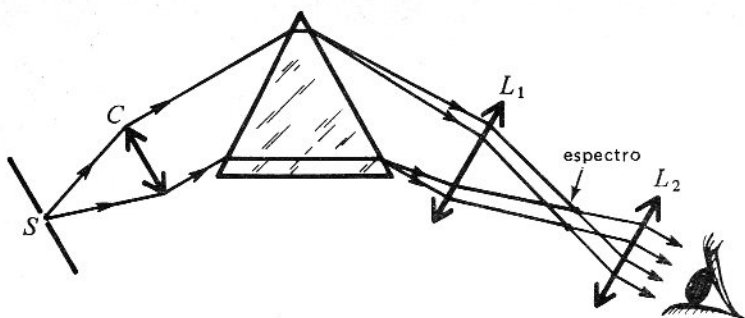


Figura 7.8A

ción de las imágenes. Este anteojo tiene un campo visual muy pequeño y no permite ver todo un paisaje; “los gemelos de teatro” son anteojos de Galileo.

7.5A El espectroscopio

El espectroscopio se utiliza para analizar la luz descomponiéndola en sus diferentes frecuencias. Se emplean dos tipos:

(a) El espectroscopio de prisma

Utiliza la acción del prisma de dispersar la luz (ver sección 5.8). Una rendija S , iluminada por la luz que se desea analizar, se coloca en el foco de una lente convergente C llamada *colimador* que nos produce luz paralela de diferentes colores (figura 7.8A).

Un objetivo, L_1 , forma imágenes reales coloreadas de la rendija S , el *espectro*, en su plano focal que son observadas por el ocular L_2 .

El espectro es *continuo* si la fuente emite luz de todas las longitudes de onda. Algunas veces se pone en el lugar del espectro, una abertura rectangular para poder utilizar una estrecha región del espectro; el aparato es ahora un *monocromador*. El espectro es de *rayas* si la fuente emite solamente algunas longitudes de onda; cada raya es la imagen de la rendija con la frecuencia determinada.

(b) El espectroscopio de red de difracción

El montaje es el mismo que el anterior, salvo que el prisma se reemplaza por una red de difracción que estudiaremos en el próximo capítulo.

Problemas

7.1 Un pescador cuyo ojo está a 1,5 m por encima del agua ($n = 4/3$) mira verticalmente un pez situado a

0,8 m por debajo de la superficie del agua. ¿A qué distancia aparente el pescador ve al pez? ¿A qué distancia aparente el pez ve al pescador? Resp. 2,1 m; 2,8 m

7.2 Un avión y un submarino están en un instante dado en la misma vertical. El submarino cree ver el avión a una altura de 400 m y el avión cree ver el submarino a una profundidad de 30 m. Hallar a qué profundidad se encuentra el submarino y la altura del avión. ($n = 4/3$). Resp. 40 m; 300 m.

*7.3 Un emisor de sonido se encuentra dentro del agua ($n = 4/3$) a 4 m de profundidad. Un observador se sitúa sobre la vertical pero en el aire. ¿A qué profundidad cree ver al emisor? ¿De qué profundidad cree que proviene el sonido que oye? (La velocidad del sonido en el aire es 340 m/seg y en el agua es 1360 m). Resp. 3 m; 16 m.

7.4 Mostrar que la imagen de un objeto producida por una lámina de caras paralelas de espesor e y de índice n , es virtual y que la imagen está separada del objeto una distancia

$$e \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

7.5 Una persona se mira en un espejo plano formado por una lámina de vidrio ($n = 3/2$) de 9 cm de espesor plateado en su cara posterior. ¿A qué distancia verá su imagen si se coloca a 53 cm de la cara anterior a la lámina (es una aplicación del problema 7.4). Resp. 118 cm.

7.6 Un microscopio se enfoca sobre un microbio y al situar encima una lámina de vidrio de 1,6 mm de espesor, el microscopio debe elevarse de 0,6 mm para enfocar de nuevo el microbio. Determinar el índice de refracción de la lámina. Resp. 1,6.

(Este método, aplicación del problema 7.4, se usa en la práctica para medir el índice de refracción de una lámina).

7.7 Sea una esfera de vidrio ($n = 1,5$) de radio R . ¿Cuál es la posición de la imagen de un objeto situado en el infinito? Resp. a $R/2$ de la segunda superficie.

7.8 Demostrar que la distancia focal de una lente plano-convexa, de radio 40 cm y de índice 1,5, es independiente de la cara por la cual penetra la luz. Resp. 80 cm.

7.9 Una lente biconvexa de vidrio de índice 1,5 y de radios 30 cm y 15 cm está a 10 cm de un objeto de 4 cm. ¿Cuál es la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen? Resp. -20 cm, 8 cm, virtual y derecha.

7.10 Si un objeto se coloca a 20 cm de cierta lente, su imagen virtual se encuentra a 10 cm de la lente. ¿Cuál es la distancia focal y la naturaleza de la lente? Verificar la respuesta construyendo la imagen. Resp. -20 cm, divergente.

7.11 Un objeto de 5 cm está situado a 10,5 cm de una lente convergente de distancia focal 10 cm. Posición, tamaño y naturaleza de la imagen. Construir la imagen. Resp. 210 cm, 100 cm, real e invertida.

7.12 A partir de la ecuación de las lentes, dibujar la curva de s' en función de s . Se tomarán algunos valores de s como por ejemplo $s = \infty, 3f, 2f, f, f/2, 0, -f/2, -f$ (siendo f la distancia focal de la lente) y se construirá para cada caso la imagen.

7.13 Un objeto de 5 cm se sitúa a 18 cm delante de una lente convergente, de distancia focal 12 cm, y detrás de esta lente a 38 cm se pone otra lente convergente de distancia focal 4 cm. Calcular posición, tamaño y naturaleza de la imagen final. Construir las diferentes imágenes. Resp. a 4 cm de la segunda lente; 20 cm virtual e invertida.

*7.14 Se considera un objeto separado de una pantalla una distancia b . Si se coloca una lente entre el objeto y la pantalla, existen dos posiciones para las cuales se forma una imagen en la pantalla. Mostrar que si a es la distancia entre estas dos posiciones, la distancia focal de la lente es

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b}$$

(Pensar en la simetría del fenómeno y explicar por qué la distancia b debe ser mayor que $4f$. Este método, debido a Bessel, es muy utilizado para medir distancias focales.)

7.15 Demostrar que cuando dos lentes de distancias

focales f_1 y f_2 se ponen en contacto, la distancia focal f del conjunto es

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

(Recordar que la imagen dada por la primera lente es objeto para la segunda.)

7.16 Una lente divergente de vidrio ($n = 3/2$) plano-cóncava, de radio 20 cm, se coloca con la superficie cóncava hacia arriba llena de agua ($n = 4/3$). ¿Cuál es la distancia focal del conjunto agua-vidrio? (Es una aplicación del problema 7.15). Resp. -120 cm.

7.17 La ecuación de las lentes pueden escribirse de otra forma. Si se considera x la distancia del objeto al foco objeto F y x' la distancia de la imagen al foco imagen F' , demostrar que la ecuación de las lentes es $xx' = f^2$

llamada *ecuación de Newton de las lentes*.

*7.18 Una onda plana que incide sobre una lente convergente se transforma en una onda esférica de radio f y distancia focal f (figura 7.1P).

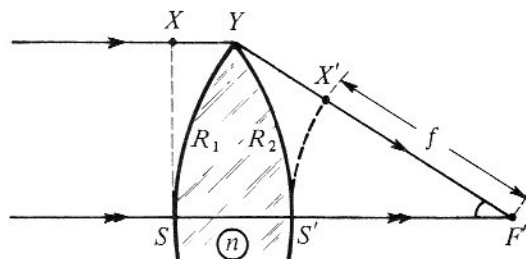


Figura 7.1P

La distancia XYX' debe ser igual a n multiplicado por SS' .

De este hecho demostrar la ecuación del constructor de lentes.

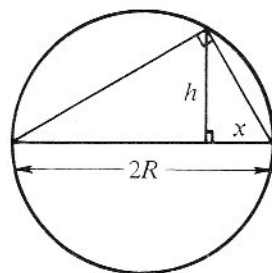


Figura 7.2P

(Se recuerda que en la aproximación de Gauss, los ángulos son pequeños, por tanto si θ es pequeño, $\cos \theta = 1$ y que en un triángulo rectángulo (figura 7.2P) inscrito en un círculo

$$x = \frac{h^2}{2R-x} \approx \frac{h^2}{2R} \text{ si } x \text{ es pequeño}.$$

***7.19** Deducir la ecuación del constructor de lentes para una lente de índice n y de radios R_1 y R_2 cuando está sumergida en un líquido de índice n' .

Aplicación: una lente de vidrio ($n = 3/2$) tiene una distancia focal de 25 cm en el aire. ¿Cuál es su distancia focal dentro del agua? ($n' = 4/3$). *Resp.* 100 cm.

7.20 Un nadador, sin máscara, debajo del agua ve los objetos poco nítidos, pero con máscara ve perfectamente los objetos. ¿Por qué?

7.21 Un miope no distingue más allá de 0,25 m. ¿Qué lente necesita para ver en el infinito?
Resp. -4 dioptrías.

7.22 Un hipermetrope sólo puede leer el periódico a 50 cm de distancia de sus ojos. ¿Qué lente debe usar para leer a 25 cm? *Resp.* + 2 dioptrías.

7.23 Consideremos el ojo como una lente convergente situada a 15 mm de la retina. ¿Entre qué límites varía su distancia focal si ve desde el infinito hasta una distancia de 23,5 cm? *Resp.* 15 mm; 14,1 mm.

7.24 Una lupa tiene 10 cm de distancia focal. ¿Cuál es su potencia y su aumento angular? *Resp.* 10 dioptrías; 2,5.

7.25 Un microscopio tiene un objetivo de $f_{\text{obj}} = 0,4$ cm, un ocular de $f_{\text{oc}} = 2$ cm y una distancia $F'_{\text{obj}} F_{\text{oc}} = L = 16$ cm. ¿Cuáles son la potencia del microscopio, el aumento angular del microscopio, la potencia del ocular y el aumento lateral del objetivo? *Resp.* 2000 dioptrías; 500, 50 dioptrías; 40.

7.26 La distancia focal del objetivo de un anteojo astronómico es de 100 cm y la del ocular es de 5 cm. Determinar el ángulo bajo el cual se ve la Luna a través del aparato cuando a simple vista se ve bajo un ángulo de $30'$. *Resp.* 10° .

7.27 Un espectador mira a través de sus binoculares un juego de fútbol a 100 m y lo aprecia como si estuviera a 20 m. ¿Cuál debe ser la distancia focal del ocular si la del objetivo es de 20 cm? *Resp.* 4 cm.

7.28 Un anteojo astronómico comprende un objetivo de 2 m de distancia focal y un ocular de 50 dioptrías. ¿Cuál es el aumento angular? Se quiere invertir la imagen sin modificar el aumento, por medio de una lente de 10 cm de distancia focal. ¿En dónde debe situarse? *Resp.* 100; a 20 cm del foco imagen del objetivo.

El cine

El cine es el arte de reproducir el movimiento por medio de imágenes gráficas.

1 Histórico

Desde el siglo XVIII se había observado la *persistencia de las imágenes luminosas en la retina*, principio de todos los aparatos que reproducen el movimiento por medio de imágenes gráficas. En efecto, cuando la retina es iluminada, la impresión luminosa no desaparece cuando la luz se apaga; la percepción continúa durante 1/10 de segundo. Resulta que si remplazamos una imagen que estamos observando, por otra, en un tiempo menor que 1/10 de segundo, el ojo las confunde. Así si presentamos a un ojo, imágenes sucesivas que muestren las diferentes fases del movimiento de una persona, el ojo verá la persona moviéndose realmente.

En el siglo XIX un profesor vienés fabricó el *estroboscopio* que también utiliza este principio.

En 1892, Edison inventó su *kinetoscopio*, que empleaba una serie de imágenes fotográficas formando una banda sin fin. De un lado se observaba por una lente y del otro lado se iluminaba con una bombilla cuya luz estaba interrumpida por un disco giratorio. Durante este eclipse, se pasaba a la imagen siguiente. Solamente un observador podía mirar, y como el movimiento de la película era continuo, se iluminaba muy brevemente la película para que la imagen observada apareciera fija y por tanto nítida, pero muy oscura.

En 1895, los hermanos Lumiere descubrieron el siguiente hecho que es la base del cine: la *necesidad absoluta de parar la película* cuando la imagen está iluminada, sea para la toma de la fotografía, sea también para la proyección.

2 Filmadora y proyector

La experiencia ha mostrado que se necesitan 16 imágenes por segundo para una proyección muda y 24

imágenes por segundo para una proyección sonora. Por tanto la película debe pararse y reanudar su movimiento 16 ó 24 veces por segundo. La perforación de la película asegura el movimiento de la película y la posición fija de la imagen delante del objetivo.

La película tiene un movimiento continuo salvo delante del objetivo en donde el movimiento es intermitente y se realiza por medio de una cruz de Malta a cuatro ranuras (figura 1).

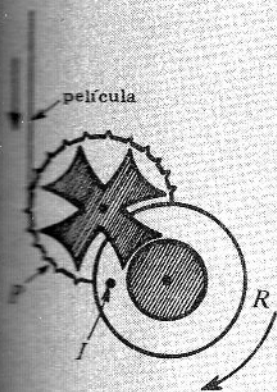


Figura 1

Una rueda *R* de movimiento continuo tiene un índice *I* que puede encajar en una ranura de la cruz de Malta y hacerla girar 90°.

En este momento el índice abandona la cruz de Malta y ésta se para. El eje de la cruz de Malta tiene un pivote con dientes que penetran en las perforaciones de la película y que arrastran la película cuando la cruz de Malta gira 90°.

Durante el movimiento de la película, un obturador sincronizado con la cruz de Malta, intercepta la luz delante del objetivo.

La luz debe ser muy potente. El arco eléctrico antiguo es sustituido hoy por las lámparas incandescentes para los proyectores.

3 La película

Está constituida de un soporte transparente de plástico de 35 mm de ancho recubierta de emulsión fotográfica. El formato de las imágenes, el ancho de la película y las perforaciones son internacionales. Las imágenes tienen 18 mm de alto y 24 mm de ancho y están separadas entre sí 1 mm. Sobre los bordes, se dejan 5,5 mm para las perforaciones, regularmente espacia-

das. Se revela y fija la película como las de fotografía. Antes de sacarla, se pasa por un baño de glicerina para darle cierta flexibilidad.

Para obtener el positivo, se pone en contacto una película virgen con el negativo que se ilumina uniformemente.

Algunas veces se transforman directamente el negativo en positivo por medio de algunos baños especiales.

4 El cine sonoro

Al lado de la imagen se encuentra la banda sonora de 2 mm de ancho, cuya opacidad es variable y proporcional al sonido que se quiso registrar, y que servirá para la reproducción del sonido.

(a) Producción de la banda sonora

Uno de los procesos es el siguiente: Un micrófono que transforma las ondas sonoras en corriente eléctrica variable se conecta a un amplificador. Esta corriente amplificada pasa a través de un cuadro móvil que soporta un pequeño espejo dentro de un campo magnético (análogo a un galvanómetro). Las variaciones de corriente se traducen por variaciones del movimiento del cuadro y por tanto del espejo. Este recibe la luz de una bombilla y la refleja hacia la película (figura 2) que desfila de una manera continua en la oscuridad. El movimiento del espejo impresionará la película en forma de dientes de sierra.

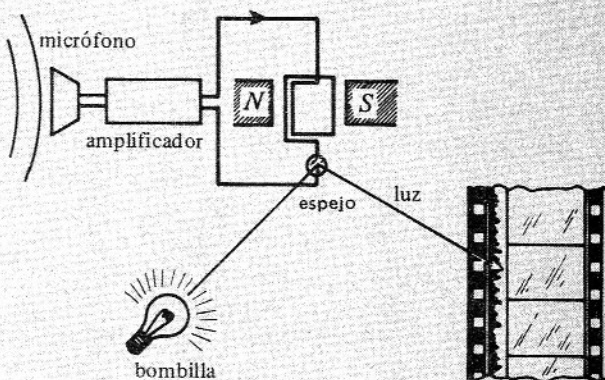


Figura 2

(b) Reproducción del sonido

Una pequeña bombilla, *B*, ilumina por medio de la lente, *L*, la banda sonora de una película. El flujo más o menos absorbido por la banda sonora, incide sobre una célula fotoeléctrica que convierte las variaciones

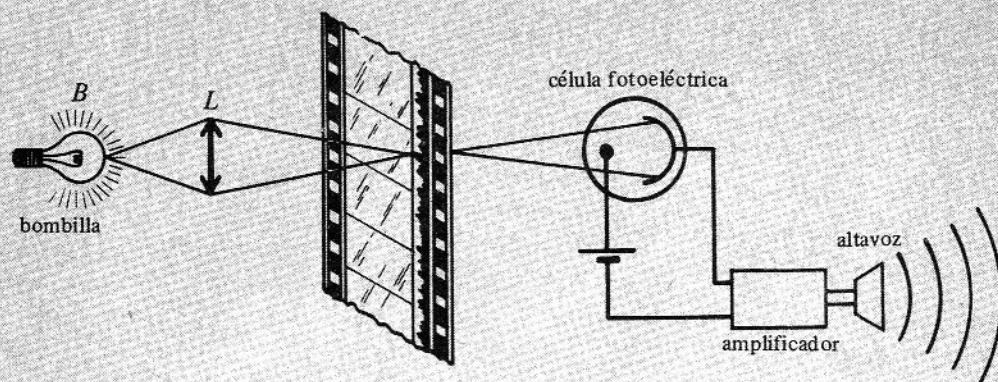


Figura 3

de intensidad luminosa en intensidad de corriente que, amplificadas, pueden accionar un altavoz (figura 3).

5. El cine en colores (Ver fotografía en colores)

Sea por mezcla aditiva de los colores primarios, sea por síntesis sustrativa (absorción de ciertos colores por colores complementarios) el cine en colores es hoy en día muy común tanto a los profesionales como a los aficionados.

6. Pantalla ancha

Para luchar contra la pequeña imagen de la televisión, el cine a tratado de adoptar la pantalla ancha que puede ser hasta de 22 m de ancho. Se utilizan varios métodos: *el cinemascopio*, *vistavisión* y el *Todd-Ao*. Citamos también el *cinerama*, que utiliza tres cámaras, sobre una pantalla gigante curva.

7. Cine en tres dimensiones

De cada escena se toman dos vistas con dos objetivos con una separación igual a la de los ojos. La imagen derecha es proyectada con luz roja y la izquierda con luz verde. El espectador mira la pantalla con anteojos cuyo vidrio derecho es rojo y el izquierdo verde. Así cada ojo verá solamente una sola imagen y diferente de lo que ve el otro ojo y tendrá la sensación del relieve. Para película en colores se proyecta la imagen derecha con luz polarizada vertical y la izquierda con luz polarizada horizontal. Los anteojos del espectador son polaroides con eje vertical el izquierdo y horizontal el derecho.

En el futuro se piensa que la holografía podrá proporcionar el relieve sin anteojo especial.

Unidad 5

Optica física

Interferencia-difracción

Para interpretar ciertos fenómenos de óptica, es absolutamente necesario tener en cuenta la naturaleza ondulatoria de la luz. Por esta razón, esta parte de física se denomina *óptica física* u *ondulatoria*.

Estos fenómenos son:

La interferencia, que nos muestra que la luz sumada a la luz, puede dar oscuridad en ciertos casos.

La difracción, que nos muestra que la luz se “curva” alrededor de los objetos.

La polarización, que nos indica que las vibraciones luminosas son transversales.

Estudiaremos cada fenómeno y veremos cómo la teoría ondulatoria permite explicarlos.

8.1 Coherencia

Si las ondas que provienen de dos fuentes puntuales se encuentran en un punto del espacio, interferirán, reforzándose o anulándose, según la diferencia entre los caminos recorridos por cada onda. Para que la figura de interferencia sea estable, se necesita que las dos fuentes:

- (a) Produzcan vibraciones de igual frecuencia.
- (b) Estén en fase o que tengan una *diferencia de fase constante* al transcurrir el tiempo.

Si satisfacen estas condiciones se dirá que las fuentes son *coherentes*. Estas condiciones se realizan fácilmente para fuentes mecánicas, por ejemplo las dos puntas puestas sobre una rama de un diapason y que producen ondas en una cubeta de agua.

Pero estas condiciones no se realizan para dos fuentes puntuales luminosas distintas. ¿Por qué?

En efecto, cuando un electrón de un átomo excitado regresa en su órbita original, hay emisión de un tren de onda de cierta frecuencia durante un tiempo del orden de 10^{-8} seg, o sea de longitud 3m (figura 8.1).

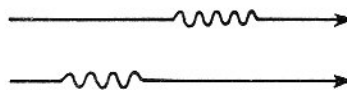


Figura 8.1

Más tarde, y completamente al azar, otro electrón del mismo o de otro átomo emitirá un tren de onda y así sucesivamente; es una *emisión discontinua* de trenes de onda a razón de cien millones por segundo. Cada tren de onda no tiene la misma fase que el anterior, por tanto dos fuentes puntuales distintas presentan *fases incoherentes* y no pueden producir interferencias estables; no pueden observarse.

Los fenómenos de interferencia podrán ser observados en óptica, si superponemos dos haces que *proviene del mismo punto luminoso* (del mismo electrón que baja de órbita). Un *interferómetro* es un aparato que divide un haz de luz en dos (o produce dos imágenes de un punto luminoso) y después que los haces recorren caminos distintos, los superpone. Así toda discontinuidad en la emisión se transmite a cada haz, y como los haces quedan siempre en fase, el fenómeno de interferencia será estable.

8.2 Interferencia — Experimento de Young

En 1800, Young con el siguiente experimento consiguió producir interferencias luminosas.

Consideremos dos huecos muy pequeños, S_1 y S_2 , igualmente separados de una fuente puntual S . Cada pequeña abertura es una fuente secundaria según el principio de Huygens y por tanto la luz se difracta (figura 8.2). En consecuencia todo pasa como si S_1 y S_2 fueran verdaderas fuentes y como provienen de la misma fuente, son *fuentes coherentes*.

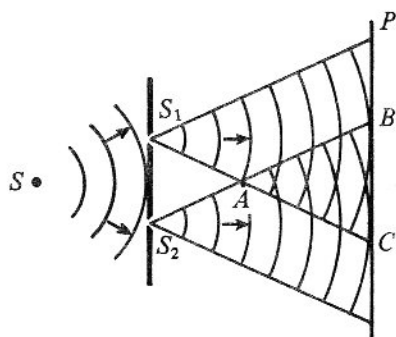


Figura 8.2

Sabemos (ver sección 3.4) que el lugar geométrico en donde hay figuras de interferencia son hiperboloides de revolución de eje S_1S_2 . Si se cortan estas figuras por una pantalla F muy lejana, se dibujarán sobre la pantalla pequeños arcos de hipérbolas, que aparecen como rectas: son *las franjas de interferencias* (figura 8.3) que aparecen siempre que la pantalla se sitúa en la región común a los haces difractados, región ABC de la figura 8.2; se dice que *las franjas no son localizadas*.

Se puede hacer el experimento con una fuente lineal y dos rendijas paralelas, en vez de una fuente puntual

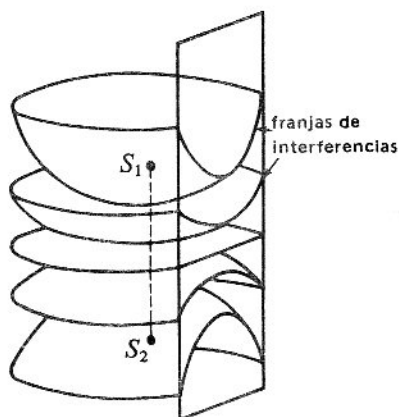


Figura 8.3

y huecos. Las franjas que corresponden a cada punto luminoso de la fuente lineal se superponen y las franjas brillantes son más luminosas.

8.2.1 Cálculo de las franjas

Consideremos un punto P , sobre la pantalla, en una dirección tal que forma un ángulo θ con la horizontal. Como P está muy lejano de las fuentes S_1 y S_2 , se pueden considerar los rayos PS_1 y PS_2 como paralelos, y por tanto la diferencia de camino es $S_2H = a \sin \theta$ (figura 8.4).

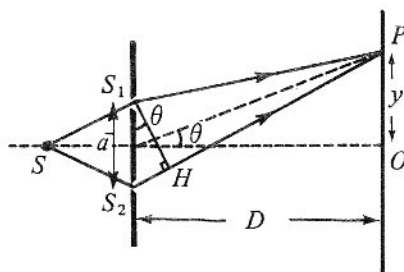


Figura 8.4

Tendremos interferencia constructiva, o sea una *franja brillante*, cuando

$$S_2H = a \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

e interferencia destructiva, o sea *franja negra*, cuando

$$S_2H = a \sin \theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

En la pantalla podemos calcular la distancia y de una franja brillante a la franja brillante de centro en O (cuando $m = 0$). En efecto, se tiene

$$y = D \tan \theta$$

pero como θ es pequeño, se tiene $\theta = \tan \theta = \sin \theta$, y de aquí

$$y = D \tan \theta = D \sin \theta = D \frac{m \lambda}{a}$$

La distancia y' de la franja siguiente es

$$y' = D \frac{(m + 1) \lambda}{a}$$

y la separación entre dos franjas brillantes es

$$\Delta y = y' - y = \frac{\lambda D}{a}$$

De la misma manera se vería que las franjas negras están situadas entre las franjas brillantes y la separación de dos franjas negras es igual a la separación de dos franjas brillantes.

Este experimento nos permite medir la longitud de onda de una luz monocromática, midiendo la separación de dos franjas brillantes, la distancia D de las fuentes a la pantalla y la distancia a de las dos fuentes.

8.3 Cambio de fase en la reflexión

Cuando una onda en una cuerda es reflejada sobre un extremo fijo (o unido a una cuerda más densa), la onda reflejada es de igual amplitud pero de signo opuesto (ver sección 3.5), se dice que la onda tuvo un cambio de fase de 180° : es (en lenguaje de interferencia) como si la onda reflejada hubiera corrido un camino suplementario igual a $\lambda/2$. Cuando una onda es reflejada sobre un extremo libre (o unida a una cuerda más liviana) la onda reflejada es de igual amplitud y sentido; no había cambio de fase.

Una situación semejante existe para las ondas luminosas cuando son reflejadas por un medio transparente.

Si el segundo medio es más denso ópticamente como aire - vidrio, (figura 8.5) el rayo tiene un cambio de fase igual a 180° , o también diremos, en lenguaje de interferencia, que su camino se alargó $\lambda/2$. Si el segundo medio es menos denso ópticamente, como vidrio-aire, el rayo reflejado no sufre ningún cambio de fase.

el camino
"se alarga" $\lambda/2$



el camino
no se alarga



Figura 8.5

8.4 Interferencia en láminas delgadas

Cuando la luz atraviesa un espesor e de vidrio de índice de refracción $n = \frac{c}{v}$, el tiempo empleado para atravesarlo, normalmente, es

$t = \frac{e}{v} = \frac{e}{c/n} = \frac{ne}{c}$. Durante este tiempo, la luz habría recorrido en el vacío, el espacio

$e' = ct = c \frac{ne}{c} = ne$. Esto nos define el camino óptico

co e' ; es el espacio que recorrerá la luz en el vacío, en el mismo tiempo que recorrió el camino real.

Sea una lámina delgada de espesor e (algunas longitudes de onda); iluminémosla con luz monocromática λ y consideremos solamente rayos perpendiculares a la lámina. El rayo incidente AB (figura 8.6) se refleja en parte como BC y en parte se transmite como BD . Sobre la segunda superficie, parte del rayo incidente BD se refleja como DE y parte de DE emerge como EF .

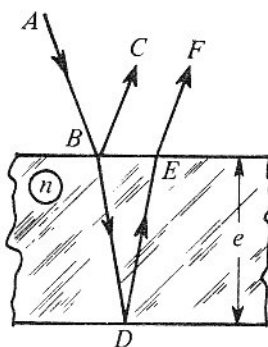


Figura 8.6

Los dos rayos reflejados BC y DF son coherentes porque provienen del mismo rayo, por tanto producen interferencias cuando se reúnen en el ojo, pero éste las localiza en la lámina; se dice que las franjas son localizadas. El rayo BC , debido a su reflexión, se "alargó" $\lambda/2$, mientras que el rayo $BDEF$ recorrió un camino extra equivalente a $2ne$ (su reflexión no introdujo ningún cambio); en resumen, la diferencia de camino entre los dos rayos por tanto es

$$2ne - \frac{\lambda}{2}$$

Tendremos interferencia constructiva, cuando

$$2ne - \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

e interferencia destructiva cuando

$$2ne - \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Ejemplos

1. Superficie no reflectante

Depositamos una película transparente sobre un vidrio, con un índice de refracción n menor que el del vidrio.

¿Cuál debe ser el espesor mínimo para que la radiación λ no se refleje?

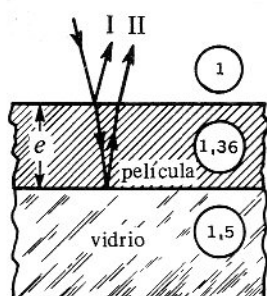


Figura 8.7

En la figura 8.7, el rayo I se "alargó" $\lambda/2$, mientras que el rayo II se "alargó" $2ne + \lambda/2$. Para que se destruyan se necesita que

$$\left(2ne + \frac{\lambda}{2}\right) - \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

o sea que el espesor mínimo es:

$$e = \frac{\lambda}{4n}$$

Este proceso se emplea para la fabricación de superficies no reflectantes en los aparatos que tienen un gran número de superficies de vidrio como los aparatos fotográficos; así la luz transmitida es mayor y se eliminan las reflexiones perjudiciales al contraste de las imágenes. Prácticamente, se toma $\lambda = 0,55 \mu$ que es la luz verde de mayor sensibilidad para el ojo, por tanto, siempre habrá un poco de luz reflejada de los colores de los extremos del espectro, o sean el rojo y el violeta y por esto la luz reflejada tiene un matiz púrpura.

2. Cuña de aire

Una cuña de aire está formada por dos láminas de vidrio que hacen un ángulo muy pequeño (figura 8.8).

El rayo I no se "alargó" pero el rayo II se "alargó" $2e + \lambda/2$ ($n = 1$ en el aire). Tendremos franjas negras, llamadas *franjas de igual espesor* cuando

$$2e + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

Notemos que cuando $e = 0$ (los dos vidrios en contacto) la franja es negra, y corresponde a $m = 0$.

Tendremos franjas brillantes de igual espesor cuando

$$2e + \frac{\lambda}{2} = m \lambda$$

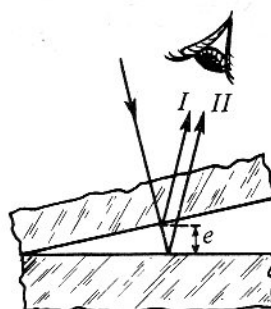


Figura 8.8

Si la cuña se ilumina con luz blanca, cuando haya franjas brillantes para cierto color, este aparecerá, y así tendremos franjas separadas de todos los colores. Esto explica los brillantes colores de las pompas de jabón y de las películas de aceite sobre el agua.

8.5 Red de difracción

Es una extensión del experimento de Young a un gran número de aberturas, varios miles. Se obtiene una red de difracción grabando un gran número de rayas paralelas equidistantes una distancia a sobre una lámina de vidrio. Se pueden usar por reflexión o transmisión.

Cuando un haz de luz paralela monocromática cae sobre una red de difracción, la luz que pasa por las rendijas son difractadas en todas las direcciones y cada una de ellas es un foco secundario. Si en una dirección θ la diferencia de camino entre dos rayos consecutivos es igual a un número entero de λ , o sea

$$S_2H = a \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

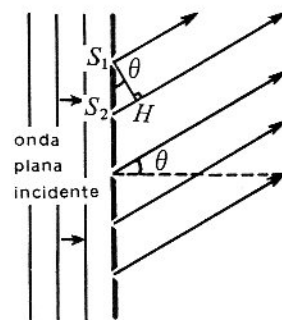


Figura 8.9

tendremos interferencia constructiva para esta longitud de onda y también para todos los otros rayos pa-

alelos a esta dirección porque todos están en fase. Fuera de estas direcciones habrá interferencia destructiva porque cada rayo encontrará otro rayo, dentro de los miles que hay, en oposición de fase.

Como el ángulo θ depende de λ , una luz compleja producirá un *espectro* para cada valor de m , llamado *espectro de orden m* ; para $m = 1$, diremos que tenemos el *espectro de orden 1*, evidentemente existe el *espectro simétrico* que podemos llamar de orden -1 .

Los *espectroscopios de redes de difracción* permiten analizar y medir con mucha precisión las longitudes de onda de cualquier luz compleja.

3.6 Ondas luminosas estacionarias

Cuando un haz de luz paralela monocromática incide normalmente sobre un espejo plano E , la superposición de las ondas incidentes y reflejadas produce el fenómeno de ondas estacionarias (ver sección 3.2). Como la reflexión aire-vidrio introduce un desfase de 180° en el rayo reflejado, tendremos, por tanto, un mínimo de luz (o sea un plano nodal) sobre la superficie y planos nodales N separados $\lambda/2$, intercalados con planos máximos de luz (o sea planos ventrales V).

En 1889, Wiener comprobó este resultado. Dispuso un vidrio transparente A , cubierto de una delgada película fotográfica P , sobre el espejo como una cuña de pequeño ángulo (figura 8.10). La película se impresionó según líneas paralelas, V , intersección de la película con los planos ventrales.

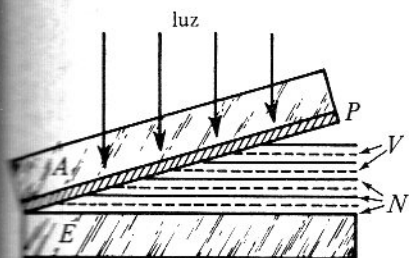


Figura 8.10

3.7 Difracción

Consideremos un haz de luz paralela que ilumina normalmente una pantalla con una abertura rectangular AB (figura 8.11a). Intuitivamente se piensa que solamente la parte XY de la pantalla P será iluminada. De hecho se observa que la luz ilumina uniformemente la

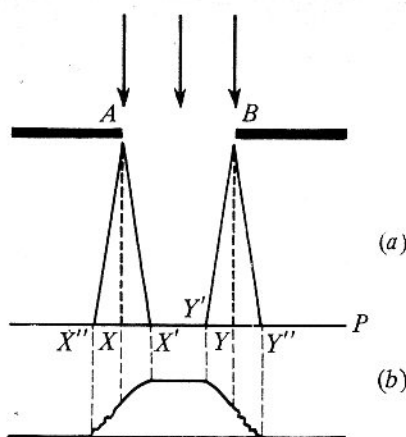


Figura 8.11

región $X'Y'$ y que de X' a X'' y de Y' a Y'' hay máximo y mínimo de luz. La figura 8.11b nos da la intensidad de la luz observada.

Es el fenómeno de la *difracción* que podemos definir así:

La difracción es el fenómeno que se presenta cuando se utiliza una porción limitada de un frente de onda y como siempre se encuentra luz en la sombra geométrica de un objeto, también se define como la "flexión" de la luz alrededor de los objetos.

Podemos ver algunos efectos de la difracción si miramos hacia una fuente luminosa a través de una abertura entre dos dedos.

8.8 Difracción por una rendija

Consideremos una onda plana que incide normalmente sobre una abertura larga y angosta de anchura a y estudiemos lo que pasa en el plano de la figura 8.12.

Enumeremos las fuentes secundarias empezando por el borde superior por 1, 2, 3, ... y cuando lleguemos a la distancia $a/2$ continuemos con $1'$, $2'$, $3'$, ..., cada

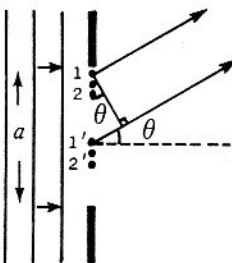


Figura 8.12

par de focos $1-1'$, $2-2'$, ..., separados $a/2$. Los rayos que salen perpendicularmente a la onda incidente están en fase y cuando se encuentran en un punto muy lejano producirán luz (interferencia constructiva).

Si los rayos que salen de 1 y de $1'$, forman un ángulo θ con la horizontal, de tal manera que la diferencia de camino es $\lambda/2$, estaremos en interferencia destructiva y tendremos oscuridad. Lo mismo pasará con los rayos inclinados de θ que vienen de 2 y $2'$, 3 y $3'$ y así para todos los pares de rayos. La condición de oscuridad se escribe como:

$$s = \frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{o sea } \sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

Si dividimos la rendija en cuatro partes y enumeramos los focos secundarios 1, 2, ..., en el primer cuarto; $1'$, $2'$, ... en el segundo cuarto; $1''$, $2''$, ... en el tercer cuarto, y, finalmente $1'''$, $2'''$, ... en el último, y si los rayos que salen de 1 y $1'$ forman un ángulo θ de tal manera que la diferencia de camino entre ellos es $\lambda/2$, tendremos oscuridad y lo mismo pasará con los rayos inclinados de θ que vienen de $1''$ y $1'''$, ...

En estas condiciones tendremos

$$\frac{a}{4} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{o sea } \sin \theta = 2 \frac{\lambda}{a}$$

Generalizando este proceso tendremos finalmente *mínimo de luz* cuando

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Los máximos de luz, que no podemos calcular aquí, están aproximadamente en el centro de los mínimos.

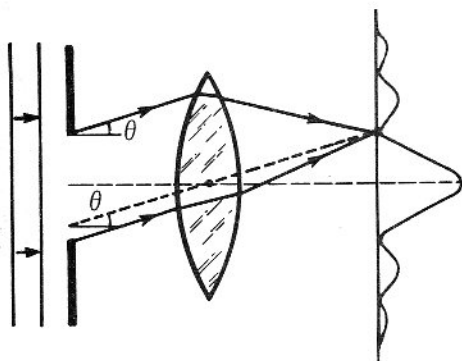


Figura 8.13

En la práctica, los rayos paralelos que salen de la rendija se reúnen en el infinito o, también, si se pone una lente convergente, en el foco correspondiente de la lente; y, así, si ponemos una pantalla en el plano focal de la lente, tendremos una franja brillante central de semianchura angular $\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$. Después vienen otras franjas menos brillantes como muestra la figura 8.13.

Ejemplos

1. Sea una abertura de 10^{-3} mm de anchura. ¿Cuál es el semiángulo de la franja central de difracción para la luz amarilla $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ mm?

$$\sin \theta = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 0,5 \quad \theta = 30^\circ$$

2. La misma pregunta con una abertura de 0,1 mm.

$$\sin \theta = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{10^{-1}} = 0,005$$

Esto demuestra que los fenómenos de difracción son notables cuando la anchura de la rendija es más o menos de la magnitud de la longitud de onda. Si la anchura es mucho más grande que λ , el ángulo θ es muy pequeño, el fenómeno de difracción no se nota y parece que la luz sigue en línea recta; estas conclusiones se toman como postulado en óptica geométrica.

*8.9 Poder de separación de un instrumento de óptica

Cuando un frente de onda es interceptado por una abertura circular de diámetro a , se presenta una figura de difracción compuesta por círculos concéntricos cada vez menos luminosos.

El círculo central tiene un radio de

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{a}$$

en vez de $\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$ de la abertura rectangular.

El factor 1,22 surge cuando integramos las ondas que provienen de todos los focos secundarios de la abertura.

Este resultado nos indica que si un haz de luz paralela, proveniente de un punto objeto, pasa por una abertura circular y después por una lente convergente perfecta, los rayos no se reunirán en un punto pero sí en una figura de difracción. Otro haz de luz proveniente de otro punto nos dará también una figura de difracción. Si las dos figuras se superponen demasiado, será imposible distinguir las dos imágenes. ¿Cuándo dire-

que las imágenes son separadas? Por "decreto" afirmaremos que dos imágenes son separadas, cuando el máximo de la figura de difracción de una imagen cae sobre el primer mínimo de la figura de difracción de la otra. Esto es lo que se llama *criterio de Rayleigh* (Figura 8.14).

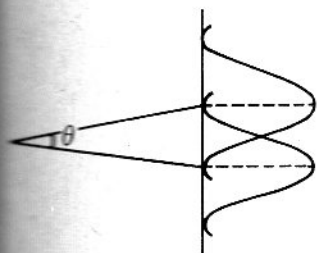


Figura 8.14

De acuerdo con este criterio, la separación angular de las dos imágenes debe tener una separación angular no menor que

$$\theta = \theta = 1,22 \frac{\lambda}{a}$$

siendo θ muy pequeño.

Este ángulo se llama *límite angular de separación del instrumento* y mide el *poder de resolución del instrumento*.

En conclusión, para obtener imágenes separadas se necesitan aberturas muy grandes, y utilizar luz de longitud de onda muy pequeña. Por esta razón se utilizan telescopios muy grandes (recogen más luz también) y se emplea luz ultravioleta para tomar fotos en los microscopios. Los microscopios electrónicos usan ondas electrónicas de longitud de onda miles de veces más pequeña que la de la luz; por tanto se apreciarán objetos infinitamente más pequeños.

8.1A Bilentes de Billet

Se corta una lente convergente en dos, según uno de sus diámetros, y se separan ligeramente las dos semilentes (figura 8.1A). Estas forman dos imágenes reales coherentes, S_1 y S_2 , de la fuente puntual S . Los haces convergentes se cruzan y en la parte común se observan las interferencias.

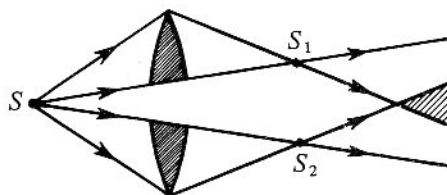


Figura 8.1A

8.2A Biprismas de Fresnel

Dos prismas de ángulos muy pequeños, se unen por sus bases (figura 8.2A). Los dos prismas dan de una fuente lineal, S , dos imágenes virtuales, S_1 y S_2 , que vienen a ser fuentes coherentes. En la parte común de los dos haces se observan las interferencias.

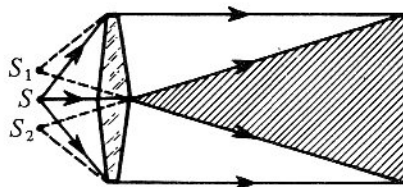


Figura 8.2A

8.3A Espejos de Fresnel

La luz emitida por una fuente lineal, S , incide sobre dos espejos planos, M_1 y M_2 , que forman entre ellos un ángulo θ muy pequeño (figura 8.3A). Los dos espejos dan de la fuente lineal, S , dos imágenes virtuales, S_1 y S_2 , que actúan como fuentes coherentes y producen interferencias en su parte común.

8.4A Espejo de Lloyd

Las franjas pueden ser observadas por medio de un solo espejo, utilizando el haz directo que viene de S si-

Aplicaciones

Damos a continuación la descripción de algunos *interferómetros* muy sencillos y fácil de realizar. En general, las franjas de interferencia son pequeñas y es necesario observarlas con un ocular de microscopio.

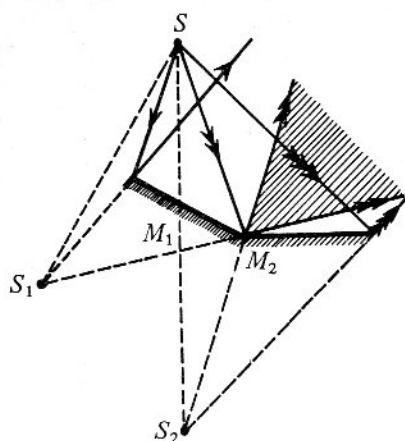


Figura 8.3A

tuada muy cerca del espejo y el haz reflejado que viene de la imagen virtual S' (figura 8.4A). En la parte común de los dos haces se observarán las interferencias.

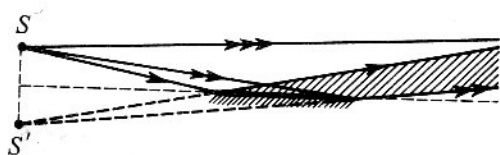


Figura 8.4A

8.5A Interferómetro de Michelson

Comprende una lámina semiplataada y dos espejos, M y N , como muestra la figura 8.5A. El haz de luz, L , es dividido en dos partes iguales por una lámina semiplataada, S . Uno de los haces sigue el camino $SMSO$ y el otro el camino $SNSO$ (sobre este camino se intercala una lámina compensadora, C , del mismo espesor que la lámina semiplataada para que los dos haces atraviesen el mismo espesor de vidrio).

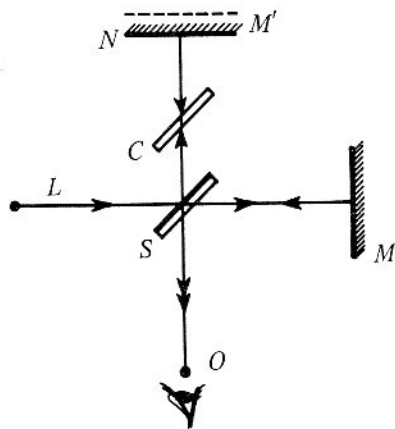


Figura 8.5A

El ojo puesto en O recibe la luz reflejada por N y aparentemente por el espejo M' , imagen del espejo M dado por la lámina semiplataada S .

Se dibuja un sistema de franjas causado por la cuña de aire NM' . Si se desplaza un espejo en la dirección del rayo luminoso, el sistema de franjas se desplaza y si contamos el número de franjas que desfilan por un desplazamiento determinado de un espejo, se podrá deducir la longitud de onda con muy buena precisión.

8.6A El láser

Es una fuente de luz coherente intensa. Debido a sus numerosas aplicaciones actuales y futuras, estudiaremos su funcionamiento.

(a) Los procesos de absorción y emisión de luz

Sea un átomo en su estado fundamental y sea uno de sus electrones con energía E_1 en una órbita.

Cuando está excitado este electrón sube a la órbita superior y tendrá la energía E_2 (figura 8.6A (a)).

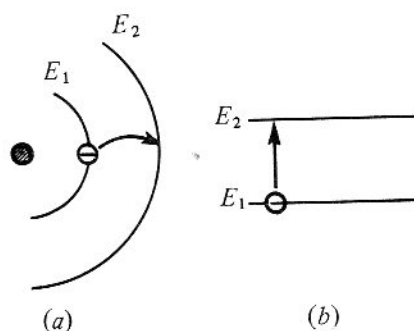


Figura 8.6A

Estos niveles pueden ser representados por líneas horizontales como en la figura 8.6A (b).

i Emisión espontánea

Los átomos excitados regresan naturalmente a su estado fundamental emitiendo trenes de ondas (que también se llaman fotones) incoherentes.

ii Absorción estimulada

Cuando un tren de onda (o fotón) con energía $E_2 - E_1$ incide sobre un átomo en su estado fundamental, el electrón es estimulado a subir en E_2 y el tren de onda desaparece.

iii Emisión estimulada

Cuando un tren de onda (o fotón) con energía $E_2 - E_1$ incide sobre un átomo excitado, el electrón es estimulado

y apa-
o M da-
cuña de
ón del
a y si
or un des-
drá dedu-
ón.

lo a sus
audiare-

z
uno de

órbita su-
.

neas hor

a su es-
(que

la $E_2 - E_1$
ntal, el e-
onda de

la $E_2 - E_1$
s estimu-

ando a bajar en E_1 y así tendremos dos trenes de ondas (o dos fotones) en fase.

Estos tres procesos están esquematizados en la figura 8.7A.

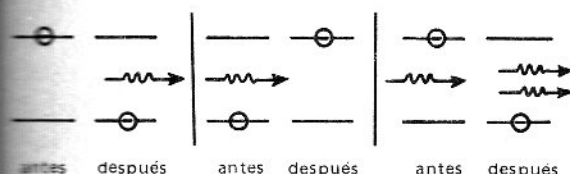


Figura 8.7A

(b) El efecto láser

Si varios trenes de ondas de energía $E_2 - E_1$ inciden sobre numerosos átomos con muchos electrones en E_1 y en E_2 , algunos trenes estimularán la transición $E_1 \rightarrow E_2$ y desaparecerán y otros estimularán la transición $E_2 \rightarrow E_1$ y aparecen doblados. Como la probabilidad de emisión estimulada es igual a la de absorción estimulada, en total tendremos más trenes absorbidos porque normalmente la población de los átomos en estado inferior, como E_1 , es más numerosa que la población de los átomos en estado superior, como E_2 .

Pero si por cualquier medio invertimos la población (o sea más átomos en estado E_2 que en E_1), entonces habrá más trenes emitidos que absorbidos y sumados a los varios trenes que inciden tendremos una amplificación de luz: es el efecto *láser* (palabra que viene de Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation).

(c) Realización del láser

Tres condiciones son necesarias para la obtención del efecto láser:

-El átomo debe tener un estado excitado de larga vida o sea que el electrón se mantenga mucho tiempo en la órbita superior: se dice que el estado es *metastable*.

El rubí y la mezcla helio-neón cumplen esta condición.

-Encontrar un medio de invertir la población de electrones. Con ayuda de la luz de un flash de xenón (como los de los fotógrafos) se puede hacer subir los electrones de E_1 a muchos niveles E_3, E_4, \dots , que bajarán espontáneamente hasta el nivel metastable E_2 (figura 8.8A).

-La mayoría de los trenes de ondas deben ser "atrapados" para que estimulen otros átomos a fin de compensar los trenes que se escapan, y entretejer el proceso. Esta condición se realiza por medio de un tubo

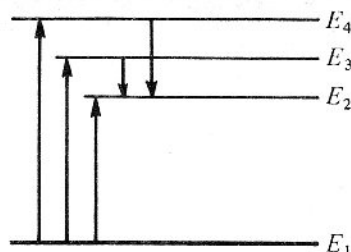


Figura 8.8A

cerrado por espejos perfectamente paralelos, uno que refleja a 100% y el otro ligeramente transparente para dejar salir algunos trenes y formar así el rayo láser que se va a utilizar (figura 8.9A).

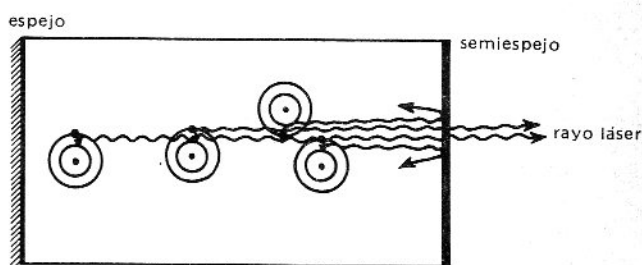


Figura 8.9A

En la práctica se utiliza el *láser de gas*, como el helioneón, que puede operar de manera continua: son estables, emiten luz monocromática bien definida pero son de poca potencia, y el *láser de estado sólido*, como el rubí, que solamente puede operar de manera discontinua, pero con gran potencia.

(d) Cualidades y aplicaciones

Amplificación de luz. Se utilizan en las comunicaciones para amplificación, modulación y detección semejantes a los amplificadores electrónicos.

Paralelismo del haz. A causa del aparato que produce el haz láser, éste es perfectamente paralelo, limitado solamente por los efectos de difracción. Puede servir como un radar y medir distancia con mucha precisión como Tierra-Luna.

Coherencia. Todos los trenes de ondas están en fase. Puede ser útil en todos los experimentos de interferencia y difracción. Esta coherencia permite tener mayor potencia en una área muy pequeña; utilización en microcirugía, en perforación de materiales refrac-

tarios, diamantes... y también para una utilización muy especial; la fotografía en tres dimensiones, la *holografía*.

Problemas

8.1 Calcular la separación entre las franjas brillantes en el experimento de Young para $\lambda = 0,6 \mu$ si se sabe que la distancia entre las rendijas es $0,4 \text{ mm}$ y que la pantalla está situada a 1 m . Resp. $1,5 \text{ mm}$.

8.2 Se repite el experimento de Young. Precisar el movimiento del conjunto de las franjas sobre la pantalla cuando:

- La fuente se desplaza hacia arriba.
- Los dos huecos se desplazan hacia arriba.
- Se pone sobre el hueco superior una lámina delgada de vidrio.

8.3 Se repite el experimento de Young con luz blanca. Explicar el fenómeno.

8.4 En una conferencia de paz los representantes de dos naciones, A y B, discuten en una sala cuadrada de 50 m de lado, sentados en una mesa alargada, como muestra la figura 8.1P. Los representantes están separados entre sí 1 m .

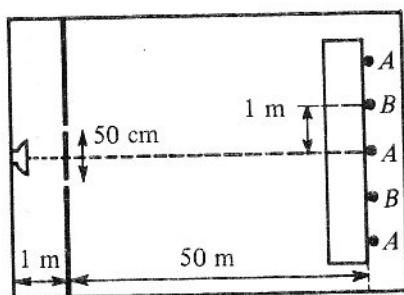


Figura 8.1P

Después de varias horas de discusión, un espía de A nota que sus representantes están cansados y los de B no. Investigando el hecho, nota que en una pared hay dos huecos separados 50 cm y que detrás de la pared hay un alto parlante situado a 1 m de distancia y simétrico de los dos huecos.

(a) Explicar qué es lo que pasa y calcular la frecuencia del parlante ($v = 340 \text{ m/seg}$).

(b) ¿Qué puede hacer el espía para "devolver la cortesía" a los representantes de la otra nación?

Resp. 17.000 hz ; desplazar lateralmente el parlante 2 cm .

8.5 Un sistema de doble rendija, separadas $0,3 \text{ mm}$, sumergido en agua ($n = 4/3$), es iluminado con luz amarilla de $\lambda = 0,6 \mu$. ¿Cuál es la distancia entre las franjas brillantes sobre una pantalla situada a 1 m dentro del agua? Resp. $1,5 \text{ mm}$.

8.6 Un desplazamiento de $0,05 \text{ mm}$ de un espejo de un interferómetro de Michelson origina el paso de 100 franjas brillantes en un punto O, unión de los haces de luz. ¿Cuál es la longitud de onda de la luz utilizada? Resp. 1μ .

8.7 Se coloca un tubo de vidrio de 10 cm de largo evacuado en un brazo de un interferómetro de Michelson. A medida que el aire entra en el tubo, se observan que pasan por el punto O, punto de unión de los dos haces, 100 franjas de $\lambda = 0,6 \mu$. ¿Cuál es el índice de refracción del aire? Resp. $1,0003$.

8.8 Se repite el experimento de las ondas estacionarias con luz de $\lambda = 0,628 \mu$ y con el vidrio inclinado $1'$ sobre el espejo. ¿Cuál es la distancia entre dos franjas oscuras en la película? Resp. $1,08 \text{ mm}$.

(Recordar $1' = \frac{\pi}{60 \times 180} \text{ rad}$).

8.9 Se tienen 4 rendijas estrechas, separadas por una distancia s , iluminadas por luz paralela como se ve en la figura 8.2P. Mostrar que en A y E, habrá un máximo de luz, y que en B, C y D habrá oscuridad cuando se reúnen los 4 rayos.

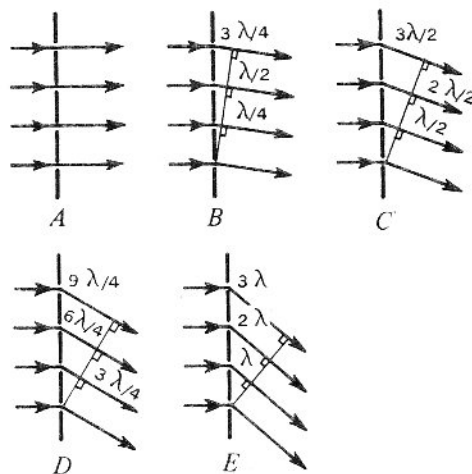


Figura 8.2P

8.10 Una película muy delgada (de espesor prácticamente nulo) de aceite sobre agua, aparece muy brillante por reflexión. ¿Su índice de refracción es mayor o menor que el del agua?

8.11 Cuando una burbuja de jabón se evapora aparece negra en el momento de romperse. ¿Por qué?

8.12 Se coloca un cabello entre dos placas de vidrio y así se forma una cuña de aire. Cuando se ilumina con luz de $\lambda = 0,6 \mu$, se cuentan 100 franjas brillantes. ¿Cuál es el espesor del cabello? Resp. 0,03 mm.

8.13 Se coloca el sistema anterior (placas de vidrio y cabello dentro del agua ($n = 4/3$)). ¿Cuántas franjas brillantes se contarán utilizando la misma luz? Resp. 133 franjas.

8.14 Una manera de obtener película delgada variable de aire es poniendo una lente plano-convexa de radio R muy grande, sobre un plano de vidrio, e iluminando desde arriba con luz paralela de longitud de onda λ (figura 8.3P). Explicar por qué veremos anillos brillantes y oscuros (denominados anillos de Newton) y demostrar que el radio de los anillos brillantes es

$$r = \sqrt{(m - 1/2) \lambda R}$$

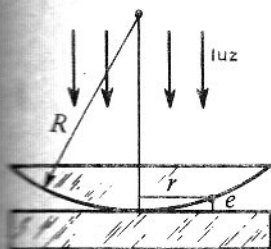


Figura 8.3P

(Recordar que en un triángulo rectángulo, tenemos $r^2 = e(2R - e) \approx 2eR$ si e es pequeño.)

8.15 Para saber si una superficie de vidrio es perfectamente plana se pone la superficie sobre un vidrio rigurosamente plano y se observan los anillos de Newton (figura 8.3P). Se ejerce una ligera presión con los dedos sobre la superficie: si se nota que los anillos se alejan del centro, es que la superficie es convexa y si los anillos se acercan al centro es que la superficie es cóncava. ¿Por qué?

*8.16 Sea una lámina delgada de vidrio de índice de refracción n y de espesor e .

Mostrar que bajo incidencia oblicua, sin tener en cuenta ningún cambio de fase, la diferencia de camino óptico entre los rayos I y II es

$$2ne \cos r$$

(ver figura 8.4P) siendo r el ángulo de refracción. Se recuerda que la diferencia de camino óptico es

$$(AB + BC) - (AH)$$

en el vidrio en el aire

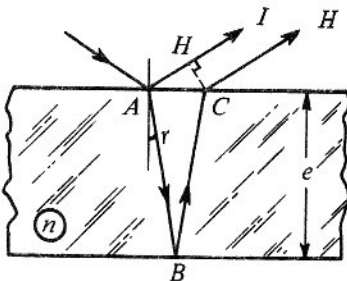


Figura 8.4P

Esto explica el porqué las franjas de láminas delgadas en incidencia normal se mueven cuando se miran en incidencia oblicua.

8.17 ¿Cuántas líneas por mm debe tener una red de difracción para que el espectro de primer orden para $\lambda = 0,5 \mu$ tenga lugar para un ángulo de 30° ? Resp. 1000 líneas/mm.

8.18 Para cierta red de difracción y con $\lambda = 0,6 \mu$ se tiene un espectro de primer orden a 37° . ¿Con qué longitud de onda se tendrá un espectro de primer orden a 53° ? Resp. $0,8 \mu$.

8.19 Una fuente lineal de anchura a ilumina a $0,5$ m simétricamente dos rendijas muy estrechas, separadas 1 mm, con luz de $\lambda = 5,10^{-7}$ m. ¿Cuál debe ser el valor mínimo de a para que no pase ninguna luz en las rendijas? Resp. $0,5$ mm.

8.20 Un maestro de escuela situado dentro de una sala de clase sopla dentro de un pito, de frecuencia 550 Hz, para llamar los alumnos que están fuera de la clase. La sala tiene solamente una ventana de 1 m de ancho por 2 m de alto. Todos los alumnos regresan a clase, salvo uno, que dijo después que no oyó el silbato. ¿Es posible este hecho? (Velocidad de las ondas en el aire 330 m/seg). Resp. Sí; ángulo de extinción a 37° .

HOLOGRAFIA

Proceso que permite tomar fotografías en tres dimensiones por medio de luz coherente (viene del griego: escritura (o visión) total). Iluminemos con luz coherente SP , $S'P'$, ..., una placa fotográfica y con la misma luz un objeto puntual O .

(a) El objeto O está en el infinito (figura 1)

La luz que difunde O llega paralelamente como OP , $O'P'$... Los rayos directos SP , $S'P'$, ..., y OP , $O'P'$, ..., interfieren y tendremos franjas de interferencia.

En efecto, si SP y OP llegan en fase sobre la placa, tendremos una franja brillante en P y si $OP - O'P' = \lambda$, tendremos otra franja brillante en P' y así sucesivamente (figura 1) la distancia entre estas franjas brillantes es

$$a = \frac{\lambda}{\sin \theta}$$

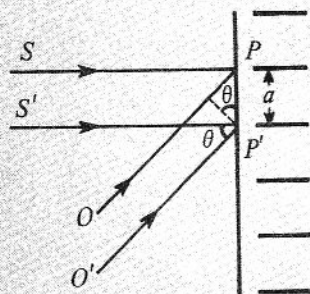


Figura 1

Así tendremos franjas igualmente espaciadas sobre la placa fotográfica que revelamos y fijamos: será una red de difracción, como vimos antes; llamaremos esta fotografía, *holograma*.

Si iluminamos inversamente esta holograma con la misma luz coherente paralela, tendremos luz paralela que sale en el orden 0 que no tomaremos en cuenta y en el primer orden de cada lado de la normal a la placa o sea que esta luz va constituir las imágenes de O en el infinito (figura 2). (Se puede demostrar que una red de este tipo, llamada red sinusoidal, solamente produce espectros de orden 1 y -1.)

(b) El objeto O está cerca de la placa (figura 3). Las franjas brillantes en P y P' están separadas

$$a = \frac{\lambda}{\sin \theta}$$

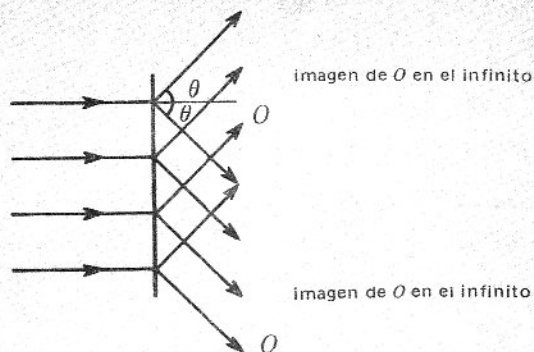


Figura 2

mientras que en Q y Q' están separadas

$$a' = \frac{\lambda}{\sin \theta'}$$

Como θ' es más pequeño que θ , a' es más grande que a tendremos una red de difracción sobre la placa con franjas no igualmente espaciadas como muestra la figura 3; estas franjas son arcos de circunferencia centrados sobre H .

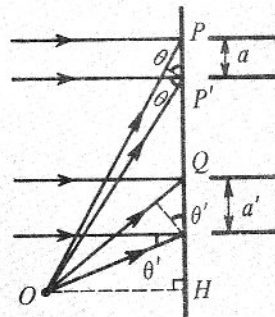


Figura 3

Si iluminamos inversamente este holograma con la misma luz coherente paralela, la luz del primer orden en P' emerge con el ángulo θ y en Q , Q' emerge con el ángulo θ' de cada lado de la normal.

De un lado tendremos que los rayos PO' , $P'O'$, QO' , $Q'O'$ se reúnen en O' constituyendo una imagen real de O que puede ser captada sobre una placa fotográfica mientras que del otro lado, los rayos PX , $P'X'$, QX'' , $Q'X'''$, que son divergentes, parecen provenir de

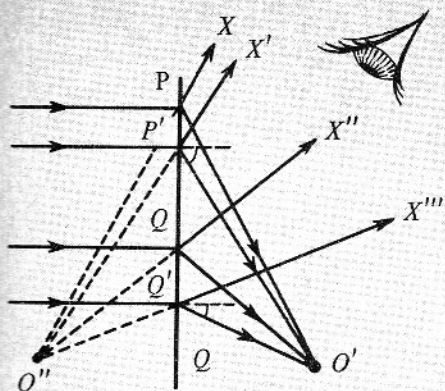


Figura 4

un punto O'' , imagen virtual de O , cuando miramos desde X , X' , X'' , X''' (figura 4).

Si este holograma es cortado en varios pedazos, cada uno de éstos dará la misma imagen que el holograma total, por cierto, con menos luz.

Si consideramos cualquier objeto como formado de una suma de puntos y que lo iluminamos con luz coherente, tendremos sobre una placa fotográfica un holograma que es la resultante de todos los hologramas elementales anteriores. A la reconstitución, o sea iluminando ese holograma con luz coherente, cada holograma elemental reconstituye el punto del objeto en su posición original. Así tendremos dos imágenes en

tres dimensiones, una real y otra virtual. La figura 5 muestra la toma de un holograma y la figura 6 la reconstitución de las imágenes.

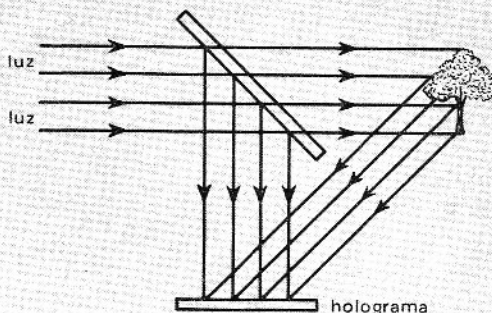


Figura 5

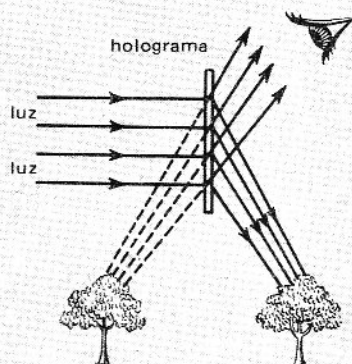


Figura 6

NUEVE

Polarización

Los fenómenos de interferencia y de difracción se observan con todas las clases de ondas y esto nos demuestra que la luz es un fenómeno ondulatorio. Pero todavía no sabemos si las ondas luminosas son transversales o longitudinales. El fenómeno de *polarización* nos lo indicará.

9.1 Polarización por reflexión

Se llama luz natural a la que proviene directamente de la fuente sin haber sido ni reflejada ni refractada.

Considérese un rayo de luz natural SM que se dirige hacia una lámina de vidrio. Si se hace girar el vidrio alrededor de SM (figura 9.1 (a)) se nota que la luz reflejada MR describe un cono de eje SM , pero tiene siempre la misma intensidad.

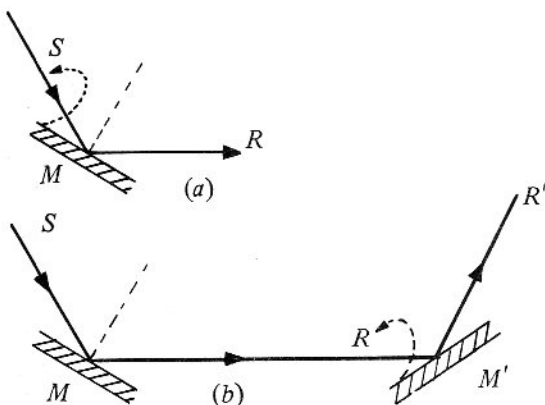


Figura 9.1

Ahora se recibe la luz MR que ya se reflejó en un primer vidrio, en un segundo vidrio M' y hagamos girar M' alrededor de RM' , (figura 9.1(b)); se nota esta vez, que el rayo reflejado $M'R'$ describe un cono de eje RM' pero su intensidad pasa por dos máximos y dos mínimos, o sea que el rayo RM' no tiene las mismas propiedades en todas las direcciones.

Si los planos de incidencia sobre los dos vidrios son paralelos, la luz es máxima; pero si los planos de incidencia son perpendiculares, la luz es mínima. Diremos entonces que un rayo como RM' que tiene dos planos de simetría perpendiculares está *polarizado rectilíneamente*.

Con el primer vidrio hemos polarizado la luz que cae sobre él. El segundo vidrio nos permitió reconocer el estado de polarización de la luz polarizada, es decir de analizarla; M es un *polarizador* y M' es un *analyzer*.

Un polarizador y un analizador son dos aparatos idénticos pero que tienen papeles diferentes.

Nota: Generalmente, el mínimo no es nulo; diremos que el rayo luminoso es *parcialmente polarizado*. Para cierto ángulo de incidencia, el mínimo es nulo, la *polarización es completa*.

El fenómeno de la polarización interviene para toda sustancia transparente como el vidrio, el agua, las laca pero no para los espejos metálicos.

9.2 Interpretación de la polarización

Los fenómenos de interferencia y difracción nos muestran que la luz es un fenómeno ondulatorio; pero no nos muestra si la vibración luminosa es transversal o longitudinal. La existencia de los fenómenos de polarización nos precisa este punto. Cuando los rayos luminosos se polarizan no tienen la simetría de revolución que nos indica que la vibración luminosa no puede tener una componente longitudinal; por tanto, la *vibración luminosa es una vibración transversal*.

La luz la emiten los átomos excitados en forma de trenes de ondas de 10^{-8} seg de duración. En cada tren de onda, la vibración tiene una dirección bien determinada, fija en el espacio, determinada por la posición del electrón en el momento que baja de órbita; se dirá que el tren de onda es polarizado. Más tarde, otro tren de onda polarizado en otra dirección saldrá del mismo átomo o de otros; así la luz que proviene de una fuente

está compuesta de muchos trenes de ondas polarizadas al azar (figura 9.2).

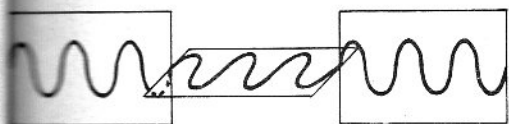


Figura 9.2

Si se mira un rayo luminoso de frente, se verá la vibración luminosa AB (figura 9.3), pero 10^{-8} seg más tarde se verá como CD y más tarde como EF . El efecto es que no hay una orientación bien definida de la vibración; es una luz natural.

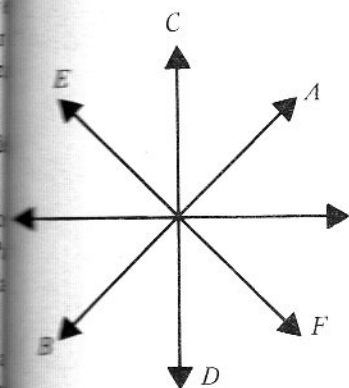


Figura 9.3

Cuando un rayo de luz natural incide sobre la superficie de un cuerpo transparente, las vibraciones que son paralelas a la superficie excitan con más facilidad los átomos de la superficie del cuerpo y estos a su vez emiten una luz reflejada con la vibración paralela a la superficie; esto explica la polarización por reflexión que es máxima para un cierto ángulo llamado ángulo de Brewster; el cuerpo actúa como polarizador.

Si la luz polarizada incide sobre la superficie de un cuerpo con el vector vibración paralelo a la superficie, la luz se reflejará sin ninguna dificultad. Pero si las vibraciones están en un plano perpendicular a la superficie, el rayo no se refleja; el cuerpo actúa como analizador.

9.3 Polarización de una cuerda

Se puede hacer una idea de este fenómeno, si se considera un flujo de piedras planas que inciden sobre la su-

perficie del agua. Habrá reflexión de las piedras si éstas son "polarizadas".

Se puede hacer una analogía mecánica de los fenómenos de polarización con la experiencia de la figura 9.4.

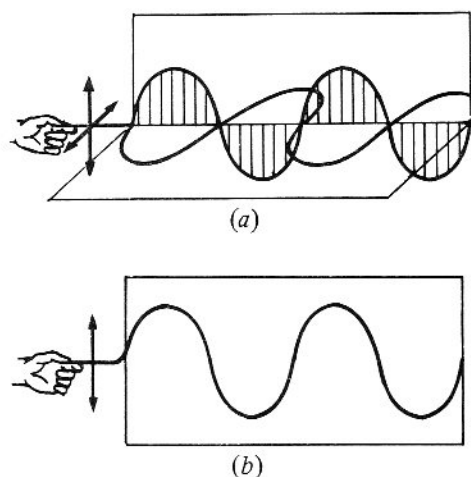


Figura 9.4

Produzcamos con la mano, ondas en la cuerda. Si se cambia arbitrariamente la orientación de las vibraciones de un momento a otro, se tiene la analogía de la luz natural (figura 9.4(a)). Si las vibraciones se efectúan siempre en el mismo plano, se tendrá la analogía de la luz polarizada (figura 9.4(b)).

Pongamos una placa con una rendija P (figura 9.5). Solamente las vibraciones paralelas a P podrán pasar; P es la analogía del polarizador. A cierta distancia coloquemos otra placa con una rendija A ; si A es paralela a P , la vibración pasará sin dificultad (figura 9.5(a)); pero si A es perpendicular a P la vibración no pasará (figura 9.5(b)); A es el análogo del analizador.

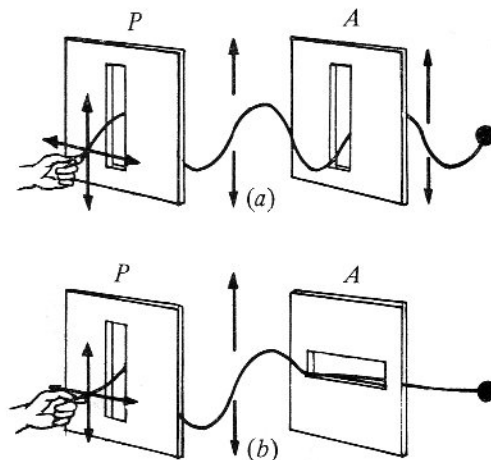


Figura 9.5

En conclusión, se ve que tanto el polarizador como el analizador poseen un eje especial: dejan pasar la vibración luminosa según este eje; es el análogo de la rendija P o A .

La presencia de los electrones libres en los conductores anula la función polarizadora de los cuerpos transparentes y por esto, no hay polarización en las superficies metálicas.

9.4 Leyes de la polarización

(a) Ley de Brewster

Cuando la luz llega sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia i (figura 9.6) la luz se refleja completamente polarizada cuando se tiene

$$\tan i = n$$

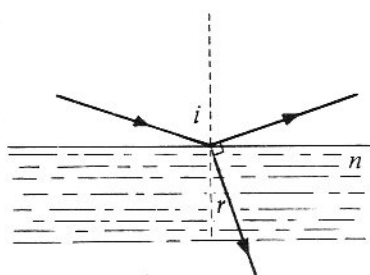


Figura 9.6

Es la *ley de Brewster*. De aquí se deduce que el rayo reflejado y el refractado son perpendiculares. (ver problema 9.1).

(b) Ley de Malus

Sea la vibración de amplitud A y de intensidad I que llega sobre un polarizador cuyo eje es OX (figura 9.7). Este dejará pasar la componente de amplitud

$$A_x = A \cos \theta$$

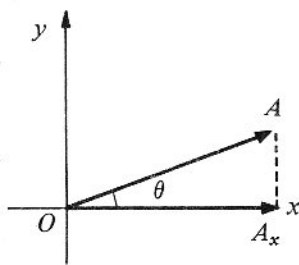


Figura 9.7

y como la intensidad es proporcional al cuadrado se tiene

$$A_x^2 = A^2 \cos^2 \theta$$

$$I_x = I \cos^2 \theta$$

Esta ley descubierta por Malus, es comprobada plenamente por la experiencia. Permite variar la intensidad de una luz, progresivamente.

9.5 Polarización por doble refracción

Este fenómeno de la doble refracción puede observarse en la mayoría de los cristales transparentes, particularmente con el CaCO_3 o espato de Islandia, cortado de cierta manera con respecto a un eje de simetría llamado eje óptico que tiene el cristal.

(a) El fenómeno

Consideremos un haz luminoso que llegue normalmente sobre una cara del cristal (figura 9.8).

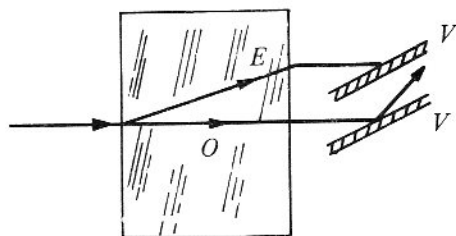


Figura 9.8

Se nota que el haz luminoso se desdobra a la entrada del cristal. El primer haz sigue las leyes de Snell y no se desvía, es el *haz ordinario* (O): el segundo haz no obedece a estas leyes y se desvía, es el *haz extraordinario* (E). Así a todo rayo de luz natural incidente, corresponde un rayo ordinario y un rayo extraordinario. Las sustancias que poseen esta propiedad se llaman *birrefringentes*.

Con una lámina de vidrio (V) en incidencia de Brewster se puede notar que un haz se puede apagar (no hay reflexión) mientras que el otro haz se refleja y que si giramos el vidrio 90° , es el otro haz el que se apaga. Esto nos indica que los dos rayos se polarizan completamente y que las vibraciones del rayo ordinario son perpendiculares al plano de la figura y que las del extraordinario están en el plano de la figura (figura 9.8)

(b) Prisma de Nicol

Esta birrefringencia se ha utilizado para producir pola

rizadores. El principio consiste en eliminar un haz. Esta solución la dio Nicol en 1864.

Se corta una lámina gruesa de espato según AB como lo muestra la figura (9.9) y se pega con un pegante de índice de refracción inferior al índice de refracción del espato para el rayo ordinario.

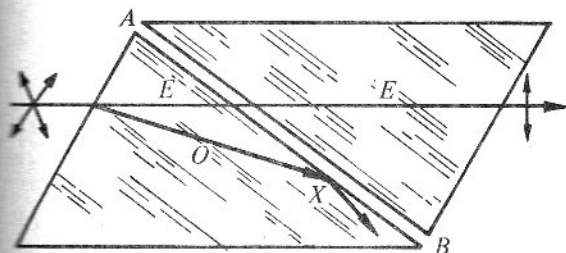


Figura 9.9

Como el rayo ordinario llega con un ángulo mayor que el ángulo crítico se refleja totalmente en X y sólo el rayo extraordinario completamente polarizado sale al exterior.

(c) Polaroides

Existen ciertos cristales llamados *dicroicos* que absorben un rayo más que el otro, por ejemplo la turmalina absorbe mucho más el rayo ordinario que el rayo extraordinario. Para cierto grosor solamente saldrá el rayo extraordinario; tendremos así un polarizador natural (figura 9.10). El único defecto es el tamaño reducido del cristal y su poca luminosidad.

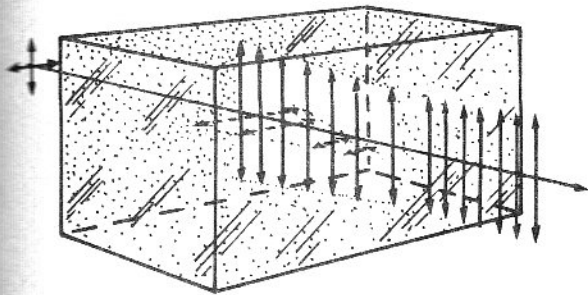


Figura 9.10

Se han realizado películas polarizadas llamadas *polaroides* que contienen pequeños cristales dicroicos del tipo turmalina, dentro de un plástico y orientados to-

dos en la misma dirección. Son baratos y de grandes dimensiones, razón por la cual se les utiliza mucho.

9.6 Rotación del plano de polarización

Cuando la luz polarizada atraviesa algunas soluciones orgánicas como azúcar o algunos cristales, el plano de polarización gira, un ángulo proporcional a la concentración de azúcar dentro de la solución, o al espesor del cristal.

En la figura 9.11 se puede ver un montaje experimental que permite medir el ángulo de giro. La luz blanca llega sobre un polarizador P , que trasmite una luz polarizada en la dirección AB . Si no hay solución, el analizador estará en la posición AB para dejar pasar la vibración sin atenuación.

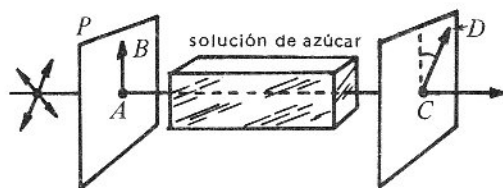


Figura 9.11

Si ahora se pone un tubo lleno de solución, la vibración girará un cierto ángulo y estará en la dirección CD , dirección en la cual hay que poner el analizador para que deje pasar la vibración sin atenuación.

Estas sustancias que hacen girar el plano de polarización se llaman *ópticamente activas*; este fenómeno se debe a la estructura en hélice de las moléculas.

Si el plano gira a la derecha del observador que recibe la luz polarizada se dice que la sustancia es *dextrógira* y si lo hace a la izquierda la sustancia es *levógira*.

Los instrumentos que permiten medir el ángulo de giro es el *polarímetro* o *sacarímetro*; se utilizan mucho en la industria azucarera y en el estudio de los cristales.

Aplicaciones

9.1A Fabricación de un polaroide

Se puede fabricar sencillamente un polaroide con azul de metileno sobre una lámina de vidrio.

Se depositan algunas gotas de una solución de azul de metileno (tinta azul) concentrada sobre una lámina de

vidrio bien caliente. Con el borde de otra lámina se toca la gota que se expande por capilaridad. Se desplaza entonces esta lámina como lo muestra la figura 9.1A. El líquido evaporado deja una película de cristales orientados. Es un polaroide.

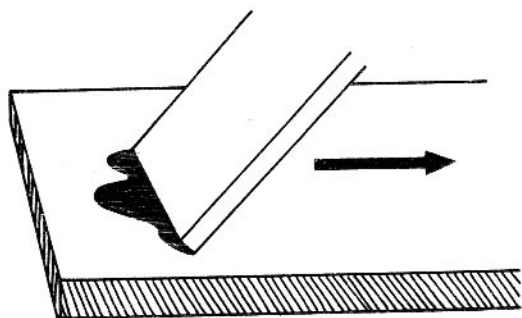


Figura 9.1A

9.2A Usos de los polaroides

En la vida diaria, se usan los polaroides para eliminar la luz reflejada por las sustancias brillantes y los líquidos.

Utilizados en gafas reducen considerablemente la luz reflejada del Sol por el pavimento mojado de las carreteras, y por el agua de un lago (útil para los pescadores). Se utilizan también en filtros para cámaras fotográficas; permiten reducir los reflejos sobre los objetos que se quieren fotografiar.

Científicamente se pueden tener muchas informaciones útiles acerca de la estructura de los átomos, moléculas y núcleos mediante los estudios de la polarización de las radiaciones que emiten.

9.3A Fotoelasticidad

El vidrio y los plásticos se vuelven birrefringentes cuando se someten a esfuerzos mecánicos, lo que dio lugar a una ciencia, la *fotoelasticidad*.

Si se hace un modelo plástico de una pieza mecánica como engranajes, vigas, etc. . . , el modelo se vuelve birrefringente y permite estudiar y medir las tensiones internas dentro de las piezas, cuando se lo somete a los mismos esfuerzos que el original mecánico.

Esas sustancias hacen girar el plano de polarización un ángulo que depende de la magnitud de la tensión y esto produce entre dos polaroides, brillantes colores.

El celofán de las envolturas de paquetes de cigarrillos

o de caramelos es birrefringente; puesto entre dos polaroides, se obtienen efectos sorprendentes de color.

9.4A Las moléculas del DNA son dextrógiras

Louis Pasteur cuando estudiaba el ácido tartárico reconoció dos tipos de cristales de ácido en el microscopio. Los separó, usando una pinza muy fina, los disolvió en agua y notó que un grupo hacía girar el plano de polarización hacia la derecha y otro grupo lo hacía girar hacia la izquierda del mismo ángulo.

Este es el primer gran descubrimiento de Pasteur, del ácido tartárico dextrógiro y levógiro.

Con técnicas semejantes se muestran que todas las moléculas actuales del DNA, el ácido fundamental del núcleo de todas nuestras células, son hélices dextrógiras. En vista de este resultado, el hombre se pregunta.

En los tiempos prehistóricos, ¿el mundo estaría formado de iguales cantidades de DNA dextrógiras y levógiras? ¿Cómo se hizo esta separación? ¿Existirían mundos cuyos habitantes tendrían DNA levógiras?

La respuesta a estas preguntas podría explicar la historia de la evolución de la vida en nuestro planeta lo mismo que su futuro.

Problemas

9.1 Mostrar que cuando la luz incide sobre un cuerpo transparente con el ángulo de Brewster, el rayo refractado es perpendicular al rayo reflejado.

9.2 El ángulo de reflexión total en una sustancia es 45° . ¿Cuál es el ángulo de Brewster?

9.3 ¿Para qué ángulo de incidencia estará completamente polarizada la luz reflejada por el agua? ($n = 4/3$) Resp. 53° .

9.4 ¿Podría estar polarizada una onda sonora en el aire?

9.5 ¿Cómo se puede identificar la dirección de polarización de un polaroide?

9.6 ¿Cuáles son las ventajas de los anteojos hechos de polaroide?

9.7 Sean dos polaroides dispuestos de tal manera que no pasa ninguna luz. Si se coloca una tercera lámina polaroide entre ellas, ¿habrá transmisión de luz a través de los tres polaroides?

9.8 Se desea verificar la sensibilidad de una placa fotográfica. Para esto, se expone la película a un haz lu-

minoso que atraviesa dos polaroides que dejan pasar el máximo de intensidad luminosa I . ¿Qué ángulos se debe hacer girar el analizador para que tengamos sobre la película, $0,64I$, $0,49I$, $0,36I$, $0,25I$? Resp. 37° , 45° , 53° , 60° .

9.9 Un tubo de polarímetro contiene azúcar a la concentración de 2 g/cm^3 y el plano de polari-

zación gira 100° . ¿Cuál debe ser la concentración de azúcar que haga girar el plano de polarización 150° en el mismo aparato? Resp. 3 g/cm^3 .

9.10 ¿Cuáles deben ser los ángulos de incidencia y de refracción si la luz reflejada por un vidrio ($n = 1,5$) se polariza completamente?

Resp. $56,3^\circ$, $33,7^\circ$.

La polarización de la luz del cielo y los vikingos

Cuando la luz blanca del Sol atraviesa el aire, las frecuencias que corresponden a los colores violeta-azul excitan las moléculas de aire en su recorrido y éstas a su vez, emiten de nuevo en todas las direcciones, por resonancia, luz polarizada de la misma frecuencia (véase la sección 5.3A). El efecto es más pronunciado cuando se mira el cielo con un polaroide en la dirección perpendicular a los rayos del Sol.

Este fenómeno lo aprovechan los aviadores, las abejas y en tiempo pasado lo utilizaron los vikingos.

Aviadores

En las regiones árticas y antárticas, no se puede usar la brújula magnética porque la aguja es prácticamente perpendicular al suelo (¿Por qué?). Los aviadores utilizan la "brújula solar" o "compás de crepúsculo", especie de polaroide que les permite determinar la dirección del Sol observando la polarización de la luz del cielo.

Abejas

Se ha comprobado que las abejas para orientarse en sus vuelos entre la colmena y las flores que tienen polen, utilizan también la polarización de la luz del cielo. Los ojos de las abejas (deben tener cierta clase

de polaroide) aprecian con mucha precisión el estado de polarización de la luz del cielo.

Los vikingos

Los navegantes vikingos (siglo IX) navegaban sin usar brújulas magnéticas. Por la noche se guiaban por las estrellas y de día, mediante el Sol. Cuando estaba tapado por las nubes, usaban, según las antiguas leyendas escandinavas, las mágicas "piedras del Sol", que siempre les permitían localizar la dirección del Sol.

Durante muchos siglos, fue un completo misterio, el origen de las "piedras del Sol". El misterio fue resuelto en nuestra época por un niño de 10 años.

En efecto, un arqueólogo había escrito en una revista: "Parece que existe la posibilidad de que las "piedras del Sol" de los vikingos podían indicar la dirección del Sol en tiempo nublado". El niño relacionó estas piedras con la brújula solar y lo comentó a su padre (jefe de navegación de una línea aérea escandinava) que a su vez lo comunicó al arqueólogo. Se recogieron varios cristales de los que podían haber usado los vikingos y se notó que eran cristales dicroicos, como la turmalina y por tanto semejantes a los polaroides. Estos cristales o "piedras del Sol" permiten localizar el Sol, por la polarización de la luz del cielo con una aproximación de $2\frac{1}{2}^\circ$.

Tercera parte

Electricidad

Unidad 6

Electrostática

DIEZ

Cargas y campo eléctrico

Los fenómenos eléctricos se conocen desde hace 2500 años. Se sabía que pedazos de ámbar frotados, especie de resina con la cual se hacen joyas, atraían trozos de papel. Hoy se puede hacer el mismo experimento peinando los cabellos con un peine de plástico.

Esas fuerzas se denominan eléctricas porque vienen de la palabra griega *elektron*, que significa ámbar. Solamente en el siglo XVIII, estudios serios y sistemáticos empezaron a conformar a partir de los conceptos de cargas positivas y negativas las primeras teorías de la electricidad.

En este capítulo, empezaremos el estudio de las cargas en reposo que se denomina *electrostática*.

10.1 Cargas eléctricas

El experimento siguiente es fundamental para mostrar que solamente existen dos tipos de cargas.

(a) Tomemos dos pequeñas esferas de un mismo cuerpo *A* (por ejemplo, vidrio frotado con un paño de seda), suspendámoslas con finos hilos de seda como en la figura 10.1 y acerquémoslas. Notamos que se repelen.



Figura 10.1

(b) El mismo experimento con otro cuerpo *B* (por

ejemplo, ebonita frotada con piel), como en la figura 10.2. Notamos que se repelen.

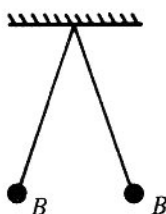


Figura 10.2

(c) El mismo experimento, pero una de las esferas es el cuerpo *A* (vidrio frotado) y la otra es el cuerpo *B* (ebonita frotada), como en la figura 10.3. Notamos que se atraen.



Figura 10.3

(d) El mismo experimento, pero una de las esferas es *A* o *B* y la otra es un nuevo cuerpo *C*; frotado. Siempre se observará que *C* repele a *C* y que si *A* atrae a *C*, *B* lo repele, o viceversa, figura 10.4.

De los anteriores experimentos, se concluye:



Figura 10.4

1. Que los cuerpos frotados tienen la facultad de atraerse o de repelerse. También, que los cuerpos se han cargado eléctricamente y que existen dos clases de electricidad.
2. Que los cuerpos que repelen a *A* y atraen a *B* se han cargado de electricidad vidriosa o *positiva*.
3. Que los cuerpos que atraen a *A* y repelen a *B*, se han cargado de electricidad resinosa o *negativa*.

En síntesis, *las cargas de un mismo nombre se repelen, y las de nombres distintos se atraen.*

Nota: El concepto de carga presenta ciertas analogías con el concepto de masa. De igual manera que todos los cuerpos o partículas tienen asignados el atributo abstracto de masa, tienen también una carga inherente que puede ser positiva, negativa o nula. Se vio que los cálculos de las interacciones entre los cuerpos (fuerzas, aceleraciones, . . .), se simplificaron mucho al introducir el concepto de masa. De igual manera, la introducción del concepto de carga, nos ofrece una sencilla representación de este nuevo tipo de fuerzas llamadas eléctricas.

Para entender por qué el frotamiento o rozamiento produce estos fenómenos, es necesario conocer la estructura del átomo.

10.2 Estructura del átomo

Se admite y los resultados experimentales lo confirman, que la materia está formada de átomos.

El átomo comprende un *núcleo* muy denso formado de *protones* cargados positivamente, de *neutrones* sin carga y de *electrones* muy livianos cargados negativamente, girando en órbitas llamadas *K, L, M, . . .* (figura 10.5).

La carga negativa del electrón es de igual magnitud que la carga positiva del protón. Nunca se ha observado una carga menor; este hecho se denomina la *cuantificación* de la carga eléctrica.

En el *estado fundamental* o *normal* de un átomo, el nú-

mero de electrones es igual al número de protones del núcleo; es el *número atómico* *Z*.

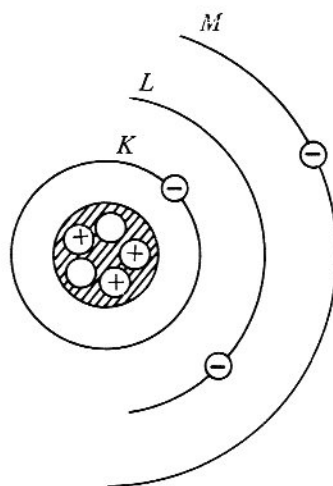


Figura 10.5

Si un electrón en su órbita recibe un exceso de energía (debido a un choque con otra partícula, o con un haz de luz, o por el calor), el electrón puede escapar del átomo; se dice, entonces, que hubo *ionización* (figura 10.6).

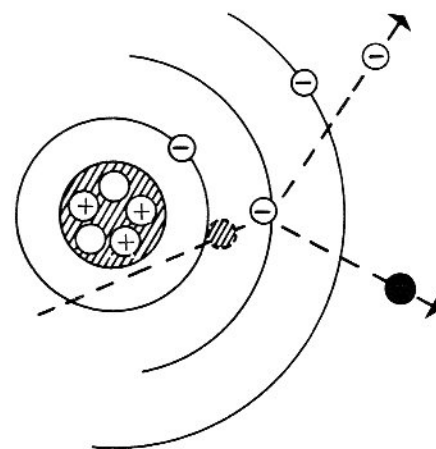


Figura 10.6

La estructura del átomo que queda se denomina *ion positivo* y el electrón solitario o el átomo que gana este electrón es un *ion negativo*.

Un cuerpo que tenga un número mayor de iones positivos que de iones negativos, estará cargado positiva-

ente, en el caso contrario, estará cargado negativa-
 nes. Si el número de iones de cada signo es igual,
 lomas que el cuerpo es *neutro*.

10.3 Conductores, aisladores y semiconductores

En el interior de los cuerpos, los iones pueden o no
 moverse. Este hecho permite dividirlos en:

(a) *Conductores*, en donde los iones pueden moverse
 libremente. En los conductores líquidos o gaseosos,
 los iones de los dos signos pueden moverse. En los me-
 tales, la experiencia muestra que solamente se mueven
 los electrones. Esto se debe a que los electrones de las
 órbitas más externas, son poco unidos a los núcleos;
 pueden desprenderse fácilmente de la órbita de un átomo
 e ir de órbita en órbita; constituyen *electrones li-
 bres* (Figura 10.7).

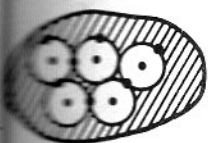


Figura 10.7

Se pueden citar como conductores fuera de los meta-
 les, el grafito, los ácidos, las bases, las sales, la tierra,
 el cuerpo humano y el agua.

(b) *Aislantes o dieléctricos*, en donde los iones no
 pueden moverse; esto se debe a que todos los electro-
 nes están fuertemente unidos a los núcleos.

Se necesitan condiciones especiales, como por ejemplo
 altas temperaturas, para que algunos electrones pue-
 dan escaparse de sus órbitas y así, el aislante se vuelva
 conductor. Se pueden citar como aislantes: el caucho,
 la madera, el vidrio y los plásticos en general.

(c) *Semiconductores*, que poseen muy pocos electro-
 nes libres y por tanto, son cuerpos intermedios entre
 los conductores y los aislantes. El cristal de germanio
 es un ejemplo. Un estudio más detallado de sus pro-
 piedades se hará en el capítulo de electrónica.

10.4 ¿Cómo cargar un cuerpo?

La experiencia muestra que la cantidad de cargas po-
 sitivas y negativas en un sistema cerrado es constante.

Esto se explica, a la luz de la teoría atómica, por el
 transporte de las partículas elementales, específicamen-
 te los electrones, de un lugar a otro. Se deduce de esta

ley de la conservación de las cargas, que si se produce
 una cierta cantidad de carga de un signo, también se
 debe producir una cantidad igual de cargas de signo
 contrario.

Para cargar un cuerpo, se puede partir, bien sea de cuer-
 pos previamente cargados, o produciendo la ionización
 de los átomos.

(a) *Por contacto*: sea un conductor metálico negativo
 (exceso de electrones libres) y otro conductor metáli-
 co neutro. Al poner en contacto los dos conductores,
 los electrones libres en exceso se reparten entre los
 dos conductores.

Si el primer conductor es positivo (falta de electrones
 libres), y el segundo neutro, al ponerlos en contacto
 algunos electrones libres del segundo serán atraídos
 por las cargas positivas del primero; entonces los dos
 conductores quedarán cargados positivamente.

(b) *Por influencia*: (inducción electrostática).

Cuando un cuerpo cargado *A*, negativo por ejemplo,
 se aproxima a un conductor neutro *B*, algunos elec-
 trones libres de éste, se alejan del cuerpo *A* dejando
 iones positivos en la parte más próxima a *A*. Así en
 el conductor *B* hay una separación de carga. Si unimos
B a la tierra, por un alambre metálico, los electrones
 libres repelidos por *A*, irán a cargar la tierra.

Suprimiendo el contacto, el cuerpo *B* quedará cargado
 positivamente. La figura 10.8 representa las diferentes
 etapas del proceso.

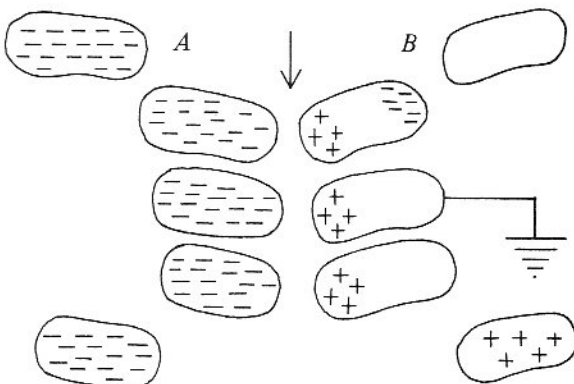


Figura 10.8

(c) *Por rozamiento*. Es la ionización producida por los
 choques de los átomos de un cuerpo, sobre los áto-
 mos del otro cuerpo.

Así cuando frotamos el vidrio con la seda, extraemos
 algunos electrones del vidrio, quedando éste cargado
 positivamente y los electrones extraídos se depositan

sobre la seda que por tanto queda cargada negativamente.

(d) *Por efecto termoiónico.* Es la ionización producida por el calor. A altas temperaturas, los electrones que vibran cada vez más fuertemente pueden escapar del cuerpo; éste quedará por tanto positivo, figura 10.9. Este efecto es la base de la electrónica de válvulas.

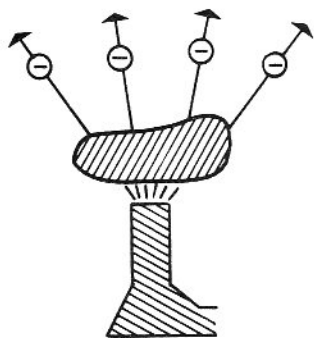


Figura 10.9

(e) *Por efecto fotoeléctrico.* Es la ionización producida por la luz. Esta, golpeando una superficie, puede provocar la emisión de electrones, figura 10.10.

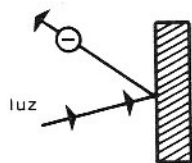


Figura 10.10

(f) *Por efecto piezoeléctrico.* Si se comprimen ciertos cristales (cuarzo por ejemplo), cortado de cierta manera, aparecen, debido a la disposición de sus átomos, cargas positivas y negativas sobre sus caras. Los signos de las cargas cambian, si en lugar de comprimir se trata de dilatar el cristal, figura 10.11.

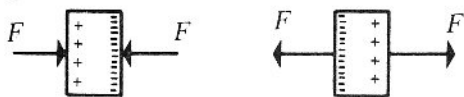


Figura 10.11

Inversamente, si se depositan cargas opuestas sobre las caras del cristal, éste se contraerá o dilatará. Este efecto se utiliza mucho en la grabación y reproducción del sonido.

10.5 Ley de Coulomb

Trataremos ahora de dar una descripción matemática de las fuerzas eléctricas. Este estudio empezó en 1785 con el francés Coulomb quien midió estas fuerzas con una balanza de torsión semejante a la balanza de Cavendish que permitió conocer la constante universal de la gravitación.

Dedujo que la fuerza de atracción o repulsión que una carga puntual q ejerce sobre una carga puntual q' situada a la distancia r , es directamente proporcional al producto de las cargas qq' e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, y que la dirección está a lo largo de la línea que une ambas cargas cuyo sentido depende de si se atraen o repelen como se ve en la figura 10.12.

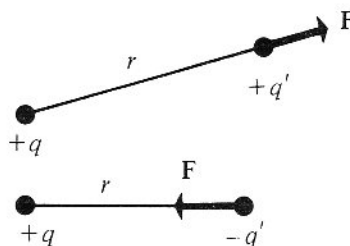


Figura 10.12

En conclusión, la magnitud de F se puede escribir:

$$F = k \frac{qq'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$$

donde k es una constante de proporcionalidad que depende del medio, que frecuentemente se reemplaza, para futuras simplificaciones de ecuaciones, por las constantes $1/4\pi\epsilon_0$, llamando a ϵ_0 permitividad del vacío.

Utilizaremos solamente el sistema MKS, o sea que:

F se expresará en newtons (nt)

r se expresará en metros (m)

q, q' se expresará en culombios (cul) que se definirán en electromagnetismo

k será igual a 9×10^9 nt \cdot m²/cul² para el vacío

ϵ_0 será igual a $8,85 \times 10^{-12}$ cul²/nt \cdot m² para el vacío.

Los valores de k y de ϵ_0 para el aire son prácticamente iguales a sus valores para el vacío.

Nótese que \vec{F} es un vector y que la relación anterior da solamente su magnitud, cantidad siempre positiva; por tanto no tendremos en cuenta el signo de las cargas. También, es posible utilizar una notación vectorial que incluya la dirección de la fuerza. Ejemplo:

$$\vec{F} = k \frac{qq'}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = k \frac{qq'}{r^2} \hat{r}$$

donde \vec{r} es el vector que va de q a q' y \hat{r} es el vector unitario en la misma dirección. Esta notación no se utilizará en el texto.

Hay una analogía aparente entre la ley de Coulomb y la ley de la gravitación universal de Newton. Muchos físicos, en particular Einstein, han tratado de encontrar una teoría común a los dos fenómenos, pero sus esfuerzos no han culminado.

Si varias cargas, tales como $-q_1, +q_2, -q_3$ en un plano actúan sobre la carga $+q$ por medio de las fuerzas $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ (figura 10.13), la fuerza total será:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

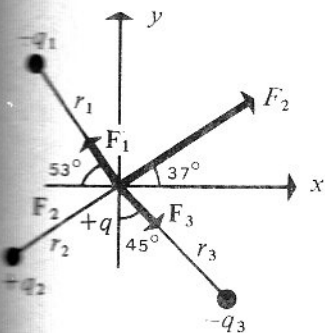


Figura 10.13

Esta suma siendo vectorial se efectuará por medio de las componentes de las fuerzas sobre dos ejes de coordenadas.

Ejemplo

En la figura 10.13,

$$q_1 = -1,25 \times 10^{-6} \text{ cul y } r_1 = 5 \text{ cm}$$

$$q_2 = +20 \times 10^{-6} \text{ cul y } r_2 = 10 \text{ cm}$$

$$q_3 = -40 \times 10^{-6} \text{ cul y } r_3 = 20 \text{ cm}$$

$$q = \frac{10}{9} \times 10^{-6} \text{ cul}$$

¿Cuál es la fuerza total que actúa sobre q ?

Calculemos las fuerzas \vec{F}_1, \vec{F}_2 y \vec{F}_3 .

$$F_1 = 9 \times 10^9 \frac{(1,25 \times 10^{-6})(10/9 \times 10^{-6})}{(5 \times 10^{-2})^2} = 5 \text{ nt}$$

y de manera análoga,

$$F_2 = 20 \text{ nt}$$

$$F_3 = 10 \text{ nt}$$

En la dirección x y y , la suma de las fuerzas es

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (-3) + 16 + 7 = 20 \text{ nt}$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 4 + 12 + (-7) = 9 \text{ nt}$$

La magnitud de la suma será

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{20^2 + 9^2} = \sqrt{481} \text{ nt}$$

y la tangente del ángulo que hace el vector suma con la horizontal es

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{9}{20} = 0,45$$

10.6 Campo eléctrico

Las fuerzas eléctricas como las fuerzas gravitacionales son fuerzas de acción a distancia que se manifiestan sin que exista ningún contacto entre los cuerpos.

Este hecho se interpreta admitiendo que cada carga modifica las propiedades del medio que la rodea estableciendo un *campo eléctrico* (análogo al campo gravitacional producido por cada masa, y si se coloca una carga q' dentro de este campo, éste ejercerá sobre q' una fuerza de atracción o repulsión.

Ahora definiremos matemáticamente el campo eléctrico.

Si una carga q' colocada en un punto del espacio, experimenta una fuerza de origen eléctrico, se dice que en este punto existe un campo eléctrico producido por todas las otras cargas q_1, q_2, \dots y que su intensidad es:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} \text{ (nt/cul)}$$

Es la fuerza resultante que actúa sobre q'

Como \vec{F} es un vector y q' un escalar, el campo eléctrico es también un vector que tendrá la dirección de \vec{F} si q' es positivo y la dirección contraria si q' es negativo (figura 10.14).

La carga q' que sirvió para la definición del campo se denomina generalmente *carga de prueba*.

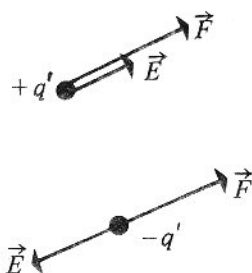


Figura 10.14

Así, si en un punto del espacio existe un campo E y colocamos una carga q' en este punto, ésta se someterá a una fuerza

$$\vec{F} = \vec{E}q'$$

Ejemplo

¿Cuál es la aceleración de un electrón de carga e y de masa m , situado dentro de un campo eléctrico E ?

La figura 10.15, nos da el sentido de la fuerza (hacia arriba) cuya magnitud es

$$F = eE$$

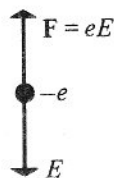


Figura 10.15

y según la segunda ley de Newton, tenemos:

$$F = ma = eE$$

$$a = \frac{eE}{m}$$

Nota: En todos los problemas de partículas elementales, el peso de la partícula es siempre despreciable delante de la fuerza eléctrica.

10.7 Líneas de fuerza

Este concepto, introducido por Faraday, permite visualizar la dirección de un campo eléctrico y en cierto sentido su magnitud. Se dibujan líneas continuas

dirigidas, llamadas *líneas de fuerza* tangentes en la dirección del campo eléctrico en cada punto. Sus características (figura 10.16) son:

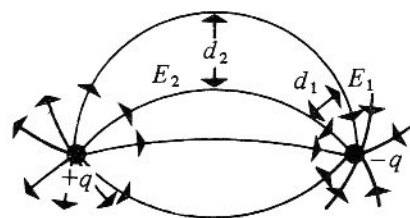


Figura 10.16

1. La tangente a esta línea en un punto, da la dirección del campo eléctrico en ese punto.
2. Las líneas de fuerza empiezan sobre las cargas positivas y terminan sobre las cargas negativas. (Si tenemos solamente cargas de un solo signo, se supondrá que las cargas de otro signo, están en el infinito).
3. La distancia entre dos líneas de fuerza es inversamente proporcional al campo eléctrico medio comprendido entre las dos líneas; en el caso de la figura 10.16, se tiene:

$$E_1 > E_2 \text{ puesto que } d_1 < d_2$$

Es importante anotar que las líneas de fuerza no pueden cruzarse debido a que en cada punto del espacio, existe solamente un campo eléctrico, suma de todos los campos eléctricos.

10.8 Cálculo de algunos campos eléctricos

(a) Campo eléctrico producido por una carga puntual

De la definición de campo, se deduce que la magnitud del campo producido por la carga q en un punto situado a la distancia r es:

$$E = \frac{F}{q'} = k \frac{qq'}{r^2 q'}$$

o sea

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

y que su dirección está dada por la figura 10.17.

Se nota que el campo es independiente de la carga de prueba q' y que su dirección es tal que se aleja de la carga q si ésta es positiva, y se acerca a q si ésta es negativa.

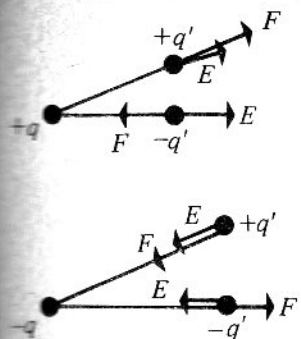


Figura 10.17

La figura 10.18 nos muestra las líneas de fuerza radiales que se dirigen hacia afuera, de una carga positiva y las que se dirigen hacia adentro, de una carga negativa.

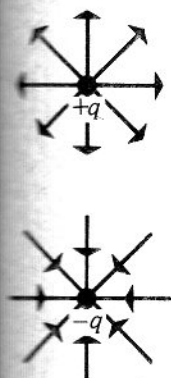


Figura 10.18

Si varias cargas puntuales producen en un punto los campos E_1 , E_2 , E_3 el campo resultante será:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

como es una suma vectorial, su cálculo es semejante al de las fuerzas eléctricas.

Ejemplo

Sean tres cargas iguales de 25×10^{-7} culombios, puestas en los vértices de un triángulo equilátero de lado 10 cm. ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto P situado en la mitad de uno de sus lados? (figura 10.19).

La carga q_1 produce el campo (hacia la derecha)

$$E_1 = 9 \times 10^9 \frac{25 \times 10^{-7}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^6 \text{ nt/cul}$$

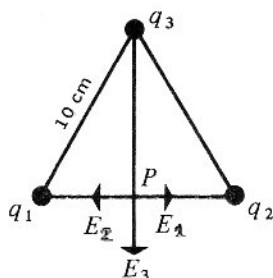


Figura 10.19

La carga q_2 produce el campo (hacia la izquierda)

$$E_2 = 9 \times 10^6 \text{ nt/cul}$$

La carga q_3 produce el campo (hacia abajo)

$$E_3 = 9 \times 10^9 \frac{25 \times 10^{-7}}{(100 - 25)10^{-4}} = 3 \times 10^6 \text{ nt/cul}$$

Como a E_1 lo anula E_2 , el campo total será por tanto $E = 3 \times 10^6 \text{ nt/cul}$ (hacia abajo).

(b) Campo en el interior de un conductor

En el equilibrio, dentro de un conductor cargado, el campo eléctrico es cero. De lo contrario los electrones libres experimentarían una fuerza y se moverían; lo que viola la condición de electrostática, que es el estudio de cargas en reposo.

Como no hay campo, tampoco habrá líneas de fuerza en el interior del conductor. Empezarán a partir de la superficie exterior; en consecuencia, el exceso de cargas eléctricas se situará sobre la superficie exterior (característica de las líneas de fuerza; empezar o terminar en las cargas), figura 10.20.

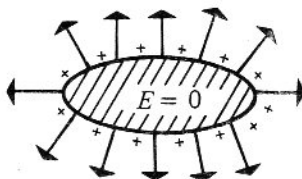


Figura 10.20

Se debe observar que las líneas de fuerza salen o entran perpendicularmente a la superficie del conductor. En efecto, si el campo eléctrico en un punto cerca de la superficie tuviera una componente paralela a la superficie, las cargas se moverían sobre la superficie violando la condición de equilibrio. Por tanto, el campo eléctrico es normal a la superficie.

(c) Campo eléctrico entre dos láminas paralelas infinitas con cargas opuestas.

Las líneas de fuerza serán paralelas entre sí y perpendiculares a las láminas por razones de simetría; como la distancia entre dos líneas es constante, el campo eléctrico será constante (figura 10.21).

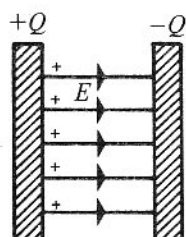


Figura 10.21

Por tanto entre dos láminas paralelas infinitas con cargas opuestas se tiene un *campo uniforme*. Este dispositivo de producción de campos uniformes se denomina *condensador plano*.

Ejemplos

(a) Un electrón de masa m y de carga negativa e parte sin velocidad inicial de la armadura negativa de un condensador plano. Si se sabe que entre las armaduras existe un campo E , vertical hacia abajo, ¿con qué velocidad el electrón llega sobre la armadura positiva situada a una distancia s de la negativa? (figura 10.22).

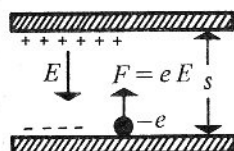


Figura 10.22

La fuerza que actúa sobre el electrón es eE dirigida hacia arriba y la aceleración es

$$F = ma = eE \quad a = \frac{eE}{m}$$

y como es constante, se tiene un movimiento uniformemente acelerado; por tanto

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

y aquí se tiene, puesto que $v_0 = 0$,

$$v = \sqrt{\frac{2eEs}{m}}$$

(b) Con el mismo condensador, el electrón, esta vez, penetra horizontalmente con velocidad v_0 . ¿Con qué velocidad el electrón sale del condensador? (figura 10.23).

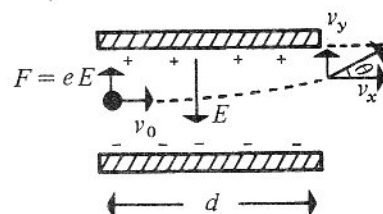


Figura 10.23

Sobre el eje x , no hay fuerza y por tanto no hay aceleración; el movimiento es uniforme. Sobre el eje y , se tiene la fuerza $F = ma = eE$ y como a_y es constante, se tiene un movimiento uniformemente acelerado.

En resumen, las ecuaciones cinemáticas del movimiento son:

$$\begin{aligned} a_x &= 0 & a_y &= \frac{eE}{m} \\ v_x &= v_0 & v_y &= \frac{eE}{m} t \\ x &= v_0 t & y &= \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 \end{aligned}$$

A la salida del condensador, $x = d$, si se suprime el tiempo, se puede deducir v_y y la velocidad final será:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

y el ángulo que hace la velocidad v con la horizontal es

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

Aplicaciones

10.1A Electroscopio

Este instrumento indica la presencia de cargas eléctricas. Se compone de una varilla metálica A que termina

por dos hojas de oro o de aluminio *B* y *C*. Esta varilla atraviesa un soporte de plástico que va unido a una caja provista de ventanas de vidrio para observar las hojas y que al mismo tiempo las protege de las corrientes de aire (figura 10.1A).

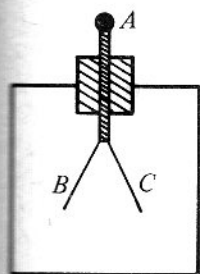


Figura 10.1A

Cuando se toca la varilla *A* con un cuerpo cargado, las hojas adquieren cargas de un mismo signo y por tanto, se repelen.

El *electrómetro* es un electroscopio más sensible que permite medir el valor de las cargas de los cuerpos.

10.2A Descarga eléctrica

Un cuerpo muy cargado puede producir un campo eléctrico intenso que puede ionizar los átomos del aire que lo rodea; éste se vuelve conductor y el cuerpo se descarga, es la chispa. Este efecto se utiliza en las bujías de los autos para encender la mezcla combustible. Pero la chispa debe ser eliminada cerca de los gases inflamables. Por ejemplo, los camiones transportadores de combustible, que se cargan por roce con el aire, se proveen de una cadena metálica que haga contacto con la tierra. En las salas de operaciones de los hospitales, los gases anestésicos son muy inflamables; la eliminación de cualquier carga que proviene del rozamiento se realiza por medio de una atmósfera de alta humedad y utilizando zapatos de suela conductora; la capa húmeda sobre los cuerpos conduce las cargas hacia la tierra.

10.3A Jaula de Faraday

Dentro de un conductor el campo eléctrico es nulo. Esta propiedad se utiliza para sustraer de las influencias externas eléctricas cualquier aparato (osciloscopio, radio, televisión, etc.) sensible a estas influencias perturbadoras. Para esto se hace una jaula hecha de

mallla metálica y se coloca en el interior el aparato considerado; es lo que se denomina el apantallamiento eléctrico.

Un avión en vuelo se carga por rozamiento con el aire y se transforma por tanto en una jaula de Faraday. Esto impide la recepción de cualquier onda electromagnética lo que haría que el avión quede incomunicado con la tierra; de aquí el interés de eliminar esta carga por medio de puntas dispuestas sobre las alas.

10.4A Grabación y reproducción del sonido

Las ondas sonoras de las palabras o de la música, se transforman en variaciones de corriente gracias al micrófono (véase el capítulo 16) que una vez amplificadas, se aplican a las caras de un cristal piezoeléctrico. Este se comprimirá o dilatará, con la acción de las cargas, produciendo el surco sobre la pasta blanda de un disco.

Para la reproducción (tocadiscos), la aguja que sigue el surco, comprimirá el cristal y en consecuencia, producirá cargas eléctricas proporcionales a la compresión; éstas a su vez amplificadas, se aplicarán a un altavoz que transformará las variaciones de corriente en ondas sonoras (figura 10.2A).

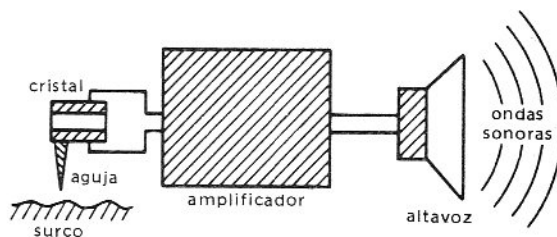


Figura 10.2A

10.5A Lentes electrostáticas

Un haz paralelo de electrones que pasa a través de un anillo cargado negativamente, se transforma en un haz convergente, debido a la repulsión entre los electrones y a las cargas negativas del anillo (figura 10.3A).

Por analogía con las lentes ópticas, se dice que el anillo cargado es una lente electrostática convergente. Un anillo cargado positivamente es una lente divergente.

Como las lentes ópticas, las lentes electrostáticas tienen defectos (aberraciones) y se hace necesario la agrupación de varias lentes para su corrección.

El *microscopio electrónico electrostático* está compuesto de esas lentes.

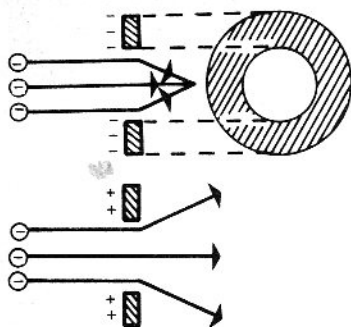


Figura 10.3A

Problemas

La masa del electrón es $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.
La carga del electrón es $e = 1,6 \times 10^{-19}$ cul.

10.1 ¿Cuál es la fuerza de atracción gravitacional entre dos electrones separados 1 mm. ($G = 6,7 \times 10^{-11}$ nt·m²/kg²)? ¿Cuál es la fuerza de repulsión eléctrica entre dos electrones separados 1 mm? Comparar estas dos fuerzas. Resp. $5,5 \times 10^{-65}$ nt; $2,3 \times 10^{-22}$ nt.

10.2 Dos cargas positivas iguales $q_1 = q_2 = 10^{-3}$ cul están separadas 2 m como muestra la figura 10.1P.

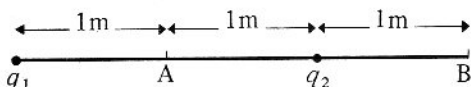


Figura 10.1P

¿Cuál es la fuerza que actúa sobre una tercera carga positiva q_3 igual a las anteriores puesta primero en A y después en B? Resp. 0; 10 nt.

10.3 El mismo problema que el anterior salvo que q_1 es negativa pero igual en valor absoluto a q_2 . ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre una tercera carga positiva $q_3 = q_2$ puesta primero en A y después en B? Resp. 72 nt; 8 nt.

10.4 Tres cargas Q se encuentran en los vértices de un triángulo rectángulo de lados 3, 4, 5 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto?

Resp. $\frac{5}{12}$ k Q².

10.5 Una carga $-9q$ está separada de una carga $+q$ una distancia de 2 m. ¿En dónde debe encontrarse una

tercera carga $+Q$ para que no actúe fuerza sobre ella? Resp. a 1 m de $+q$.

10.6 En los vértices de un cuadrado de lado a se encuentran cargas iguales positivas q . ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre cada una de ellas?

($\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$). Resp. $\frac{k q^2}{2 a^2} (2\sqrt{2} + 1)$.

10.7 Cuatro cargas iguales de valor q cada una, están situadas en los vértices de un cuadrado. ¿Cuál será la carga Q de signo contrario que es necesario colocar en el centro del cuadrado para que todo el sistema de cargas se encuentre en equilibrio? (Ver problema 10.6)

Resp. $\frac{q}{4} (2\sqrt{2} + 1)$.

10.8 Dos esferas de una misma masa m y de igual carga q se cuelgan de hilos no conductores de longitud s como muestra la figura 10.2P. Si el ángulo θ es pequeño ($\theta = \sin \theta = \tan \theta$) demostrar que

$$x = \sqrt[3]{\frac{q^2 s}{2 \pi \epsilon_0 m g}}$$

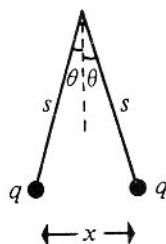


Figura 10.2P

¿Serán iguales los ángulos θ si las cargas son desiguales?

10.9 Se coloca una carga q de masa m sin velocidad inicial en un campo uniforme E . Cuanto tiempo gastará para recorrer una distancia s ?

Resp. $t = \sqrt{\frac{2ms}{Eq}}$

10.10 Se deja caer una gotita de aceite de masa $4,8 \times 10^{-15}$ kg, entre dos placas paralelas que producen un campo uniforme E .

La gotita por rozamiento con el aire se carga y se equilibra su peso ajustando el campo eléctrico hasta 3×10^5 nt/cul. ¿Cuál es la carga de la gotita? Este experimento se repitió muchas veces y se encontró que siempre se necesitaban campos de 3×10^5 , $1,5 \times 10^5$ ó 10^5 nt/cul para equilibrar la gotita. ¿Qué se puede concluir sobre la carga de la gotita?

Este experimento lo realizó Millikan y permitió calcular la carga del electrón y demostrar que la carga es cuantificada.

10.11 Un electrón con velocidad horizontal inicial $v = 10^7$ m/seg entra en un campo eléctrico vertical de 10.000 nt/cul producido por dos láminas horizontales cargadas, como muestra la figura 10.3P.

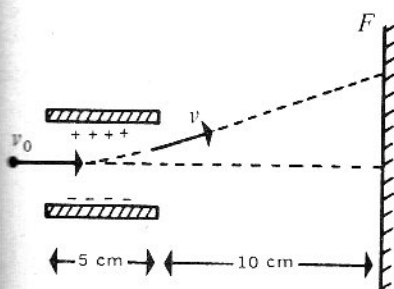


Figura 10.3P

(a) ¿Cuál es su posición vertical a la salida de la región en donde se encuentra el campo?

(b) ¿Con qué velocidad v sale de la misma región?

(c) ¿Cuál es la posición vertical del impacto sobre la pantalla fluorescente F ?

Resp. (a) $y = 0.022$ m; (b) $v = 1.35 \times 10^7$ m/seg; (c) $y = 0.112$ m.

10.12 Un dipolo eléctrico se compone de un par de cargas eléctricas del mismo valor pero de signo opuesto como muestra la figura 10.4P. Demostrar que si s es muy pequeña delante de r , el campo eléctrico creado por el dipolo:

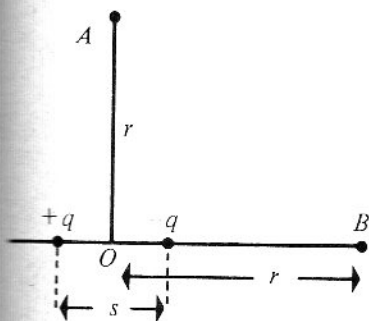


Figura 10.4P

(a) En el punto A es paralelo al eje x y vale

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

(b) Y en el punto B es paralelo al eje x y vale

$$E = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

***10.13** Una esferita de masa m y de carga q que pende de un hilo de longitud s , gira uniformemente alrededor de una esfera inmóvil de la misma carga (figura 10.5P). ¿Cuál será la energía cinética de la esferita para que la dirección del hilo forme un ángulo θ con la vertical?

Resp. $\frac{1}{2} s \sin \theta \left(mg \tan \theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 s^2 \sin^2 \theta} \right)$

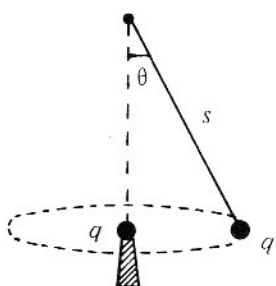


Figura 10.5P

***10.14** Una esferita de masa m y de carga positiva q que pende de un hilo de longitud s , está entre dos láminas cargadas que producen un campo uniforme E (figura 10.6P). ¿Cuál será la energía cinética de la esferita, si gira uniformemente, de tal manera que el hilo forme un ángulo θ con la vertical?

Resp. $\frac{1}{2} (mg + Eq)s \sin \theta \tan \theta$.

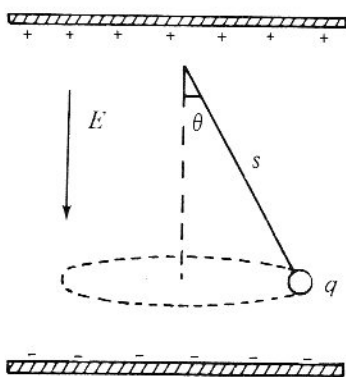


Figura 10.6P

***10.15** ¿Cuál es la fuerza de atracción entre las dos placas de área A de un condensador plano con carga Q ?

Resp. $\frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$. (Se admitirá que el campo comprendido

entre las placas es $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$).

Historia de la electrostática

El primer fenómeno eléctrico observado, la acción del ámbar frotado sobre los cuerpos livianos, se conoce desde la antigüedad. Thales de Mileto, en 600 a. de C., fue el primero en describirlo. Veinte siglos después, no se sabía nada más.

En 1600, el inglés Gilbert concluyó que no solamente el ámbar frotado presenta la característica de atraer los cuerpos livianos sino también *muchos otros cuerpos* y los llama eléctricos. Nota la influencia de la humedad sobre los fenómenos eléctricos y es el primero en separar los fenómenos eléctricos de los magnéticos.

Más tarde Otto de Guericke, fabrica la *primera máquina eléctrica*. Consistía en una bola de azufre que se hacía girar entre las dos manos para producir el rozamiento necesario. Con esta máquina primitiva realizó varios experimentos y en especial chispas.

En 1729, el inglés Gray descubre la *conductibilidad* de ciertas sustancias como los metales y la no conductibilidad de otras sustancias como la seda. Describe el fenómeno de la *inducción*.

En 1733, el francés Dufay muestra que existen *dos clases de electricidad* que él nombra de vidriosa y resinosa y enuncia que las cargas de mismo nombre se repelen y las de distinto nombre se atraen. Señala que la electricidad se escapa de los cuerpos incandescentes: es el *efecto termoiónico*.

En 1746, el alemán Musschenbroek descubre la condensación de la electricidad por medio de su *botella de Leyden*; es el primer condensador.

El americano Franklin (1706-1790) sin conocer la teoría de Dufay, cree que los cuerpos contienen una cantidad bien definida de *un solo fluido eléctrico* constituido por partículas eléctricas. La electrización consistía bien en que el cuerpo adquiría una cantidad extra del fluido y quedaba electrizado *positivamente* o perdía parte del fluido y quedaba electrizado *negativamente*. Consideraba que el *fluido iba del cuerpo positivo al negativo*; esta convención para la dirección de la corriente eléctrica se usa en la actualidad. Su hipótesis de que la cantidad de fluido eléctrico en un cuerpo aislado es constante y que la electrización es solamente una transferencia de fluido, es quizá el primer enunciado de la conservación de las cargas eléctricas: *la carga eléctrica no se crea ni se destruye*.

Franklin estudia la electricidad atmosférica y descubre que la electricidad se escapa por las puntas de los conductores cargados, principio que aplica en el *pararrayos* para proteger de las cargas atmosféricas edificios y navíos.

En esta época, mediados del siglo XVIII, se sintió la necesidad de una cuantificación de la electricidad, con el fin de traducir en leyes matemáticas las atracciones y repulsiones de las cargas.

En 1784, el francés Coulomb, concibe su famosa balanza de torsión (que empleara más tarde, Cavendish para su medición de la constante de gravitación G) y muestra que las cargas se atraen o repelen según *la ley del inverso del cuadrado de la distancia*; así la base de la electrostática estaba firmemente establecida.

La teoría del potencial

Los progresos ulteriores fueron esencialmente matemáticos, sugeridos por la resolución de los problemas eléctricos.

En 1777, el francés Lagrange, define el concepto de potencial y muestra cómo del potencial se deduce el campo eléctrico y las fuerzas sobre los cuerpos.

En 1782, el francés Laplace muestra que esta función potencial satisface, fuera de toda carga, a una famosa ecuación llamada *la ecuación de Laplace*; ecuación que se generalizó a otros campos de la física y de la matemática.

En 1813, el francés Poisson extiende esta ecuación a las regiones que contiene las cargas y establece la *ecuación de Poisson* más general que la de Laplace.

Esta ecuación es reencontrada más tarde, por el alemán Gauss, en 1839 bajo otra forma; es el *teorema de Gauss* del flujo eléctrico que sale de una superficie cerrada.

Finalizamos esta historia con los trabajos del inglés Green quien profundizando en el concepto de potencial, definió varias *funciones de Green* y demostró algunos *teoremas* (que llevan su nombre) necesarios para la resolución de los problemas más complejos de física y matemática.

Potencial-condensador

En mecánica se estudió la energía potencial gravitacional de un cuerpo dentro de un campo gravitacional y vimos que muchos problemas se simplificaban con ayuda de este concepto. La misma idea puede aplicarse a los campos eléctricos.

Muchas dificultades, en especial los problemas que surgen por la naturaleza vectorial del campo eléctrico, desaparecen con los conceptos de energía potencial eléctrica y de un nuevo concepto: *el escalar potencial eléctrico*.

El potencial eléctrico es fundamental para la comprensión de la teoría de los circuitos.

11.1 Energía potencial eléctrica

La fuerza eléctrica F ejercida por un campo eléctrico E sobre una carga q' es igual a $q'E$ y el trabajo de esta fuerza cuando la carga se desplaza a lo largo de cualquier trayectoria que una los puntos a y b es (figura 11.1)

$$W = \sum_a^b \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = \sum_a^b q' \vec{E} \cdot \vec{\Delta s} = \sum_a^b q' E \Delta s \cos \theta$$

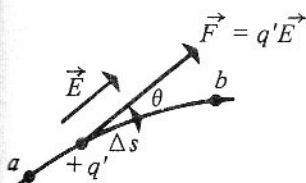


Figura 11.1

En la sección de energía potencial gravitacional, se mostró que el trabajo de las fuerzas gravitacionales es independiente de la trayectoria recorrida para ir de a a b . Como las fuerzas eléctricas son matemáticamente análogas a las fuerzas gravitacionales, el trabajo que efectuarán cuando van de a a b será también independiente de la trayectoria recorrida; diremos por tanto, que las *fuerzas eléctricas son conser-*

vativas. Vimos que podemos expresar el trabajo de tales fuerzas como la diferencia de los valores que una cantidad llamada *energía potencial*, toma en los dos puntos; o sea

$$W = (E_p)_a - (E_p)_b$$

Por tanto, definimos, *diferencia de energía potencial eléctrica de una carga dentro de un campo eléctrico (valor inicial menos el valor final) al trabajo que la fuerza producida por el campo sobre la carga realiza*, o sea:

$$(E_p)_a - (E_p)_b = W = \sum_a^b q' \vec{E} \cdot \vec{\Delta s} = \sum_a^b q' E \Delta s \cos \theta$$

Es evidente que la *energía potencial en un punto* se definirá si elegimos un punto de referencia arbitrario y le asignamos la energía potencial cero.

11.2 Potencial eléctrico

Es útil introducir ahora el concepto de *energía potencial por unidad de carga*.

Llamaremos *diferencia de potencial entre dos puntos a la diferencia de energía potencial de una carga dentro de un campo eléctrico entre estos dos puntos dividido por el valor de la carga*, o también el trabajo realizado por la fuerza producida por el campo dividido por la carga, o sea

$$V_a - V_b = \frac{(E_p)_a - (E_p)_b}{q'} = \frac{W}{q'}$$

La diferencia de potencial $V_a - V_b$ se escribe generalmente V_{ab} y se denomina a veces *voltaje* entre a y b ; es un escalar dado que es el cociente de dos magnitudes escalares y su unidad en el sistema MKS, es el jul/cul que denominaremos *voltio* (v).

Evidentemente si se conoce la diferencia de potencial V_{ab} entre dos puntos, se puede conocer el trabajo que una carga q' puede realizar si se desplaza de a a b , o sea

$$W = q' V_{ab}$$

Este trabajo se convierte generalmente en energía cinética de la carga q' o también si el medio es viscoso y la carga se desplaza a velocidad constante, en calor, debido a los choques con las moléculas del medio.

Finalmente si remplazamos W por su expresión en función de E , se tiene:

$$V_{ab} = \sum_a^b \vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = \sum_a^b E \Delta s \cos \theta$$

Como para la energía potencial, el potencial en un punto será definido si elegimos un punto de referencia arbitrario y le asignamos el potencial cero.

11.3 Cálculo de algunos potenciales eléctricos

La ecuación anterior permite calcular la diferencia de potencial entre dos puntos si se conoce el campo eléctrico a lo largo de cualquier trayectoria entre los dos puntos.

(a) Equipotenciales

Dentro de un conductor cargado, E es cero, por tanto, según la ecuación anterior, la diferencia de potencial entre los puntos interiores es:

$$V_a - V_b = 0$$

$$V_a = V_b$$

Como estos puntos son arbitrarios, esto nos indica que el potencial de cualquier punto de un conductor cargado tiene el mismo potencial, diremos que es un *volumen equipotencial*.

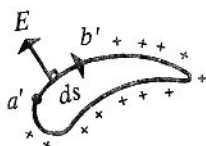


Figura 11.2

Se demostró en el capítulo 10 que las líneas de fuerza de un conductor cargado salen perpendicularmente a su superficie. Por tanto, el ángulo θ entre \vec{E} y $\Delta \vec{s}$ es 90° (figura 11.2) y la ecuación aplicada a dos puntos muy vecinos de la superficie, es

$$V_{a'} - V_{b'} = \sum_{a'}^{b'} \vec{E} \cdot \Delta \vec{s}$$

$$V_{a'} - V_{b'} = \sum_{a'}^{b'} E \Delta s \cos 90^\circ = 0$$

$$V_{a'} = V_{b'}$$

Por consiguiente, la superficie de un conductor es equipotencial, y de mismo potencial que el del volumen que encierra.

(b) Diferencia de potencial en un condensador plano

Se sabe que en un condensador plano cargado, el campo es uniforme; por tanto entre los puntos a y b de la figura 11.3 se tiene:

$$V_{ab} = \sum_a^b \vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = E \sum_a^b \Delta s$$

$$V_{ab} = E s$$

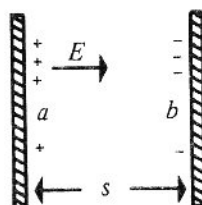


Figura 11.3

Ejemplo

¿Con qué velocidad llega en b una carga q' de masa m que parte sin velocidad inicial de a , si se conoce la diferencia de potencial V_{ab} ?

El trabajo que efectúa el campo $q'V$ se transforma en energía cinética de la carga, por tanto, se tiene

$$q'V_{ab} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2q'V_{ab}}{m}}$$

(c) Potencial producido por una carga puntual

El campo eléctrico de una carga es $E = k \frac{q}{r^2}$ y si se toma Δr en la dirección de E , se tiene que calcular

$$V_{ab} = \sum_a^b \vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = \sum_a^b k \frac{q}{r^2} \Delta r$$

Dividamos el camino de r_a a r_b en una infinidad de pequeños intervalos $r_a - r_1, r_2 - r_3, \dots, r_n - r_b$ (figura 11.4) y consideremos un campo promedio (media proporcional) constante en cada intervalo, o sea los campos

$$k \frac{q}{r_a r_1}, k \frac{q}{r_1 r_2}, \dots$$

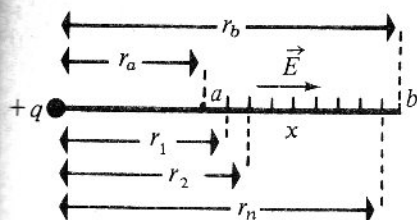


Figura 11.4

En el primer intervalo, se tiene

$$V_{a1} = k \frac{q}{r_a r_1} (r_1 - r_a) \text{ que podemos escribir como}$$

$$V_{a1} = kq \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Para los otros intervalos, se tiene

$$V_{12} = kq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$V_{nb} = kq \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_b} \right)$$

Sumando todas estas diferencias de potenciales elementales, se tiene:

$$V_{a1} + V_{12} + \dots + V_{nb} = V_{ab} = kq \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

Generalmente, se toma como potencial de referencia un punto en el infinito y se le asigna el potencial cero, o sea que el potencial en el punto a , es definido si hacemos $V_b = 0$ y $r_b = \infty$; por tanto

$$V_a = k \frac{q}{r_a}$$

El potencial es positivo si q es positivo y negativo si lo es q .

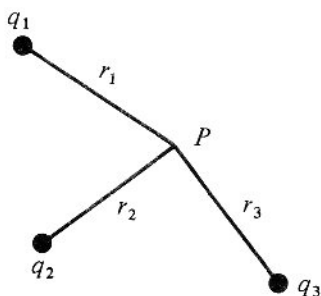


Figura 11.5

El potencial en un punto P debido a varias cargas puntuales q_1, q_2, q_3 situadas a las distancias r_1, r_2, r_3 de P es la *suma algebraica* de los potenciales debidos a cada carga, o sea (figura 11.5):

$$V_p = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

Ejemplo

¿Cuál es el potencial en P si (figura 11.5) $q_1 = q_2 = 4 \times 10^{-9}$ cul, $q_3 = -6 \times 10^{-9}$ cul $r_1 = r_2 = 9$ cm, $r_3 = 18$ cm?

El potencial en P es:

$$V_p = 9 \times 10^9 \left(\frac{4 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-2}} + \frac{4 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-2}} - \frac{6 \times 10^{-9}}{18 \times 10^{-2}} \right)$$

$$V_p = 500 \text{ voltios}$$

11.4 Condensador – Capacitancia

Un condensador es un dispositivo que permite almacenar cargas eléctricas de manera que posea una energía potencial eléctrica. Esta energía se puede recuperar introduciendo el condensador en un circuito eléctrico.

Denominamos condensador a dos conductores próximos llamados *armaduras*, que reciben cargas iguales pero de signos diferentes (figura 11.6) y que simbolizaremos por $\text{---} \text{---} \text{---}$ y definimos *capacidad de un condensador* C como la carga Q de cualquiera de las armaduras, sin tener en cuenta su signo, dividida por la diferencia de potencial V_{ab} que existe entre ellos, o sea

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

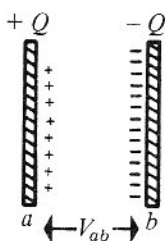


Figura 11.6

La unidad de capacidad es el cul/voltio que se llama *faradio* (f). Como esta unidad es muy grande, se suele utilizar el microfaradio, o sea $1 \mu\text{f} = 10^{-6} \text{ f}$.

Generalmente, se utilizan condensadores planos cuando las armaduras son láminas planas, pero también pueden existir condensadores de armaduras cilíndricas o esféricas.

11.5 Combinación de condensadores

(a) Condensadores en paralelo

Todas las armaduras positivas se conectan a un mismo punto A y por consiguiente resultan a un mismo potencial; lo mismo sucede con las armaduras negativas que se conectan también a un punto común B (figura 11.7a).

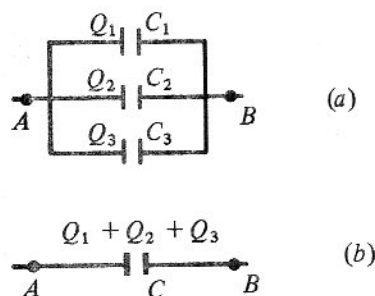


Figura 11.7

Queremos encontrar ahora la capacidad de un único condensador C (figura 11.7b) que sea *equivalente* al sistema anterior o sea que tenga la carga total y que su diferencia de potencial sea V_{AB} . Tenemos:

$$C = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{V_{AB}}$$

pero como

$$C = \frac{Q_1}{V_{AB}} \quad C = \frac{Q_2}{V_{AB}} \quad C = \frac{Q_3}{V_{AB}}$$

en consecuencia

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

(b) Condensadores en serie

Consideraremos los tres condensadores conectados en serie como muestra la figura 11.8a.

Por medio de un generador se carga la primera armadura del primer condensador con $+Q$ y la segunda armadura del último condensador con $-Q$. Cada una de estas armaduras induce en la armadura vecina

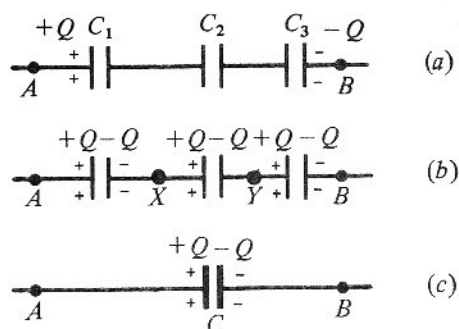


Figura 11.8

una carga igual y de signo contrario y así sucesivamente (figura 11.8b).

La capacidad C de un único condensador (figura 11.8c) que sea *equivalente* al sistema anterior se definirá como la razón de la carga de una sola armadura Q a la diferencia de potencial total V_{AB} , o sea:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}$$

que escribimos como

$$V_{AB} = (V_A - V_X) + (V_X - V_Y) + (V_Y - V_B) = \frac{Q}{C}$$

pero como

$$V_{AX} = \frac{Q}{C_1} \quad V_{XY} = \frac{Q}{C_2} \quad V_{YB} = \frac{Q}{C_3}$$

en consecuencia

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Ejemplos

(a) ¿Cuál es la capacidad equivalente entre los puntos X y Y del sistema de la figura 11.9 (las capacidades están dadas en μf)?

Sucesivamente se reemplaza parte del circuito por su capacidad equivalente hasta llegar a un solo condensador (figura 11.10) de capacidad equivalente $C = 6 \mu\text{f}$.

(b) ¿Cuál es la carga del condensador de $3 \mu\text{f}$ si $V_{XY} = 100$ voltios? (figura 11.9).

De la figura 11.10(b), deducimos que la carga del condensador de $2 \mu\text{f}$ es $Q = C V_{XY} = 2 \times 10^{-6} \times 100 = 2 \times 10^{-4}$ cul. Este condensador es el equivalente de dos condensadores en serie, por tanto cada

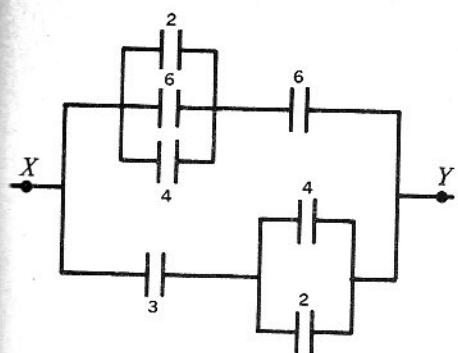


Figura 11.9

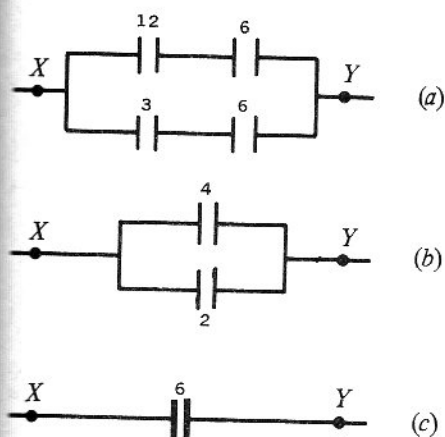


Figura 11.10

uno de estos, en particular el de $3\mu\text{f}$, tendrá la misma carga, o sea 2×10^{-4} cul.

Aplicaciones

11.1A Electrógrafo

Se compone de una placa de parafina o de plástico P dentro de un soporte metálico M (figura 11.1A). Se electriza negativamente con una piel de gato, y se pone encima de la placa un disco metálico D soportado por un mango aislante. Por inducción, el disco se carga positivamente en su parte inferior y negativamente en su parte superior.

Tocando el disco con la mano, la carga negativa se irá a tierra y el disco quedará cargado positivamente; puede servir para cargar un electroscopio, por

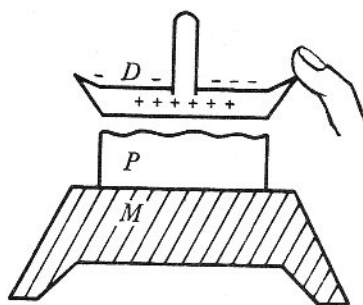


Figura 11.1A

ejemplo. La operación se puede repetir indefinidamente.

11.2A Generador Van de Graaff

Es una máquina de gran potencia que puede proporcionar diferencia de potencial de varios millones de voltios.

Una correa aislante sinfín circula entre las dos poleas arrastradas por el motor M (figura 11.2A). En A recibe cargas de un peine llevado a un potencial de 10.000 voltios con respecto a tierra, por medio de un generador auxiliar G .

Gracias a otro peine B , las cargas que transportaba la correa pasan al exterior de una esfera metálica C , y la correa descendiendo prácticamente descargada. Así la esfera se carga de manera continua.

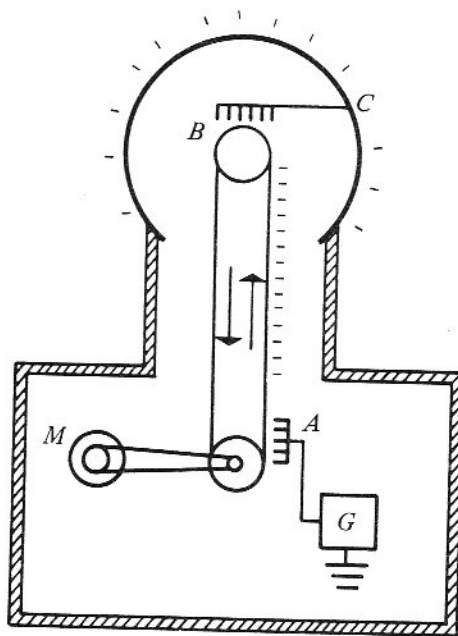


Figura 11.2A

En los pequeños laboratorios, no se utiliza generador auxiliar G y la correa se carga en A por los electrones libres de la tierra. Evidentemente, la esfera superior se carga mucho más lentamente.

Este generador se utiliza para acelerar iones entre la esfera y la tierra; por esto se lo denomina también *acelerador de partículas*. Estos iones acelerados bombardean algunos núcleos de una pantalla determinada y pueden producir reacciones nucleares.

11.3A Realización de los condensadores

(a) **Botella de Leyden.** Históricamente, es con la botella de Leyden que se observó por primera vez los efectos de la condensación de la electricidad. Este condensador estaba constituido por hojas de estaño pegadas exteriormente e interiormente sobre el vidrio de una botella (figura 11.3A).

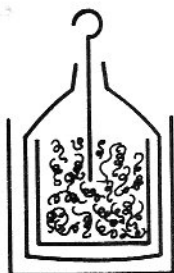


Figura 11.3A

(b) **Condensador de papel.** Se intercala una hoja de papel parafinado entre dos hojas de aluminio o estaño, como un "sandwich" y se enrolla el condensador así constituido para introducirlo en una pequeña caja (figura 11.4A).

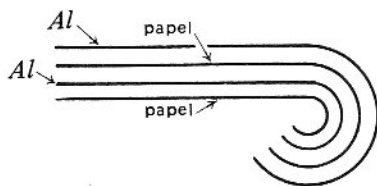


Figura 11.4A

(c) **Condensador de mica.** Para las altas frecuencias los condensadores anteriores se calientan demasiado y la parafina funde; el condensador se destruye. Por

esto, se prefieren los condensadores de mica que se realizan metalizando las caras de láminas de mica y disponiéndolas en paralelo.

(d) **Condensador variable de aire.** Se usa mucho en los aparatos de radio. Está constituido de dos series de láminas metálicas semicirculares que encajan las unas dentro de las otras; una de las series es móvil alrededor de un eje y la otra es fija (figura 11.5A.)

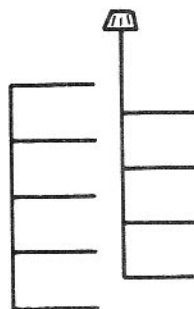


Figura 11.5A

Se puede variar la capacidad haciendo girar las láminas móviles.

(e) **Condensador electroquímico.** Ofrece una capacidad muy grande en un volumen muy pequeño, pero no se puede utilizar con voltajes muy grandes. Se fabrica haciendo una electrólisis entre electrodos de aluminio, y se obtiene así una capa muy delgada sobre los electrodos de óxido de aluminio que es aislante. El condensador está formado por los dos electrodos separados de la capa de óxido.

Este condensador debe ser atravesado en el mismo sentido por la corriente, o si no la capa de óxido se destruye por electrólisis.

(f) **Condensador de cerámica.** Actualmente se utilizan aislantes de cerámica que aumenta considerablemente la capacidad. Así se obtienen excelentes condensadores de gran capacidad en un pequeño volumen.

Problemas

11.1 Entre dos puntos a y b de una recta separados 2 m. existe un campo eléctrico de 1000 nt/cul uniforme dirigido de a hacia b . En el punto a se encuentra una carga de 0.003 cul. (a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza producida por el campo cuando la carga llega en b ? (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre a y b ? Resp. 6 jul; 2000 v.

11.2 ¿Qué trabajo se requiere para mover una carga de 2 cul entre los terminales de una batería de 12 voltios? Resp. 24 jul.

11.3 El campo en un condensador plano cuyas placas están separadas 2 cm es de 10.000 nt/cul. (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? (b) Una carga positiva de 0.001 cul y de masa 1 gramo parte sin velocidad inicial de la placa positiva. ¿Con qué velocidad llega sobre la placa negativa? Resp. 200 v; 20 m/seg.

11.4 En cada caso de la figura 11.1P, calcular el campo eléctrico y el potencial en el punto central O del cuadrado de arista a .

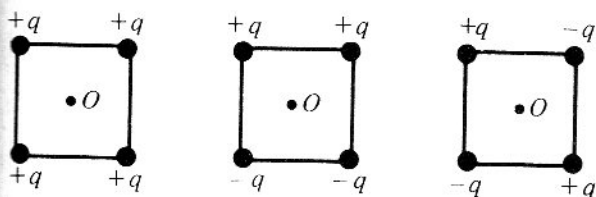


Figura 11.1P

11.5 Se considera un semicírculo de radio r cargado uniformemente con densidad lineal λ . Calcular el potencial en el centro del arco. Resp. $\frac{\lambda}{4\epsilon_0}$.

11.6 Se considera una semiesfera de radio r cargada uniformemente con densidad superficial σ . Calcular el potencial en el centro de la esfera. Resp. $\frac{\sigma r}{2\epsilon_0}$.

11.7 En la figura 11.2P se deja en A sin velocidad inicial una carga $+Q$. ¿Con qué velocidad pasará por B?

Resp. $\sqrt{\frac{Qqb}{\pi \epsilon_0 m a (a+b)}}$

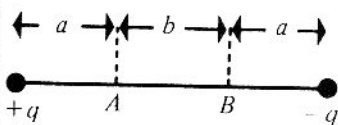


Figura 11.2P

11.8 Una carga móvil q se encuentra inicialmente en reposo a una distancia r de una carga fija Q . ¿Cuál será su velocidad en el infinito?

Resp. $\sqrt{\frac{1}{2\pi \epsilon_0} \frac{Qq}{r m}}$

11.9 En un tratamiento de electrochoques, se descarga en el corazón 5 veces un condensador de 10 microfaradios cargado a una diferencia de 2 voltios. ¿Qué carga recibió el corazón? Resp. 10^{-4} cul.

11.10 Sobre una placa de un condensador plano de 5.92×10^{-13} faradios se deposita 1 microcurie (1 microcurie = 3.7×10^4 desintegraciones por segundo) de una sustancia radiactiva beta que por cada desintegración emite un electrón. Admitiendo que todos los electrones emitidos a partir de una placa son captados por la otra placa, ¿cuál es el voltaje entre las dos placas al cabo de 1 segundo?

Este dispositivo constituye una pila atómica utilizada como fuente de energía en los satélites artificiales y para algunos tratamientos de enfermedades cardíacas, como los marcapasos. Resp. 0.01 v.

11.11 (a) Calcular la capacidad equivalente entre X y Y (figura 11.3P).

(b) Si $V_{XY} = 180$ voltios, ¿cuánto vale V_{AB} ?

(Las capacidades se dan en μf). Resp. $2 \mu f$; 20 v.

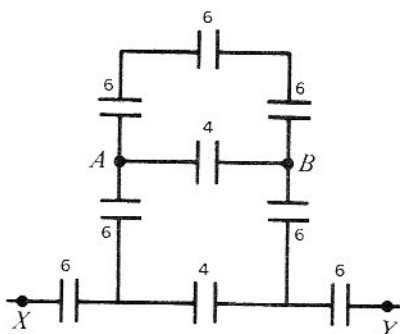


Figura 11.3P

*11.12 Un condensador de $10 \mu f$ se carga a 100 v.

Después de la carga, la batería se desconecta y el condensador se conecta en paralelo con otro condensador. Si el voltaje final es de 20 v, determínese la capacidad del segundo condensador. Resp. $40 \mu f$.

*11.13 Un condensador de $1 \mu f$ y otro de $2 \mu f$ se conectan en serie a un generador de 1080 voltios.

(a) Calcular la carga y el voltaje de cada condensador.

(b) Se desconecta el generador y los condensadores entre sí y se vuelven a unir por medio de un conductor las armaduras de mismo signo (sin generador). Hállese la carga y el voltaje de cada uno.

Resp. (a) 720×10^{-6} cul; 720 v; 360 v;

(b) 960×10^{-6} cul; 480×10^{-6} cul; 480 v.

Unidad 7

Corriente eléctrica

Corriente y resistencia

En los próximos capítulos veremos la electrodinámica, que es el estudio de las cargas en movimiento. Estudiaremos especialmente el movimiento de las cargas en los conductores en cuyo interior se ha establecido un campo eléctrico.

12.1 Naturaleza de la corriente eléctrica

Si unimos por un hilo conductor dos conductores A y B inicialmente cargados, de potenciales diferentes, se observa un paso de cargas de un lado a otro, hasta que los potenciales se igualen (figura 12.1). Esto se debe a la diferencia de potenciales de los dos cuerpos A y B que estableció en el hilo un *campo eléctrico*, y éste, actuando sobre los iones libres del hilo conductor produjo una fuerza $F = Eq$ que los hizo mover.



Figura 12.1

Definiremos intensidad de corriente eléctrica o más brevemente corriente, a la cantidad de carga Δq que atraviesa una sección del hilo conductor dividido por el tiempo Δt , cuando Δt tiende a cero (figura 12.2).

Es decir,

$$i = \Delta q / \Delta t$$



Figura 12.2

siendo su unidad

$$\text{amperio} = \frac{\text{culombio}}{\text{segundo}}$$

Es de observar, que en cualquier instante la corriente es igual, cualquiera que sea la sección del hilo conductor.

Se define también, la densidad de corriente como

$$j = i/A$$

donde A es la sección del hilo.

Vamos a precisar ciertos conceptos sobre corrientes.

12.2 Corriente directa y alterna

(a) **Corriente continua:** Si se mantiene constante la diferencia de potencial entre A y B , la corriente que pasa por el hilo conductor es constante. Se dirá que tenemos una corriente continua constante (figura 12.3). Los generadores son los aparatos encargados de mantener esta diferencia de potencial.

(b) **Corriente alterna:** Si la diferencia de potencial A y B cambia de sentido con una cierta frecuencia, la corriente que pasa por el hilo cambia de sentido con esta frecuencia. Tenemos entonces una corriente alterna (figura 12.4).

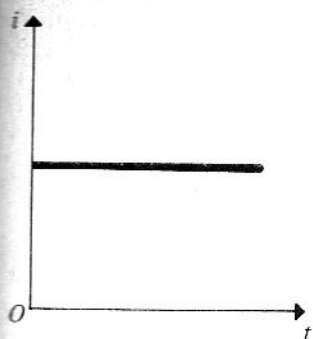


Figura 12.3

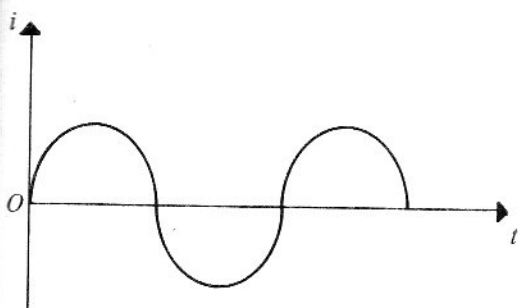


Figura 12.4

(c) **Naturaleza de la corriente:** La corriente se atribuye al desplazamiento de cargas eléctricas elementales. Los portadores de estas cargas son los iones libres (positivos y negativos) en los líquidos conductores y en los gases ionizados (figura 12.5).

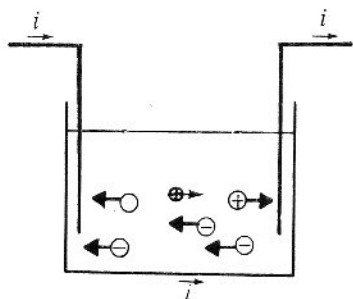


Figura 12.5

En el caso de los conductores sólidos, los que en su mayoría son metales, los portadores de carga son los electrones; por tanto esto es solamente un transporte de cargas negativas (figura 12.6).

(d) **Sentido de la corriente:** En los líquidos y gases conductores, las cargas positivas se mueven del po-

tencial más alto al potencial más bajo y las cargas negativas en sentido contrario. ¿Cuál será el sentido de la corriente?

Por convención, diremos que el sentido de la corriente es el de las cargas positivas o el sentido contrario a las cargas negativas.

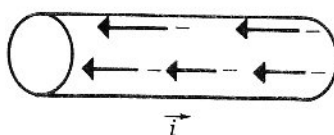


Figura 12.6

En los metales, resulta que el sentido real del desplazamiento de los electrones que constituyen la corriente, está en sentido contrario al sentido convencional de la corriente (figura 12.7).

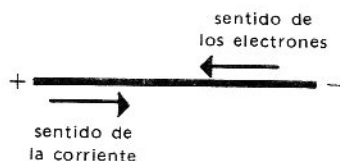


Figura 12.7

(e) **Velocidad de la corriente:** En los conductores metálicos se deben distinguir dos velocidades:

Velocidad de los electrones: Bajo la acción del campo eléctrico, los electrones sometidos a una fuerza se aceleran y chocan con los iones que constituyen la red cristalina del metal, se reacceleran y chocan de nuevo y así sucesivamente.

La energía cinética de los electrones se transforma por los choques en energía calorífica. Se puede considerar que los electrones se mueven con una velocidad media constante, llamada *velocidad de arrastre*, la cual es pequeña. Para el cobre, esta velocidad es de 0,02 cm/seg.

Velocidad de la onda eléctrica: Cuando los electrones empiezan a moverse inician una onda eléctrica que se propaga a lo largo del conductor con la velocidad de la luz ($c = 300.000$ km/seg). Esta onda hace mover todos los electrones del conductor casi instantáneamente.

Esto explica por qué, las lámparas se iluminan casi al instante en que se conecta la corriente.

12.3 Ley de Ohm

Vamos a relacionar la intensidad de un conductor de sección constante con la diferencia de potencial que se aplica a sus extremos (figura 12.8).

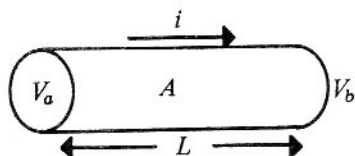


Figura 12.8

Para los metales, la experiencia nos muestra que si se establece un campo eléctrico, este es proporcional a la densidad de corriente que resulta, o sea

$$E = \rho j \quad (\rho \text{ constante})$$

pero como $j = i/A$ (A = área de la sección) y que $V_{ab} = EL$ (por analogía a la d.d.p. de un condensador plano, ver sección 11.3b).

se deduce que

$$\frac{V_{ab}}{L} = \rho \frac{i}{A}$$

o sea:

$$V_{ab} = \rho \frac{L}{A} i$$

Si denominamos *resistencia* a

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

tendremos la ley de Ohm

$$V_{ab} = Ri$$

La unidad de resistencia es el voltio/amperio que llamaremos ohmio (Ω).

Se dice que un conductor sigue la ley de Ohm, si la corriente es proporcional a la diferencia de potencial o voltaje aplicado, es decir, que la resistencia R es constante. Para otros conductores, siendo R variable, el conductor no sigue la ley de Ohm.

Ejemplos

1. En un conductor se aplican varios voltajes y se obtienen varias corrientes que se representan en una gráfica

como la que muestra la figura 12.9. ¿Sigue este conductor la ley de Ohm?

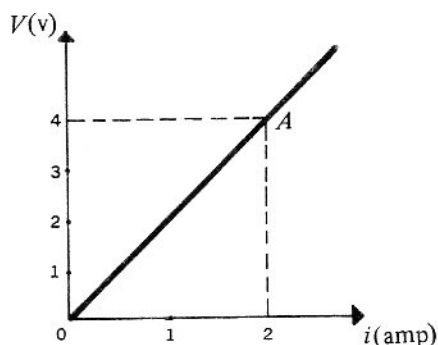


Figura 12.9

Sí, porque la gráfica de $V_{ab} = Ri$ es una recta, y la pendiente de esta recta que es constante nos da directamente el valor de R . Escogiendo un punto cualquiera A sobre la recta, se calcula la pendiente. Es decir:

$$R = 4/2 = 2 \text{ ohmios}$$

2. Para un cierto conductor tenemos la gráfica de la figura 12.10.

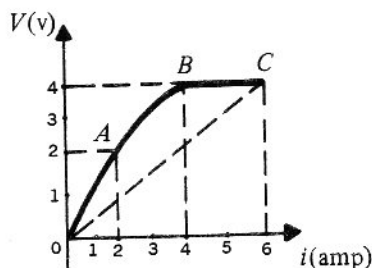


Figura 12.10

Este conductor no sigue la ley de Ohm en su totalidad, porque la pendiente de la curva no es constante.

Entre O y A , el conductor sigue la ley de Ohm y su resistencia es de 1 ohmios.

Entre A y C , la resistencia no es constante. Se puede definir una resistencia media entre los puntos O y C como la pendiente de la recta OC , o sea en nuestro caso $R_m = 4/6$ ohmios; la resistencia disminuye cuando aumenta la corriente.

Este conductor se usa en los reguladores de voltaje; cuando la intensidad varía de 4 a 6 amperios, el voltaje se mantiene a cuatro voltios.

3. Para un cierto conductor tenemos la gráfica de la figura 12.11.

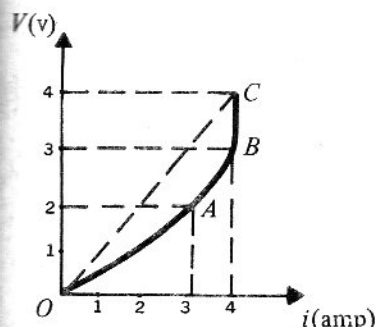


Figura 12.11

Entre O y A el conductor sigue la ley de Ohm. Su resistencia es $2/3$ ohmios. Entre A y C, la resistencia media crece y llega para el punto C, a $4/4 = 1$ ohmio.

Este conductor se usa para los reguladores de intensidad: Cuando el voltaje varía de 3 a 4 voltios, la corriente se mantiene constante a 4 amperios.


12.4 Resistencia eléctrica


Se vio que la resistencia de un conductor está dada por

$$R = \rho L/A$$

y que su unidad es el ohmio (Ω).

Por tanto, la resistencia de un conductor es inversamente proporcional a su sección (A) y proporcional a su longitud (L) y a un coeficiente (ρ) llamado *resistividad* y que es característico de la sustancia de la cual está formado el conductor; su unidad es el ohmio-metro. En la tabla 12.1 se dan algunos valores de ρ .

En la práctica, se usan resistencias que tienen un valor fijo cuyo símbolo es 

También se usan resistencias regulables por su longitud, y que se denominan *reóstatos*. El usuario puede escoger el valor adecuado de la resistencia. Su símbolo es 

En los diagramas, las ramas de circuitos que son de resistencia despreciable, se representan por *líneas rectas*.

Tabla 12.1

Resistividad y coeficientes de temperatura

Sustancia	ρ ohmio-m	α $1/^\circ C$
Plata	$1,5 \cdot 10^{-8}$	0,004
Cobre	$1,7 \cdot 10^{-8}$	0,004
Aluminio	$2,6 \cdot 10^{-8}$	0,004
Nicromo	$100,0 \cdot 10^{-8}$	0,004
Hierro	$12,0 \cdot 10^{-8}$	0,006
Carbono	$3,5 \cdot 10^{-5}$	-0,0005
Germanio	0,6	
Silicio	2300	
Vidrio	10^{+12}	
Madera (seca)	10^9	

Ejemplos

1. Por un alambre de cobre de sección circular de radio 1 mm y de longitud 314 km, pasa una corriente de 10 amperios. ¿Cuál es la diferencia de potencial en los bornes de este alambre?

Calculemos la resistencia de este alambre.

$$L = 314 \times 10^3 \text{ m}$$

$$A = 3,14 (10^{-3})^2 = 3,14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\rho = 1,7 \times 10^{-8} \text{ ohmio-m}$$

$$R = 1,7 \times 10^{-8} \frac{3,14 \times 10^5}{3,14 \times 10^{-6}} = 1,7 \times 10^3 \text{ ohmios}$$

La diferencia de potencial es

$$V_{ab} = Ri = 1,7 \times 10^3 \times 10 = 17.000 \text{ voltios}$$

2. ¿Cuál es la resistencia entre dos caras opuestas de un cubo de 1 cm de aluminio?

$$L = 10^{-2} \text{ m}$$

$$A = (10^{-2})^2 \text{ m}^2$$

$$\rho = 2,6 \times 10^{-8} \text{ ohmio-m}$$

La resistencia es

$$R = 2,6 \times 10^{-8} \frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 2,6 \times 10^{-6} \text{ ohmios.}$$

12.5 Resistencias en serie y en paralelo

(a) **Resistencias en serie:** En este arreglo (figura 12.12), la misma corriente circula por cada una de ellas.

Por tanto

$$V_{ab} = V_a - V_b = R_1 i$$

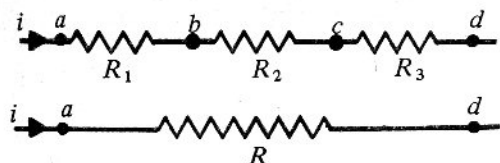


Figura 12.12

$$V_{bc} = V_b - V_c = R_2 i$$

$$V_{cd} = V_c - V_d = R_3 i$$

Sumando miembro a miembro

$$V_{ad} = V_a - V_d = (R_1 + R_2 + R_3) i$$

Definimos resistencia equivalente R de varias resistencias en serie a una resistencia que mantenga la misma intensidad i y la misma diferencia de potencial V_{ad} , o sea:

$$V_{ad} = R i$$

Igualando esta ecuación con la anterior, se ve que:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

lo que se puede generalizar a un conjunto de n partículas en serie. Es decir,

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

(b) Resistencias en paralelo: En este arreglo (figura 12.13), la diferencia de potencial a los extremos de cada una de ellas es la misma. Como no hay acumulación de cargas en ninguna parte, la corriente I que llega en a se divide en i_1 , i_2 e i_3 de tal manera que $I = i_1 + i_2 + i_3$.

En cada rama, la intensidad es:

$$i_1 = \frac{V_{ab}}{R_1}$$

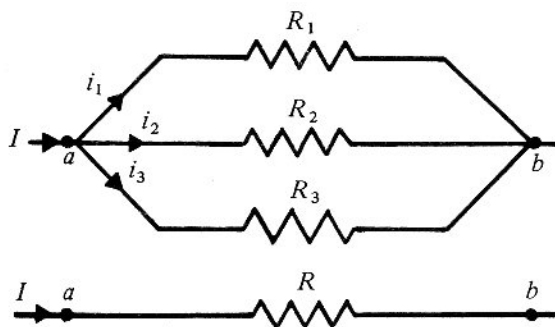


Figura 12.13

$$i_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Sumando miembro a miembro

$$I = i_1 + i_2 + i_3$$

$$= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_{ab}$$

Definimos resistencia equivalente R de varias resistencias en paralelo, a una resistencia que mantenga la misma intensidad I y la misma diferencia de potencial V_{ab} .

O sea:

$$I = \left(\frac{1}{R} \right) V_{ab}$$

Igualando esta ecuación con la anterior, observamos que

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

lo que se puede generalizar a un conjunto de n resistencias en paralelo. Es decir

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Ejemplos

1. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos a y b en el circuito de la figura 12.14(a).

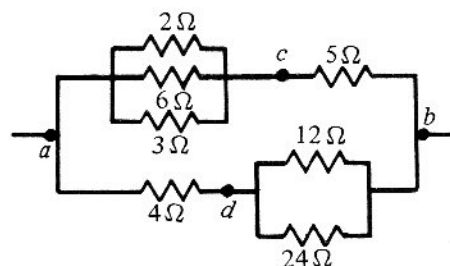


Figura 12.14(a)

Paso a paso efectuaremos los cálculos para las resistencias en paralelo.

(a) Resistencia equivalente entre a y c .

Las tres resistencias están en paralelo (figura 12.14(a)).

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{6}{6}$$

$$R = 1 \Omega$$

(b) Resistencia equivalente entre d y b .

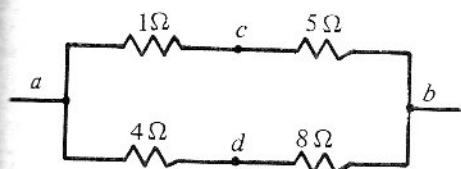


Figura 12.14(b)

Las dos resistencias están en paralelo (figura 12.14(b)).

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} = \frac{1}{24} + \frac{2}{24} = \frac{3}{24}$$

$$R = 24/3 = 8 \Omega$$

(c) Resistencia equivalente del trayecto acb . Las dos resistencias están en serie (figura 12.14(b)).

$$R = 1 + 5 = 6 \Omega$$

(d) Resistencia equivalente del trayecto adb . Las dos resistencias están en serie (figura 12.14(b)).

$$R = 4 + 8 = 12 \Omega$$

(e) Resistencia equivalente entre a y b .

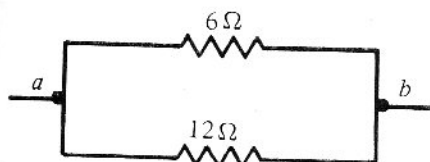


Figura 12.14(c)

Las dos resistencias están en paralelo (figura 12.14(c)).

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12}$$

$$R = \frac{12}{3} = 4 \Omega \text{ (figura 12.14(d)).}$$

2. En el problema 1, se aplica una diferencia de potencial de 60 voltios entre los puntos a y b . ¿Cuál es

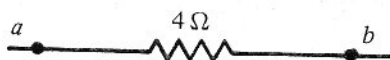


Figura 12.14(d)

la intensidad en la resistencia de 5 ohmios?

Aplicando la ley de Ohm, para la resistencia de 6 ohmios de la figura 12.14(c), se deduce que

$$V_{ab} = 60 = 6 \times i$$

$$i = 60/6 = 10 \text{ amp}$$

Esta intensidad es también la que pasa por la resistencia de 5 ohmios.

3. ¿Cuál es la intensidad en la resistencia de 2 ohmios del problema 1? Primero, calculamos V_{ac} por la ley de Ohm:

$$V_{ac} = 10 \times 1 = 10 \text{ voltios}$$

y la intensidad en la resistencia de 2 ohmios es (figura 12.14(a)).

$$i = 10/2 = 5 \text{ amp}$$

12.6 Energía eléctrica – Ley de Joule

Si se efectúa un trabajo ΔW transportando a velocidad constante una carga Δq de b a a en un campo eléctrico, (trabajo que se convierte en energía potencial eléctrica), vimos que se podía definir una diferencia de potencial (ddp) entre a y b (figura 12.15), como:

$$V_{ab} = \frac{\Delta W}{\Delta q} \text{ (voltios)}$$



Figura 12.15

Inversamente, si conocemos V_{ab} , y si una carga Δq se mueve de a a b , la disminución de energía eléctrica

$$\Delta W = V_{ab} \Delta q \text{ (julios)}$$

podrá, según el caso, transformarse en energía mecánica (motores) o en energía química (acumuladores) o en calor (resistencias).

La energía por segundo, o potencia disponible será:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = V_{ab} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t} = V_{ab} i \quad (i = \Delta q / \Delta t)$$

En el caso de una resistencia R conectada entre a y b , esta potencia disponible se transforma en calor y aplicando la ley de Ohm $V_{ab} = Ri$, obtenemos:

$$P = V_{ab} i = Ri^2 = \frac{V_{ab}^2}{R} \text{ (vatios)}$$

A estas relaciones se les denomina ley de Joule, o efecto Joule.

Ejemplos

1. Sobre una lámpara se lee "100 w, 120 v". ¿Cuál es la resistencia de esta lámpara?

Lo que se lee significa que si la lámpara se conecta a 120 voltios, ella consumirá una potencia de 100 vatios.

Por la ley de Joule

$$100 = \frac{120^2}{R}$$

$$R = \frac{120^2}{100} = 144 \Omega$$

La resistencia de la lámpara es de 144 ohmios.

2. En las estufas eléctricas, una perilla indica "bajo", "medio", "alto", según la potencia que se desee. Esto es debido a las conexiones que se hacen con dos resistencias R iguales como lo muestra la figura 12.16 (a), (b) y (c).

Tomaremos $R = 24$ ohmios

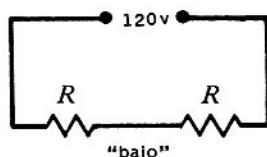


Figura 12.16(a)

En la figura 12.16 (a) "bajo", las dos resistencias están en serie

$$P = \frac{120^2}{2R} = 300 \text{ w}$$

En la figura 12.16 (b) "medio", una resistencia está conectada.

$$P = \frac{120^2}{R} = 600 \text{ w}$$

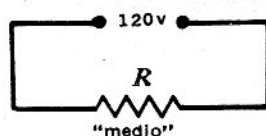


Figura 12.16(b)

En la figura 12.16 (c) "alto", las dos resistencias están en paralelo; la resistencia equivalente es $R/2$.

$$P = \frac{120^2}{R/2} = 1200 \text{ w}$$

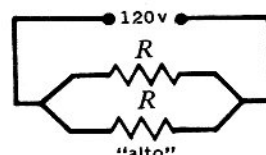


Figura 12.16(c)

3. Se aplica una ddp V_{ab} a los bornes de una plancha eléctrica "120 v, 1200 w". La plancha está situada a 0,5 km de la ddp V_{ab} y está unida con esta por medio de un alambre de resistencia 4 ohmios por km. ¿Cuánto debe ser V_{ab} ? (figura 12.17).

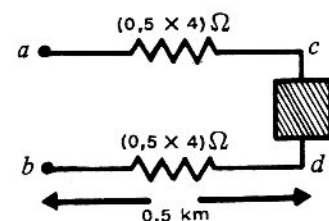


Figura 12.17

La plancha debe consumir 1200 w y estar conectada a 120 v, es decir que la corriente que la atraviesa es

$$i = \frac{P}{V_{cd}} = \frac{1200}{120} = 10 \text{ amp}$$

La ddp V_{ac} es igual a

$$V_{ac} = (0,5 \times 4)10 = 20 \text{ v} \quad \text{y}$$

$$V_{db} = (0,5 \times 4)10 = 20 \text{ v}$$

V_{ab} debe ser:

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cd} + V_{db} = 20 + 120 + 20 \\ = 160 \text{ voltios}$$

Aplicaciones

12.1A Variación de la resistencia con la temperatura

La temperatura modifica la estructura de los cuerpos, por tanto produce cambios en el valor de la resistencia.

(a) En un intervalo de temperatura de algunas decenas de grados.

En los metales, debido a la agitación térmica creciente de la red cristalina, los electrones encuentran una mayor dificultad para moverse y por tanto la resistencia aumenta (figura 12.1A). Si el aumento de temperatura no es muy grande, se puede considerar una variación lineal de la resistencia de la forma

$$R = R_0 (1 + \alpha (t - t_0))$$

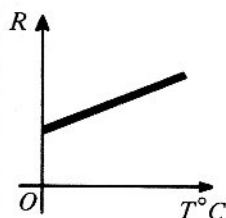


Figura 12.1A

donde R_0 es la resistencia a t_0 , R es la resistencia a t y α un coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura. En la tabla 12.1 se dan algunos valores de α .

En los semiconductores, un aumento de temperatura disminuye la resistencia; esto se debe a que la cantidad de portadores de cargas (normalmente en número muy reducido), incrementa notablemente y por tanto, la corriente crece.

La figura 12.2A nos muestra un ejemplo de la variación de R con la temperatura en un semiconductor.

(b) A temperaturas muy altas

En las bombillas corrientes de tungsteno, el filamen-

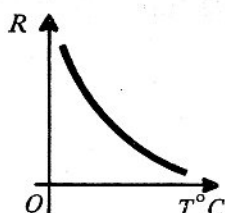


Figura 12.2A

to es llevado hasta 2500°C ; su resistencia se multiplica por un factor de 9 con respecto a su valor a la temperatura de 20°C .

En ciertas bombillas de hierro-hidrógeno (filamento de hierro dentro de una atmósfera de hidrógeno), cuando el hierro es llevado a 775°C se produce un cambio de su estructura cristalina que se traduce en un gran aumento de su resistencia. El hidrógeno, como buen conductor del calor, sirve para enfriar intensamente el filamento.

Cuando se aplica un voltaje variable, la intensidad varía según la figura 12.3A. Hay una estabilización de la intensidad cuando el voltaje varía de V_1 a V_2 .

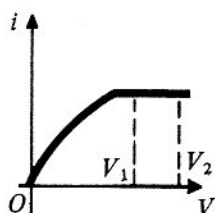


Figura 12.3A

(c) A temperaturas muy bajas

Para los metales, como la resistencia disminuye cuando la temperatura baja, se espera que la resistencia llegue a 0 cuando la temperatura alcanza 0°K de la escala absoluta. La experiencia no confirma esta predicción. Para ciertos cuerpos, la resistencia en vez de disminuir regularmente cae bruscamente a un valor cercano a cero, imposible de medir, a partir de una cierta temperatura llamada crítica T_c , aproximadamente de algunos grados kelvin (figura 12.4A). Es el fenómeno de la superconductividad.

Una vez establecida una corriente en un anillo superconductor, la corriente continúa por sí misma, casi indefinidamente sin la necesidad de un generador.

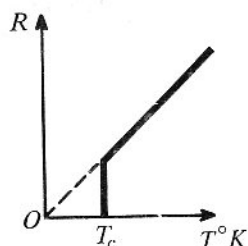


Figura 12.4A

Actualmente, en todo el mundo, los físicos tratan de aumentar la temperatura crítica para poder generalizar el uso de los superconductores; con pequeños voltajes, se obtendrán grandes intensidades de corriente sin pérdidas de calor.

12.2A Usos de la energía eléctrica

En la práctica las aplicaciones del efecto Joule son innumerables. Veamos algunas de las más usuales.

(a) Corto circuito

Cuando se reúnen dos puntos entre los cuales existe una diferencia de potencial, por medio de un conductor de resistencia despreciable, se dice que se produce un *corto circuito*. Por ejemplo, si se reúnen las dos salidas de un tomacorriente de 110 voltios por un alambre de resistencia muy pequeña $R = 0,001$ ohmio, la intensidad que pasará por el circuito será:

$$I = \frac{110}{0,001} = 110.000 \text{ amperios}$$

Es evidente, que si no hay un dispositivo de seguridad en la instalación eléctrica, el efecto Joule proporcional al cuadrado de la intensidad puede provocar incendios. Para evitar estos peligros se conectan en serie fusibles que al fundirse interrumpen el circuito.

(b) Fusible

Una corriente calienta el conductor por donde pasa, pero al mismo tiempo entrega calor al ambiente, particularmente por radiación proporcionalmente a la diferencia de temperatura entre el conductor y el ambiente. La temperatura del conductor va aumentando hasta que todo el calor producido por el efecto Joule se dispersa por radiación.

La temperatura se mantiene constante; esta es la temperatura de equilibrio (figura 12.5A).

Si la corriente es más intensa, la temperatura de equilibrio es más alta y puede llegar a la temperatu-

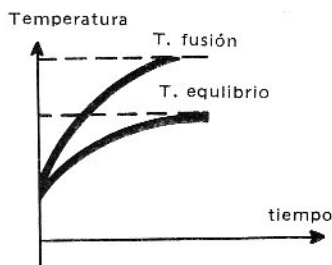


Figura 12.5A

ra de fusión del conductor. Este hecho se utiliza para interrumpir una corriente cuando su intensidad pasa de ciertos límites. Se emplean fusibles hechos de una aleación plomo-estaño o aluminio, calibrados para que se fundan cuando las intensidades sean superiores a 2 amp, 5 amp, 10 amp, 50 amp. . . (figura 12.6A).

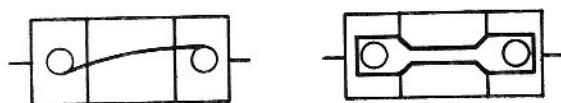


Figura 12.6A

(c) Amperímetro térmico

El alambre delgado *AMB* lo recorre la corriente que se va a medir. Se calienta y se dilata. Su centro *M* está atraído por un hilo que pasa por una polea y es tensionado por un resorte *R*. La polea está adherida a una aguja que se desplaza delante de una escala (figura 12.7A).

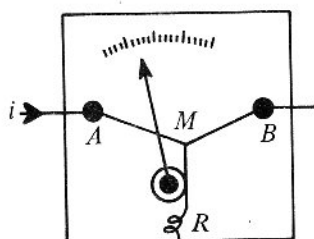


Figura 12.7A

Cuando el hilo alcanza su temperatura de equilibrio, la aguja se estabiliza y se puede leer la intensidad si

el aparato se calibró previamente con intensidades conocidas.

Las indicaciones de este amperímetro no dependen del sentido de la corriente; por tanto se puede utilizar para corrientes alternas.

(d) Aparatos de calentamiento

El efecto Joule se utiliza en todos los aparatos de calentamiento por resistencia.

En las planchas eléctricas el conductor está colocado entre láminas de mica o de asbesto (figura 12.8A).

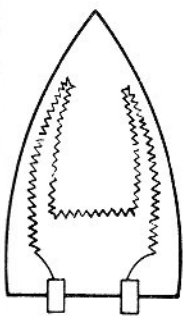


Figura 12.8A

En los reverberos, hornos, estufas, calentadores de agua, el conductor es generalmente de ferro-níquel en forma de espiral y colocado por lo general, en las ranuras de un material refractario (figura 12.9A).

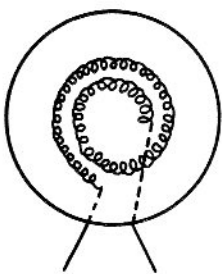


Figura 12.9A

Frecuentemente, un termostato permite regular la temperatura de los aparatos cortando automáticamente la corriente cuando se va a sobrepasar la temperatura fijada.

(e) Iluminación por incandescencia

Las bombillas de incandescencia utilizan la pro-

piedad que tienen los cuerpos muy calientes, de emitir radiaciones visibles. El color de esta luz depende de la temperatura del filamento: rojo hacia los 700°C , y que se vuelve blanco por encima de 2000°C .

Por tanto, se utilizan filamentos de metales que puedan resistir estas altas temperaturas como el tungsteno. Para evitar la oxidación o su combustión, se hace el vacío o se llena de un gas inerte (figura 12.10A).



Figura 12.10A

(f) Arco eléctrico

Está constituido por dos electrodos de carbón unidos a un generador de corriente. Al ponerlos en contacto pasa una corriente interna y si se separan, la corriente continúa pasando, debido a la fuerte ionización del aire entre los dos electrodos.

La temperatura de los electrodos es muy alta (3500°C); emiten una luz muy viva. El arco se utiliza para la iluminación de proyectores de cine y para algunos hornos de arco (figura 12.11A).

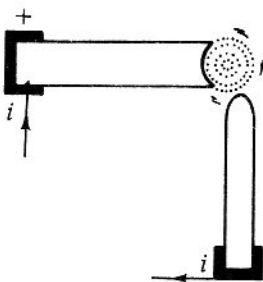


Figura 12.11A

Problemas

12.1 Se envuelven sobre un cilindro de 6 cm de diámetro, 40 espiras de un hilo de 1 mm de diá-

metro y de resistividad 30×10^{-8} ohmio-m. ¿Cuál es la resistencia así formada? *Resp.* 2,88 ohmios.

12.2 Se conectan en serie una resistencia de 10 ohmios y un reóstato a una diferencia de potencial de 120 voltios. ¿Cuál debe ser el valor de la resistencia del reóstato, si se quieren obtener intensidades de 1, 2 y 3 amperios? *Resp.* 110 ohmios; 50 ohmios; 30 ohmios.

12.3 Un cable de densidad 8 g/cm^3 y de resistividad $1,6 \times 10^{-8}$ ohmio-m tiene una masa de 200 kg y una resistencia de 0,64 ohmios. ¿Cuáles son su longitud y su sección? *Resp.* 1 km; 25 mm^2 .

12.4 Hacer la gráfica de i en función del tiempo, en los siguientes casos:

(a) $i = 2 \text{ amp}$ (constante)

(b) $i = 3t$ (i en amp, t en seg)

(c) $i = 2 + t$ (i en amp, t en seg)

Deducir la cantidad de electricidad que pasa por la sección de un hilo cuando t pasa de 0 a 4 seg.

Resp. 8 culombios; 24 culombios; 16 culombios.

12.5 En la figura 12.1P, $V_{ab} = 12 \text{ v}$. ¿Cuánto vale la intensidad en la resistencia de 3 ohmios?

Resp. 1,33 amp.

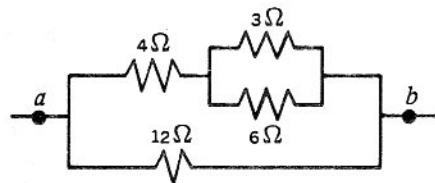


Figura 12.1P

12.6 En la figura 12.2P, la resistencia equivalente entre a y b es 11 ohmios. ¿Cuál es el valor de R ? *Resp.* 8 ohmios.

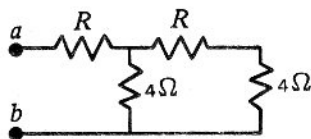


Figura 12.2P

12.7 ¿Cuál es la resistencia equivalente entre a y b , en la figura 12.3P? *Resp.* 3 ohmios.

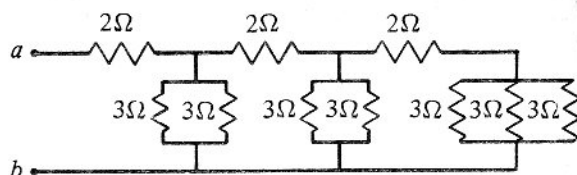


Figura 12.3P

12.8 Un cable cuadrado de longitud L está formado de dos metales como muestra la figura 12.4P. El interior de resistividad ρ_1 y el exterior de resistividad ρ_2 . Mostrar que la resistencia de este cable es

$$R = \frac{\rho_1 \rho_2 L}{\rho_2 a^2 + \rho_1 (b^2 - a^2)}$$

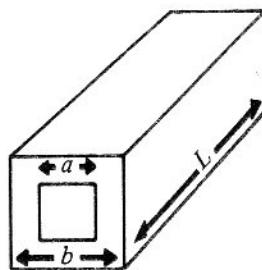


Figura 12.4P

12.9 Una plancha consume una potencia de 600 w cuando está conectada a una diferencia de potencial de 120 v. Calcular la intensidad que atraviesa la plancha y su resistencia. *Resp.* 5 amperios; 24 ohmios.

12.10 Un fusible conectado en serie con un tomacorriente de 120 voltios se funde cuando la corriente pasa de 5 amperios. ¿Cuántas lámparas "50w, 120v" pueden conectarse en paralelo? *Resp.* 12 lámparas.

12.11 Sobre un motor se lee "110 voltios-220 vatios". Calcular la resistencia que se debe conectar en serie con este motor para poder utilizarlo con una diferencia de potencial de 150 voltios. *Resp.* 20 ohmios.

12.12 Sobre dos lámparas se lee "120v - 120w", "120v - 360w". Calcular las intensidades que pasan por cada una de ellas cuando se utilizan normalmente. ¿Podrían conectarse sin inconvenientes estas dos lámparas en serie con una diferencia de potencial de 240 voltios? *Resp.* 1 amp; 3 amp; No.

12.13 Una estufa eléctrica de 1200 vatios está proyectada para funcionar a 120 voltios. Si el voltaje baja a 100 voltios, ¿qué potencia absorberá la estufa?
Resp. 833 w.

12.14 Una resistencia de 10 ohmios está dentro de 2000 g de agua. Una corriente de 10 amperios la atraviesa durante un tiempo de 418 segundos.
 (a) ¿Qué cantidad de calor se desprendió?
 (b) ¿Cuál fue el aumento de temperatura del agua?
Resp. 418.000 julios = 100.000 cal; 50°C.

12.15 En la figura 12.5P, $V_{ab} = 12$ voltios.
 (a) Encontrar la resistencia equivalente entre a y b .
 (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial en los bornes de $R = 16$ ohmios?
 (c) ¿Cuál es la intensidad que atraviesa la resistencia $R = 4$ ohmios?

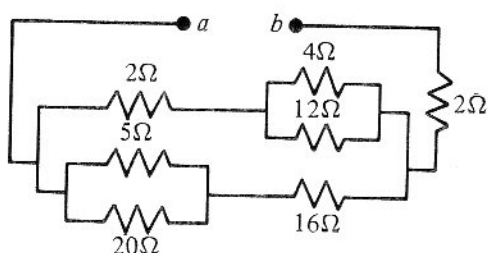


Figura 12.5P

***12.16** Una resistencia de 10 ohmios se introduce en agua hirviendo. ¿Cuál es su nuevo valor ($\alpha = 0,004 \cdot 1/^\circ\text{C}$)? Si su valor es de 11 ohmios, ¿a qué temperatura está sometida? *Resp.* 14 ohmios; 25°C.

***12.17** Demostrar la relación $R_0 = R(1 - \alpha(t - t_0))$, cuando α y $(t - t_0)$ son pequeños. *Resp.* Utilizar el binomio de Newton.

12.18 En el circuito de la figura 12.6P, $V_{ab} = 35$ v. Encontrar el calor consumido por segundo en la resistencia de 15 ohmios. *Resp.* 15 w.

12.19 Demostrar que la potencia por unidad de volumen ($p = P/V$) trasformada por calor por el efecto Joule en una resistencia es

$$p = \rho j^2 = \frac{E^2}{\rho}$$

donde ρ es la resistividad; j es la densidad de corriente y E es el campo eléctrico en la resistencia.

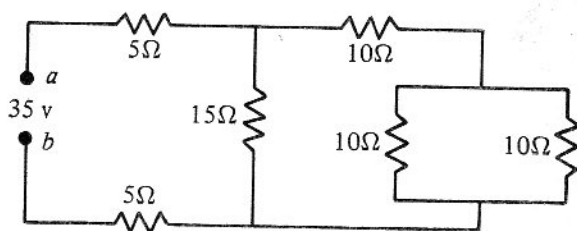


Figura 12.6P

12.20 Se conecta en serie una resistencia de 10 ohmios y un motor a una diferencia de potencial de 120 voltios. La corriente que atraviesa el conjunto es 2 amperios. Se pide:

- La potencia consumida en la resistencia.
- La potencia consumida en el motor.
- La ddp en los bornes de la resistencia.
- La ddp en los bornes del motor. *Resp.* 40 w; 200 w; 20 v; 100 v.

Historia de la corriente eléctrica

Origen del descubrimiento de la corriente eléctrica

En 1714 el francés Reaumur había descrito una curiosa propiedad de ciertos peces; eran capaces de dar violentas sacudidas, que él atribuyó a fenómenos puramente mecánicos debido a contracciones musculares. Más tarde, el estudio de los condensadores hizo pensar a los físicos que se trataba más bien de una especie de descarga eléctrica.

El italiano Galvani pensó generalizar este fenómeno y lanzó la idea de la naturaleza eléctrica del fluido nervioso. Su experiencia fundamental se efectuó en 1790. Suspendió de una rejilla de hierro varias ranas, empleando un gancho de latón. Por casualidad un gancho que atravesaba la médula espinal, tocó el

hierro de la rejilla constituyendo así un circuito cerrado: médula, gancho y rejilla. Inmediatamente el animal experimentó convulsiones que se reproducían a cada contacto. El científico creyó haber encontrado la *electricidad animal* y desarrolló su teoría: el cerebro era el generador, los nervios los conductores y los músculos los condensadores, listos a descargarse para provocar la contracción.

Origen de la pila eléctrica

Desde 1792, Volta comprende la importancia del descubrimiento de Galvani; rehace sus experimentos y acepta su teoría. En 1793 nota que si se pone la lengua entre dos discos de metal diferente, unidos

por un hilo de metal se siente una sensación ácida o alcalina según el orden de los dos metales y que se obtienen las mismas sensaciones si se pone sobre la lengua un conductor comunicando con la armadura positiva o negativa de un condensador.

Este sencillo experimento permite esbozar la clasificación eléctrica de los metales. Esto lo conduce a no hacer la distinción entre las dos clases de electricidad animal y ordinaria. Tuvo el mérito de entender que la fuente de las convulsiones no era la rana solamente sino el contacto de dos metales diferentes junto con un líquido conductor.

Pero si la rana no desempeñaba ningún papel, se podía por tanto suprimir. Esto fue lo que hizo: colocó discos de metales diferentes separados por discos de cartón húmedo de una solución salina, que hacía el papel de la rana. Tocando los dos extremos de esta "pila" de discos, obtuvo la convulsión esperada. Escribió en 1796: "... El contacto de conductores diferentes particularmente metálicos, que llamaré conductores secos o de primera clase, con conductores húmedos o de segunda clase, despierta el fluido eléctrico y le imprime una cierta impulsión o incitación. No sé todavía de qué manera esto se hace, pero es un hecho general. Así cada vez que en un círculo completo de conductores se pone uno de la segunda clase entre dos de la primera, diferentes entre ellos, se establece a la derecha o a la izquierda una corriente eléctrica, que cesa cuando se rompe el círculo y se restablece cada vez que el círculo está rehecho. . ."

Fue en 1800 cuando Volta inventó su pila obteniendo un éxito espectacular que atrajo la admiración del mundo entero. El invento de la pila es un hecho capital, que termina con el dominio de la electrostática y anuncia el desarrollo de la corriente eléctrica y de sus innumerables consecuencias en el siglo XIX.

La intensidad de corriente. La resistencia

Volta había definido de una manera casi cualitativa la noción de tensión eléctrica. El francés Ampère de-

sarrolló esta idea distinguiendo nítidamente los conceptos de tensión e intensidad. Precisó y definió en 1820, la unidad de intensidad de corriente a partir de consideraciones electromagnéticas que veremos más adelante. Pero faltaba aún la idea precisa de resistencia, y su posible relación entre la tensión de una pila y la intensidad de la corriente que produce en un conductor y la naturaleza de éste. En 1821, el inglés Davy demostró que el *poder conductor* de un hilo metálico es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección.

En 1825, el alemán Ohm empezó sus experiencias sobre corrientes eléctricas, utilizando pilas de Volta y definió con precisión los conceptos de resistencia y de resistividad. La ley de Ohm fue verificada cuantitativamente en 1834 por el francés Pouillet quien la completó e hizo conocer.

La ley de Joule

En 1841, el inglés Joule investigando sobre el calor desarrollado por el paso de la corriente eléctrica en una resistencia, descubrió su famosa ley que completando la ley de Ohm permitía precisar la definición energética de la fuerza electromotriz. Su trabajo, tres años después, sobre el equivalente mecánico de la caloría, fue la consecuencia natural.

Las leyes de Kirchhoff

En 1845, el alemán Kirchhoff extendió la ley de Ohm a dos y tres dimensiones, es decir, en placas y en volúmenes y demostró sus famosas leyes de los circuitos.

Vemos cómo, en el trascurso de varios años, se descubrieron las leyes que gobiernan a las corrientes eléctricas. Su desarrollo trasformó toda la sociedad, ya que la electricidad es la fuente de energía más práctica.

TRECE

Circuitos eléctricos

Estudiaremos ahora las características de los dispositivos que producen una diferencia de potencial constante y que transforman a una energía química o mecánica en energía eléctrica o viceversa.

Reuniendo estos aparatos con algunas resistencias, trataremos de calcular las intensidades de corrientes que resulten.

13.1 Generador — Fuerza electromotriz

Con el fin de que tengamos una corriente eléctrica en un estado estacionario, es necesario que exista un dispositivo que mantenga una diferencia de potencial constante y que transporte las cargas que llegaron al potencial más bajo hacia el potencial más alto, dándoles por tanto una energía potencial eléctrica mayor.

Este dispositivo es el *generador eléctrico*.

Esta energía que comunica a las cargas, el generador la debe tomar de su energía química almacenada (pila) o de su energía mecánica (dínamo) o de cualquier otra fuente de energía.

Se define *fuerza electromotriz* o simplemente *fem*, a la cantidad de energía química o mecánica u otra, que se transforma en energía eléctrica potencial por unidad de carga que atraviesa el generador, o sea

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q} \text{ (voltios)}$$

Es de notar que la unidad de fem es el voltio, semejante a la unidad de diferencia de potencial, pero tenemos que precisar que:

1 fem es una energía convertida en otra energía por unidad de carga.

2 Diferencia de potencial es un trabajo que se efectúa sobre cargas, por unidad de carga.

El término fuerza electromotriz no es muy acertado, ya que el concepto a que se refiere, no es una fuerza expresada en newtons. El símbolo de un generador será $\text{---} \overleftarrow{i} \text{---} \text{---}$. El trazo más largo representa el borne de potencial más alto, o sea el positivo (+); el

trazo más corto representa el borne de potencial más bajo, o sea el negativo (-).

Inversamente, conociendo la fem de un generador, la cantidad de energía transformada en su interior cuando la atraviesa una carga Δq es:

$$\Delta W = \mathcal{E} \Delta q$$

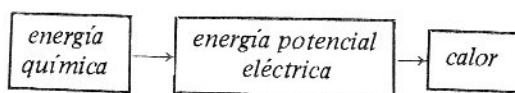
y por unidad de tiempo, o sea la potencia eléctrica disponible, será:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \mathcal{E} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \mathcal{E} i$$

Ejemplo

Una batería de 12 voltios produce a través de una resistencia, una intensidad de 2 amp. Esto significa que $12 \times 2 = 24$ vatios o 24 julios por segundo se están transformando de energía química en energía potencial eléctrica. Esta energía está disponible para transformarse en calor, en la resistencia.

Podemos representar estas transformaciones en el diagrama siguiente:



Una analogía con la energía potencial gravitacional nos ayudará a entender mejor (figura 13.1 (a) y (b)).

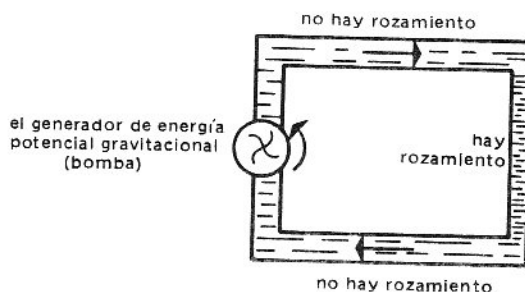
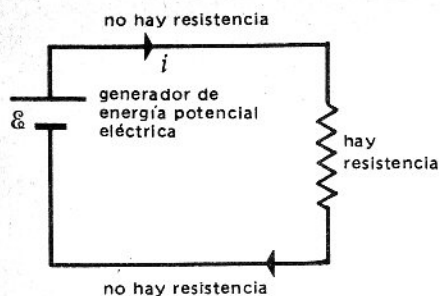


Figura 13.1 (a)



13.2 Receptor — fuerza contraelectromotriz

En los motores o en las pilas con conexiones invertidas (cuando la corriente pasa de (+) a (-) dentro de la pila), la energía potencial eléctrica de las cargas se transforma en energía mecánica o energía química.

Se puede definir *fuerza contraelectromotriz* o simplemente *fcem*, a la cantidad de energía potencial eléctrica que se trasforma en energía mecánica química por otra unidad de carga que atraviesa el receptor, o sea

$$\mathcal{E}' = \frac{\Delta W'}{\Delta q} \text{ (volts)}$$

Inversamente, conociendo la f.cem de un receptor, se puede deducir la cantidad de energía trasformada en su interior cuando lo atraviesa una carga q .

$$\Delta W = \mathcal{E}' \Delta q$$

y por unidad de tiempo, o sea la potencia mecánica o química disponible, será:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \varepsilon' \frac{\Delta q}{\Delta t} = \varepsilon' i$$

El símbolo de un receptor es \textcircled{M} para el caso del motor, y \textcircled{E} para el caso de la pila invertida.

Ejemplo

Un motor de f.c.m. de 100 voltios atravesado por una corriente de 5 amperios, transforma $P = 100 \times 5 = 500$ vatios o 500 julios por segundo de energía potencial eléctrica en energía mecánica.

13.3 Circuito sencillo

Un circuito sencillo está formado por una sola malla o bucla; puede comprender generadores, receptores y resistencias. Como los generadores y los receptores se

calientan, podemos considerar que los generadores y receptores poseen una resistencia que llamaremos resistencia interna r .

Estudiaremos algunos casos:

(a) Generador + resistencia (figura 13.2)

Por segundo, el generador de fem produce una energía $\mathcal{E}i$ que se transforma en calor en la resistencia externa R y en la resistencia interna r , por la ley de Joule, o sea que

$$\mathcal{E}_i = Ri^2 + ri^2$$

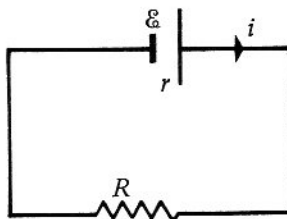


Figura 13.2

simplificando y despejando i , se obtiene la intensidad

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

(b) **Generador + receptor + resistencia (figura 13.3)**

Por segundo, el generador \mathcal{E} produce una energía $\mathcal{E}i$ que se transforma en calor en las resistencias R , r y r' y en energía mecánica o química $\mathcal{E}'i$ en el receptor de f.c.e.m. \mathcal{E}' , o sea:

$$\mathcal{E}i = Ri^2 + ri^2 + r'i^2 + \mathcal{E}'i$$

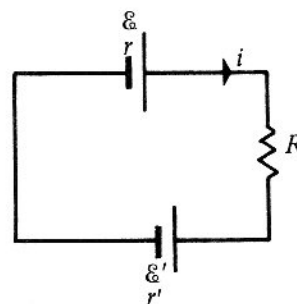


Figura 13.3

simplificando y despejando i , se obtiene

$$i = \frac{\mathfrak{E} - \mathfrak{E}'}{R + r + r'}$$

Esta relación se generaliza fácilmente si tenemos varios generadores, receptores y resistencias.

$$i = \frac{\Sigma \mathcal{E} - \Sigma \mathcal{E}'}{\Sigma R}$$

donde $\Sigma \mathcal{E}$ es la suma de todas las fem de los generadores; $\Sigma \mathcal{E}'$ es la suma de todas las fem de los receptores; ΣR es la suma de todas las resistencias incluyendo las internas.

Ejemplos

1. ¿Cuál es la ddp a los bornes de $R = 8$ ohmios? (figura 13.4).

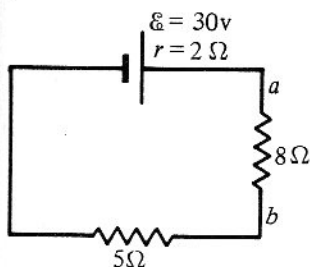


Figura 13.4

Siempre habrá que calcular la intensidad.

Aquí: $i = \frac{30}{15} = 2$ amp.

y la ddp es

$$V_{ab} = 8 \times 2 = 16 \text{ v}$$

2. ¿Cuál es el sentido y el valor de la intensidad? (figura 13.5).

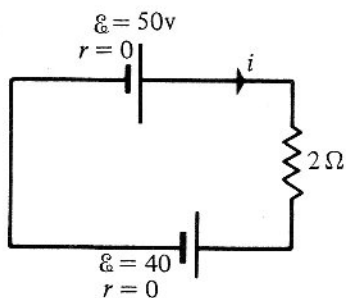


Figura 13.5

La pila de 50v, tiene una fem mayor que la otra, por tanto será la generadora.

La corriente fluye en el sentido del movimiento de las agujas del reloj.

La pila de 40 voltios será receptora y por tanto,

$$i = \frac{50 - 40}{2} = 5 \text{ amp}$$

3. ¿Cuál es el sentido y el valor de la corriente en la figura 13.6?

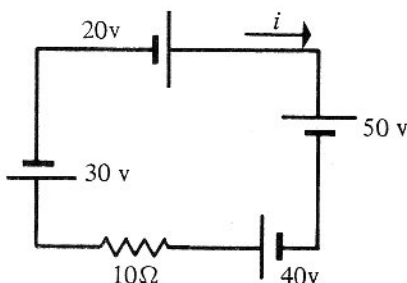


Figura 13.6

Supongamos que no podemos adivinar el sentido de la corriente; en consecuencia tomemos uno, arbitrario en el sentido del movimiento de las agujas del reloj.

Para este sentido, las pilas de 20 y 40v son las generadoras y las otras receptoras. El valor de i es:

$$i = \frac{20 + 40 - 50 - 30}{10} = -2 \text{ amp.}$$

Este sentido negativo significa que nuestro sentido de la corriente está errado; el verdadero sentido está en contra del movimiento de las agujas del reloj y el valor de la intensidad es de 2 amperios.

4. ¿Cuál es la intensidad en la $R = 4,5$ ohmios? (figura 13.7 (a), (b) y (c).)

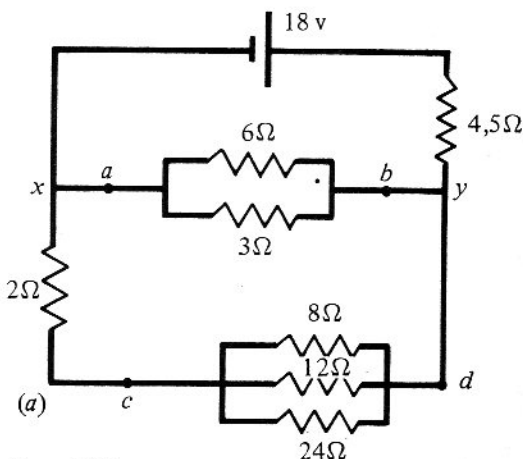


Figura 13.7

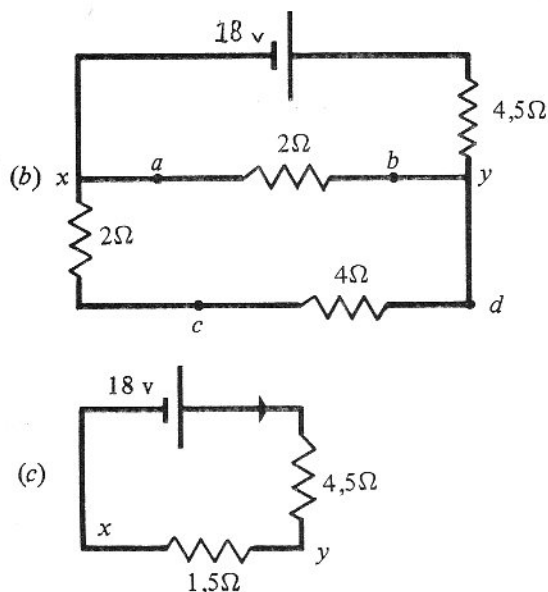


Figura 13.7

Este circuito se puede reducir a un circuito sencillo utilizando las combinaciones en serie y en paralelo de resistencias.

Entre a y b , tenemos la $R_{eq} = 2$ ohmios

Entre c y d , tenemos la $R_{eq} = 4$ ohmios

Entre x y d , tenemos la $R_{eq} = 6$ ohmios

Entre x y y , tenemos la $R_{eq} = 1,5$ ohmios

Finalmente, la intensidad que pasa por $R = 4,5$ ohmios es:

$$i = \frac{18}{6} = 3 \text{ amp}$$

13.4 Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

Sean, entre a y b , una resistencia R y un receptor de fcm \mathcal{E}' y de resistencia interna r' en serie, que forman parte de un circuito (figura 13.8).

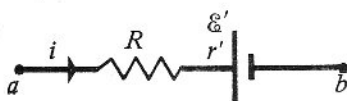


Figura 13.8

El resto del circuito suministra una potencia $V_{ab} i$ (véase sección 12.6) que se consume en nuestro

caso en calor $Ri^2 + r'i^2$, y en energía química o mecánica $\mathcal{E}'i$, o sea:

$$V_{ab}i = Ri^2 + r'i^2 + \mathcal{E}'i$$

Si ahora, entre a y b , tenemos un generador de fem \mathcal{E} y de resistencia interna r (figura 13.9) éste proporcionará una energía suplementaria $\mathcal{E}i$.

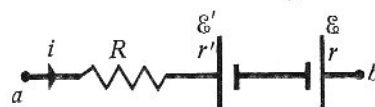


Figura 13.9

En total, entre a y b , se suministra la energía $V_{ab} + \mathcal{E}i$, o sea

$$V_{ab}i + \mathcal{E}i = Ri^2 + r'i^2 + r'i^2 + \mathcal{E}'i$$

De aquí se deduce

$$V_{ab} = (R + r + r')i + \mathcal{E}' - \mathcal{E}$$

Esta relación se denomina algunas veces, *la ley de Ohm generalizada*.

Ejemplos

1. ¿Cuál es la ddp a los bornes de una resistencia R ?

La relación anterior nos da

$$V_{ab} = Ri \quad (\mathcal{E} \text{ y } \mathcal{E}' \text{ son nulos})$$

Esta es la ley de Ohm

2. ¿Cuál es la ddp a los bornes de un receptor? (figura 13.10).

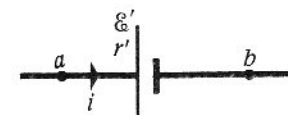


Figura 13.10

De la relación V_{ab} , se desprende

$$V_{ab} = r'i + \mathcal{E}'$$

$$\text{Si } i = 0 \quad V_{ab} = \mathcal{E}'$$

3. ¿Cuál es la ddp a los bornes de un generador? (figura 13.11).

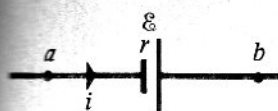


Figura 13.11

De la relación V_{ab} , se desprende

$$V_{ab} = ri - \mathcal{E}$$

$$\text{Si } i = 0 \quad V_{ab} = -\mathcal{E}$$

$$V_{ba} = \mathcal{E}$$

4. ¿Cuál es la ddp entre a y b en el circuito de la figura 13.12?

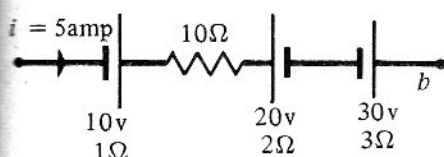


Figura 13.12

Las pilas de 10 y de 30v están conectadas como generadoras, y la pila de 20v como receptora, por lo tanto:

$$V_{ab} = (10 + 1 + 2 + 3)5 + 20 - 10 - 30$$

$$V_{ab} = 60\text{v}$$

13.5 Leyes de Kirchhoff

Los circuitos no siempre se pueden reducir a circuitos sencillos. Tenemos que encontrar nuevas leyes para resolver el circuito; lo que significa que dadas las fem de los generadores y sus resistencias internas, las fem de los receptores y sus resistencias internas y las resistencias externas, debemos encontrar las intensidades en cada rama del circuito.

(a) Primera ley (de los nodos)

Un nodo es un punto del circuito donde tres o más conductores concurren. En el nodo, como consecuencia de la conservación de la carga, la suma de todas las intensidades que llegan es igual a la suma de todas las intensidades que salen, o sea:

$$\sum_{\text{llegan}} i = \sum_{\text{salen}} i$$

Por ejemplo, en la figura 13.13,

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

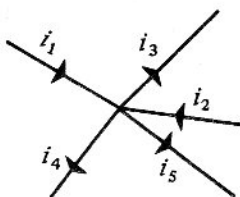


Figura 13.13

(b) Segunda ley (de las mallas)

Una malla es una trayectoria conductora cerrada. Para la malla de la figura 13.14, calculamos la ddp en cada rama.

$$V_{ab} = V_a - V_b = (R_1 + r_1)i_1 - \mathcal{E}_1$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = (R_2 + r_2 + r'_2)i_2 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}'_2$$

$$V_{ca} = V_c - V_a = -R_3 i_3 \quad (V_{ac} = R_3 i_3)$$

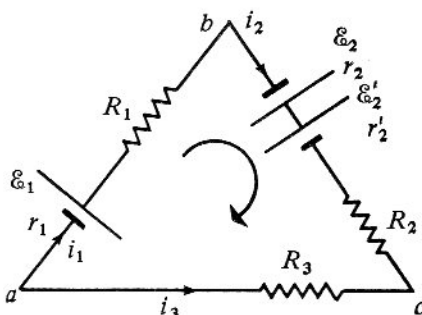


Figura 13.14

Sumando miembro a miembro, se tiene

$$0 = (R_1 + r_1)i_1 + (R_2 + r_2 + r'_2)i_2 - R_3 i_3 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}'_2$$

lo que se puede escribir como:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}'_2 = (R_1 + r_1)i_1 + (R_2 + r_2 + r'_2)i_2 - R_3 i_3$$

Si queremos condensar esta relación, podemos hacer una convención de signos:

(a) Se toma un sentido de rotación arbitrario, por ejemplo en el sentido del movimiento de las agujas del reloj, (dibujado como un semicírculo en el centro de la malla).

(b) Si una intensidad sigue este sentido, se tomará como positiva (i); en sentido contrario se tomará como negativa ($-i$).

(c) Se asigna un sentido a las fem, el que va de (-) a (+) y se indicará por una flecha arriba o abajo de la pila.

Si la fem sigue el sentido de rotación, se tomará como positiva (\mathcal{E}); en sentido contrario será negativa ($-\mathcal{E}$).

Con esta convención no es necesario saber si una pila es generadora o receptora. La segunda ley de Kirchhoff se puede escribir como:

$$\sum \mathcal{E} = \sum Ri$$

Es de notar que esta segunda ley es una consecuencia de la conservación de la energía, ya que la relación que nos da la ddp entre dos puntos de un circuito, se demostró a partir de un balance de energía.

Ejemplo

Encontrar las intensidades en cada rama del circuito de la figura 13.15.

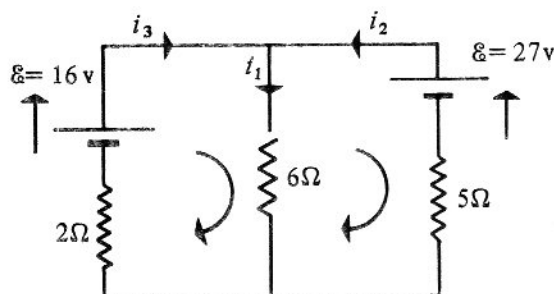


Figura 13.15

Escogemos el sentido de las tres corrientes como indica el esquema.

En un nodo tenemos:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

El otro nodo nos daría la misma ecuación.

Para las mallas escogemos el sentido de rotación de las agujas del reloj.

$$16 = 2i_3 + 6i_1$$

$$-27 = -6i_1 - 5i_2$$

Estas tres ecuaciones con tres incógnitas nos darán los valores de las intensidades

$$i_1 = 2,6 \text{ amp}$$

$$i_2 = 2,3 \text{ amp}$$

$$i_3 = 0,3 \text{ amp}$$

Aplicaciones

13.1A Aparatos eléctricos de medición

Todos los aparatos eléctricos de medición se basan en la acción mutua entre un conductor por el cual pasa una corriente y un campo magnético externo; su principio se estudiará en los próximos capítulos. Pero desde ahora, es útil conocer su manejo y precisar cómo se conectan.

(a) Galvanómetro

Es un aparato muy sensible que nos indica si pasa o no una corriente en una rama de un circuito; por esto se dice que es un aparato de cero; se conecta *en serie*.

(b) Amperímetro

Sirve para medir la intensidad de la corriente que debe atravesarlo. Por tanto, se conecta *en serie*, es decir que se hace necesario, abrir el circuito e intercalar el amperímetro (figura 13.1A).



Figura 13.1A

Para que no se modifique sensiblemente la corriente que se quiere medir, el aparato tiene una resistencia muy pequeña, aproximadamente 0,01 a 0,1 ohmios, lo que lo hace un instrumento muy delicado y susceptible de ser destruido si se conecta indebidamente.

(c) Voltímetro

Mide directamente la diferencia de potencial que existe entre dos puntos de un circuito. Por tanto, se conecta *en paralelo*, es decir que los dos bornes del voltímetro se unen a los dos puntos en referencia (figura 13.2A).

En realidad, tenemos que medir

$$V_{ab} = RI$$

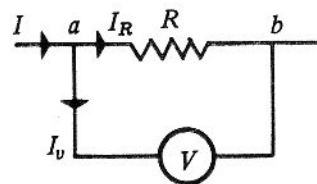


Figura 13.2A

pero el voltímetro mide

$$V_{ab} = R I_R$$

Para que I_R sea prácticamente igual a I , el voltímetro debe tener una resistencia muy grande, aproximadamente 10.000 a 100.000 ohmios; así I_v es casi igual a cero.

(d) Puente de Wheatstone

El puente de Wheatstone representado en la figura 13.3A, se utiliza para efectuar medidas muy precisas de resistencias. Se dice que el puente está equilibrado cuando no pasa corriente en el galvanómetro G . En este momento, la corriente i_1 que pasa por R_1 fluye a través de R_4 y la corriente i_2 que pasa por R_2 fluye por R_3 .

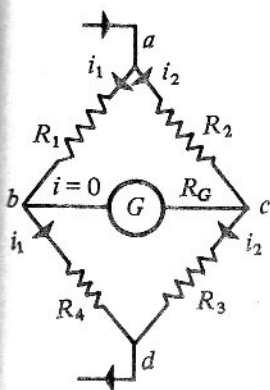


Figura 13.3A

Por la ley de Ohm, se tiene

$$V_{ab} = V_a - V_b = R_1 i_1 \quad \text{y} \quad V_{ac} = V_a - V_c = R_2 i_2$$

pero

$$V_{bc} = V_b - V_c = R_G i = 0 \quad (i = 0)$$

o sea

$$V_b = V_c$$

por tanto

$$V_{ab} = V_{ac} = R_1 i_1 = R_2 i_2$$

De la misma manera

$$V_{bd} = V_{cd} = R_4 i_1 = R_3 i_2$$

Dividiendo miembro a miembro, obtenemos:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$$

Por consiguiente, si se conocen tres resistencias, esta relación permite hallar la cuarta.

(e) Vatímetro

Es un instrumento que nos indica por lectura directa, la potencia en vatios, desarrollada en una rama de un circuito.

Tiene cuatro bornes: dos se conectan *en serie* como en un amperímetro y dos *en paralelo* como en un voltímetro (figura 13.4A). El aparato realiza automáticamente el producto de las lecturas de un amperímetro y de un voltímetro.

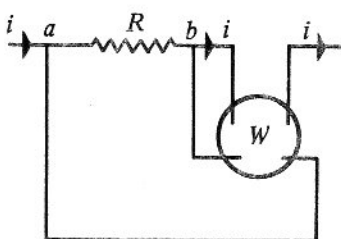


Figura 13.4A

El vatímetro es un aparato muy delicado y de alto costo.

(f) Contador eléctrico

Para medir la energía eléctrica consumida en una instalación se utiliza el contador de kilovatios-hora. Este es un pequeño motor cuya velocidad angular es proporcional a la potencia absorbida. El motor arrastra por engranajes, agujas que se desplazan sobre cuadrantes graduados directamente en kw-h (figura 13.5A).

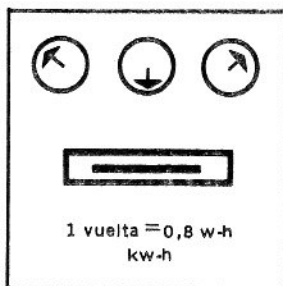


Figura 13.5A

El kw-h es igual al trabajo de una máquina de 1000 vatios de potencia durante 3600 seg; es decir que:

$$1 \text{ kw-h} = 1000 \text{ w} \times 3600 \text{ seg} = 3,6 \times 10^6 \text{ julios.}$$

13.2A Prospección eléctrica

En un pozo vertical perforado para la búsqueda de petróleo o de minerales, se introducen en los terrenos, dos electrodos entre los puntos *A* y *B* conectados exteriormente a un generador (figura 13.6A). Habrá corriente ya que la tierra es conductora.

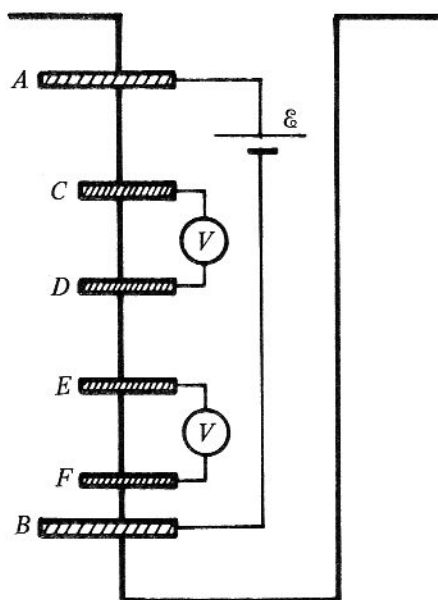


Figura 13.6A

Si ponemos un voltímetro entre dos puntos por ejemplo, *C* y *D*, se recogerá un voltaje que puede ser diferente de lo que se puede medir entre dos puntos separados una distancia igual *E* y *F* según las capas atravesadas de tierra que son más o menos conductoras.

Los terrenos impregnados de agua salada se notan fácilmente y anuncian petróleo en la vecindad.

Resistividades de ciertos terrenos

agua de mar: 0,26 ohmio-m

agua dulce: $2,3 \times 10^3$ ohmio-m

arena: 10^5 ohmio-m

tierra: de 1 a 3×10^3 ohmio-m

13.3A Efectos de la corriente sobre el cuerpo humano

El cuerpo humano es conductor de la electricidad. Los tejidos musculares contienen gran cantidad de agua con sales disueltas; por tanto, se comportan como medios electrolíticos. Los tejidos nerviosos son verdaderos conductores eléctricos. La piel seca es muy mala conductora.

La resistencia de una mano a la otra varía para una persona y se estima de 10.000 a 100.000 ohmios. Si las manos están mojadas o húmedas por la transpiración, esta resistencia puede bajar hasta 100 ohmios.

Se estima que una corriente de 0,05 amperios es mortal, porque:

(a) La corriente produce la electrólisis de los líquidos de las células y por lo tanto las destruye.

(b) La corriente que contrarresta el influjo nervioso, produce la parálisis de los centros nerviosos, del corazón y de los centros respiratorios.

(c) El efecto Joule produce quemaduras internas.

Es necesario observar que el hecho de tocar un alambre de alta tensión cuando se está completamente aislado del suelo no es peligroso, pero si la persona está en contacto con el suelo el peligro es muy grande porque la corriente fluye entre el alambre y la tierra conductora a través del cuerpo humano (figura 13.7A).

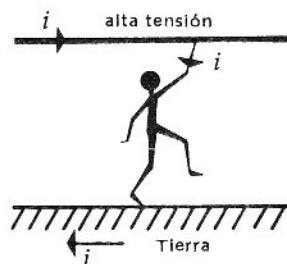


Figura 13.7A

Problemas

13.1 Dos resistencias en serie de 3 ohmios y 6 ohmios se conectan a una pila de fem 30 v y de resistencia interna 1 ohmio. ¿Cuál es la corriente que pasa por la pila? Resp. 3 amp.

13.2 Dos resistencias en paralelo de 3 ohmios y 6 ohmios se conectan a una pila de fem 30 v y de resistencia interna 1 ohmio. ¿Cuál es la corriente que pasa por la pila? Resp. 10 amp.

13.3 Un generador de fem 100 v y de resistencia interna 2 ohmios, alimenta una resistencia de 12 ohmios y un motor de resistencia interna de 1 ohmio. La intensidad es de 5 amperios.

(a) ¿Cuál es la fem del motor?

(b) ¿Cuál es la ddp a los bornes del motor? Resp. 25 v; 30 v.

13.4 Se monta en serie una pila de fem 4 v y de resistencia interna despreciable, una resistencia de 8 ohmios y un motor de resistencia interna r . La intensidad de corriente es 0,25 amp, pero si al motor se le impide girar, la corriente es 0,4 amp. Calcular la fem del motor y su resistencia interna.

Resp. 1,5 v; 2 ohmios.

13.5 Una pila de fem 50 v y de $r = 2$ ohmios y una pila de fem 40 v y de $r = 2$ ohmios tienen sus polos positivos unidos en M y sus polos negativos unidos en N .

(a) ¿Cuál es la corriente?

(b) Se reúne M y N por una resistencia de 8 ohmios. ¿Cuál es la intensidad en cada rama? Resp. (a) 2,5 amp; (b) 5 amp; 0 amp; 5 amp.

13.6 Una pila sin resistencia interna y de fem 20 v está conectada con una resistencia R . Cada segundo, 80 julios de energía química se transforman en energía eléctrica. ¿Cuál es el valor de R ? Resp. 5 ohmios.

13.7 Sea el circuito de la figura 13.1P. El amperímetro de resistencia 0,1 ohmio mide, al máximo, 0,1 amperio.

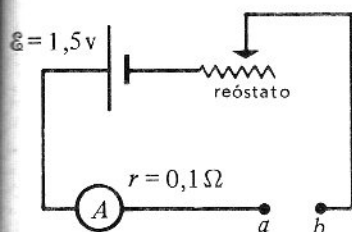


Figura 13.1P

(a) Uniendo a y b con un alambre de resistencia despreciable, ¿cuál debe ser el valor del reóstato para que el amperímetro marque 0,1 amp? (Se notará 0 ohmios en lugar de 0,1 amp.)

(b) ¿Qué resistencia se debe poner entre a y b , para que el amperímetro marque 0,05 amp? (Se notará este valor y así sucesivamente).

Este aparato una vez calibrado como lo hemos indicado, puede medir directamente una resistencia: es un *ohmímetro*, aparato poco preciso pero de gran utilidad.

13.8 Calcular las intensidades en las tres ramas (figura 13.2P). Resp. 2,23 amp; 0,7 amp; 1,53 amp.

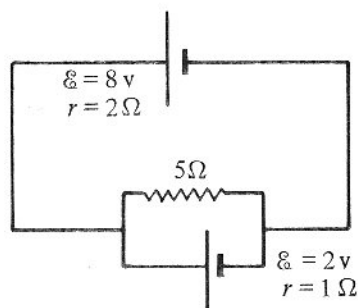


Figura 13.2P

13.9 Calcular la intensidad en la resistencia de 5 ohmios (figura 13.3P). Resp. 1,8 amp.

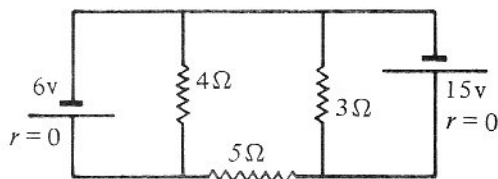


Figura 13.3P

13.10 En el circuito de la figura 13.4P, calcular la corriente en la resistencia $R = 3,2$ ohmios.

¿Cuál debe ser el valor de R para que no haya corriente en \mathcal{E}_2 . Resp. 4 amp; 1,33 ohmios.

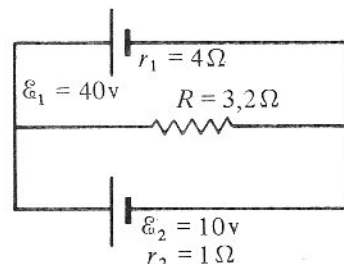


Figura 13.4P

13.11 (a) Calcular la corriente en la resistencia de 6 ohmios (figura 13.5P(a)).

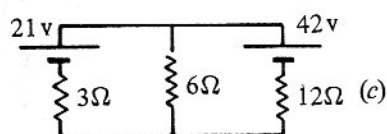
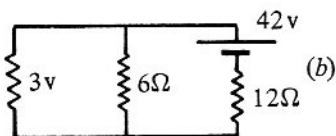
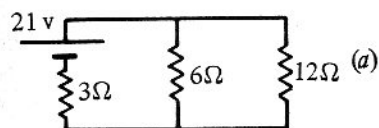


Figura 13.5P

(b) Calcular la corriente en la resistencia de 6 ohmios (figura 13.5P(b)).

(c) Calcular la corriente en la resistencia de 6 ohmios (figura 13.5P(c)).

Se notará que la corriente de (c) es igual a la suma de las corrientes (a) y (b).

Así en un circuito, cada fem actúa independientemente de las otras para la producción de las corrientes. Este es el *teorema de la superposición*.

13.12 En el circuito de la figura 13.6P, la pila y el amperímetro no tienen resistencia interna. ¿Qué mide el amperímetro?

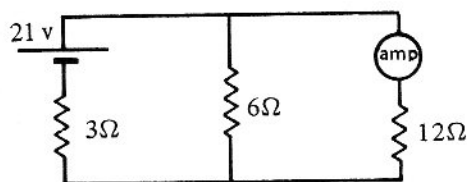


Figura 13.6P

Intercambiar el amperímetro y la pila. ¿Qué lee ahora el amperímetro?

Este es el *teorema de la reciprocidad*, y es solamente válido si el circuito tiene una sola pila.

***13.13** (a) Calcular V_{ab} (figura 13.7P(a)).

(b) Calcular la resistencia equivalente R_{eq} entre a y b (figura 13.7P(b)).

(c) Inventemos una pila que tenga por fem el valor de V_{ab} y de resistencia interna R_{eq} .

Conectemos esta pila a una pila de 42V y a una resistencia de 12 ohmios (figura 13.7P(c)). ¿Cuál es la intensidad en la R de 12 ohmios?

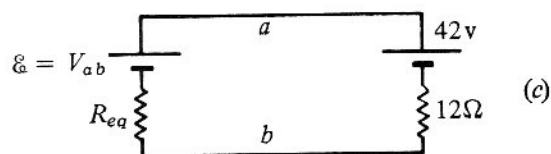
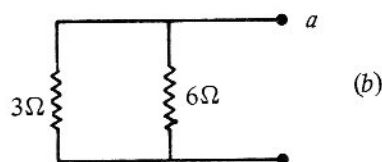
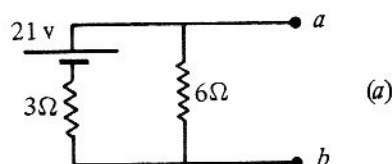


Figura 13.7P

Se encontrará la misma respuesta que en el problema anterior; de aquí concluimos: si entre dos puntos se puede dividir un circuito en dos partes, podemos cambiar una parte por una pila de fem igual a la ddp que existe entre estos dos puntos y cuya resistencia es igual a la resistencia equivalente que hay entre estos dos puntos (sin las pilas). Esta conclusión, es el famoso *teorema de Thevenin*, muy útil en los circuitos eléctricos.

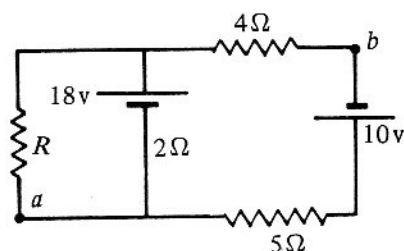


Figura 13.8P

***13.14** En el circuito de la figura 13.8P se tiene $V_{ab} = 0$. Calcular la potencia consumida en R . Resp. 24 vatios.

***13.15** En el circuito de la figura 13.9P, encontrar las intensidades en cada resistencia. Resp. 0,05 amp; 0,06 amp.

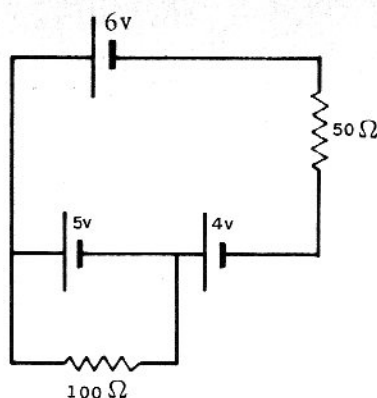


Figura 13.9P

La electricidad en biología

La concentración de iones en el interior de las células del cuerpo humano, es distinta a la del exterior de éstas. Esto crea una diferencia de potencial que varía durante la actividad biológica de dichas células; del estudio de dichas variaciones de potencial se puede avanzar en la comprensión de los procesos biológicos.

En los organismos vivos, se encuentra que la diferencia de potencial es la suma de dos componentes:

(a) Una *aproximadamente constante*, que indica un estado permanente de los tejidos (las raíces de las plantas están generalmente a un potencial negativo con respecto a las hojas).

(b) Otra con *variaciones transitorias*, que indica la actividad biológica de los tejidos. (El interior de una célula nerviosa cambia de potencial cuando pasa el impulso nervioso).

El objetivo de la electrofisiología es explicar por qué proceso se produce esta diferencia de potencial y su correlación con las actividades biológicas.

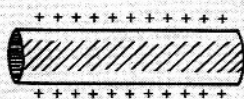


Figura 1



Figura 2

La medida de la diferencia de potencial se hace con un voltímetro; uno de los electrodos está fuera y el otro dentro, tal como nos muestra la figura 3.

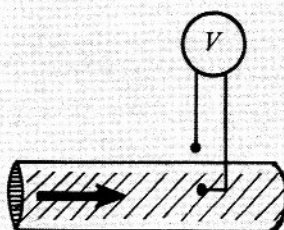


Figura 3

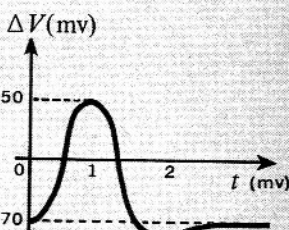


Figura 4

Trasmisión eléctrica en los nervios

El medio intracelular de las células nerviosas se caracteriza por estar cargado negativamente y poseer una gran riqueza de iones de potasio y una gran pobreza de iones de sodio, mientras que el medio extracelular es todo lo contrario.

Por tanto, de cada lado de la membrana celular y debido a las diferentes concentraciones, tendremos cargas negativas y cargas positivas creando así una diferencia de potencial aproximadamente de 70 milivoltios para el nervio en reposo (figura 1).

El impulso nervioso corresponde a una inversión transitoria del potencial de reposo que se propaga a lo largo de la membrana celular con una velocidad de 30 m/seg (figura 2).

La figura 4 nos muestra la curva de la diferencia de potencial entre el interior y el exterior de la membrana en función del tiempo en un punto determinado.

El empleo de los radioisótopos ha permitido demostrar que esta inversión de potencial resulta debido a la brusca permeabilidad de la membrana a los iones sodio y potasio.

La célula nerviosa pasa por dos fases: una fase corta pasiva, correspondiente al paso del impulso nervioso en la cual los iones Na y K se desplazan en el sentido de su gradiente de concentración respectiva.

Una segunda fase endotérmica, de restauración en la cual la célula re-establece su estado inicial expulsando con el intercambio de los iones K, los iones Na, que han penetrado por difusión en la fase precedente.

Este mecanismo de la *bomba de sodio* aún no explicado, está en estudio en numerosos laboratorios.

El estímulo que provoca el impulso nervioso puede ser de origen eléctrico, químico, mecánico o térmico.

Trasmisión del impulso nervioso entre dos células

Cuando el pulso eléctrico llega al extremo de la célula, una sustancia (Ach), Acetilcolina, es expulsada de las vesículas donde se secretaba y atraviesa el espacio libre entre las dos células (sinapsis) (figura 5).

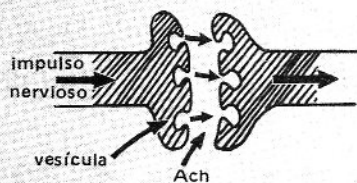


Figura 5

La otra célula absorbe esta sustancia y cambia la permeabilidad de su membrana causando una diferencia de potencial que se propaga como vimos anteriormente. Las moléculas de Ach que provocaron este impulso son destruidas por una enzima (colinesterasa).

La trasmisión del impulso de la célula nerviosa a la fibra muscular (unión neuromuscular), es semejante a la trasmisión entre dos células nerviosas.

Electrocardiograma

La actividad rítmica de ciertos órganos está acompañada de la producción de una fuerza electromotriz paralela a la actividad biológica. En el caso del corazón se puede admitir que se comporta como una batería de fuerza electromotriz variable, productora de corrientes eléctricas que se difunden por todo el cuerpo humano.

Se puede detectar la diferencia de potencial entre dos puntos del cuerpo, aplicando dos electrodos del mismo metal; si se registra esta diferencia de potencial en función del tiempo, se obtendrá el *electrocardiograma*.

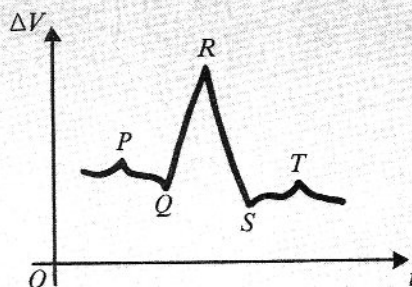


Figura 6

La figura 6 nos muestra un electrocardiograma humano normal que nos indica la diferencia de potencial entre el brazo izquierdo y el derecho.

La onda P se asocia a la contradicción auricular y las ondas Q, R, S, T a la actividad de los ventrículos.

Del estudio de los electrocardiogramas el médico puede detectar arritmias (cambio de ritmo) cardíacas, infarto del miocardio, trombosis coronarias, etc.

Electroencefalograma

Las células del cerebro tienen una actividad rítmica, pero la multitud de células de diferentes tipos y el desorden aparente, hacen que se produzcan diferentes ritmos de frecuencias variables que se pueden asociar a causas diversas como la visión, el sueño, etc.

Una diferencia de potencial aproximadamente de 0,1 minivoltio se puede medir entre dos electrodos de igual metal, colocados en la cabeza en dos puntos distintos: este es el *electroencefalograma* que permite detectar la epilepsia, localizaciones de tumores, etc.

Electroanestesia

Una corriente eléctrica que pasa por una célula nerviosa, puede bloquear el paso del impulso nervioso.

Se podrá utilizar este efecto al inverso de la estimulación, para insensibilizar algunas partes del cuerpo humano. Las ventajas de este método son muy grandes: control perfecto de la profundidad de la anestesia, interrupción de la anestesia a voluntad, etc.

Este método se encuentra todavía en estudio.

CATORCE

Electrólisis, pilas y acumuladores

La electrólisis es el estudio de la conducción eléctrica en los líquidos que va acompañada de reacciones químicas.

Su estudio nos muestra la existencia de cargas libres (iones) dentro de los líquidos conductores; estos iones transportan un número entero de cargas elementales iguales a las de los electrones.

La electrólisis, junto con el valor de la carga del electrón encontrado por Millikan, nos proporcionan el mejor método para medir el número de Avogadro, o sea el número de moléculas en un mol.

Continuaremos con el estudio de pilas y acumuladores que en síntesis son casos particulares de la electrólisis y concluiremos con el efecto termoelectrónico.

14.1 Electrólisis

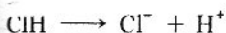
Es el fenómeno de la conducción eléctrica en líquidos como los ácidos, bases, sales, etc., seguidas de reacciones químicas. Estos líquidos se llaman *electrólitos*.

Veamos cómo se efectúa la electrólisis:

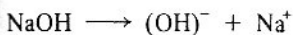
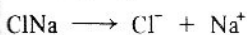
(a) Disociación iónica

Se admite que las moléculas de los electrólitos se disocian parcial o completamente en iones (+) y (-).

La carga de los iones proviene del intercambio de electrones entre átomos; por ejemplo, cuando la molécula de ClH se disocia, un electrón del átomo de H se adhiere a un átomo de Cl para trasformarlo en ion Cl^- y por tanto el ion H^+ se carga positivamente por la pérdida de un electrón, o sea:



Otros ejemplos:



Los iones H y metal son siempre positivos, mientras que los otros iones que pueden comprender uno o varios átomos (radicales), son negativos.

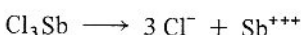
(b) Números de cargas del ion

Los iones Cl^- , H^+ , Na^+ , $(\text{OH})^-$ provienen de las mo-

léculas neutras ClH , NaOH y llevan la carga de un electrón en valor absoluto.

La molécula neutra Cl_2Zn se disocia en dos iones Cl y un ion Zn. Para respetar la neutralidad, cada ion Cl^- tendrá una carga (-) y cada ion Zn tendrá una carga doble, que se representará por Zn^{++} . Este número de carga del ion se denomina *valencia electrolítica* del ion, o *número de oxidación*.

Así, tendremos



(c) Conducción de la corriente en un electrólito

Pongamos dos conductores, llamados electrodos, dentro de un electrólito y conectémoslo a una pila. Llamaremos *cátodo* el que está unido al polo negativo de la pila y *ánodo* el que va al polo positivo (figura 14.1).

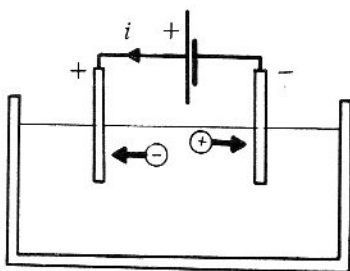


Figura 14.1

En el electrólito, los iones (-) van al ánodo, depositan su carga y se trasforman en átomos.

Los iones (+) se dirigen al cátodo y sustrayéndoles electrones se trasforman en átomos.

En conclusión, los electrones se transportan por medio de los iones, del cátodo al ánodo, en el sentido contrario al convencional.

Frecuentemente, los átomos formados sobre los electrodos producen reacciones químicas, ya sea con el

metal del electrodo o con el electrolito; esto es lo que se denomina *reacción secundaria*.

14.2 Ley de Faraday de la electrólisis

Hagamos la electrólisis de tres electrolitos ClNa , Cl_2Zn , Cl_3Sb como nos muestra la figura 14.2.

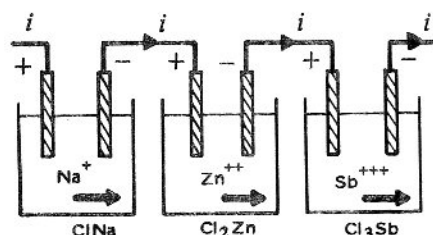


Figura 14.2

En el primer caso, un ion Na^+ recibe un electrón de carga e del electrodo y se transforma (o deposita) en un átomo de Na.

N iones de Na reciben N electrones de carga total Ne y se depositan N átomos de Na.

En el segundo caso, un ion Zn^{++} recibe dos electrones y se deposita en un átomo de Zn.

$N/2$ iones de Zn^{++} reciben $N/2 \times 2$ electrones de carga total Ne y se depositan $N/2$ átomos de Zn.

En el tercer caso, $N/3$ iones de Sb^{+++} , reciben $\frac{N}{3} \times 3$ electrones de carga total Ne y se depositan $N/3$ átomos de Sb.

Ahora, si N es el número de Avogadro (la masa atómica de un cuerpo contiene N átomos), se deduce que:

"Una carga de Ne culombios, deposita en cada electrodo una masa igual a la masa atómica del cuerpo dividido por su valencia, lo que se denomina equivalente-gramo".

Esta es la ley de Faraday de la electrólisis.

Experimentalmente, se encuentra que $Ne = 96.500$ culombios; esta nueva unidad de carga se llama *faraday*.

Conociendo la carga del electrón, $1,6 \times 10^{-19}$ culombios (medido por el experimento de Millikan de la gota de aceite), se ve que:

$$N = \frac{96.500}{1,6 \times 10^{-19}} = 6,02 \times 10^{23} \text{ átomos en una masa atómica}$$

Este es el método más preciso que conocemos para medir N .

Ejemplo

Se hace la electrólisis de SO_4Cu (masa atómica del Cu = 64 g; valencia del cobre 2), durante un tiempo de 500 seg con una corriente de 4 amperios. ¿Cuál será la masa del Cu depositada?

La cantidad de electricidad que pasó en la electrólisis es:

$$Q = it = 4 \times 500 = 2000 \text{ culombios}$$

Si 96.500 culombios, depositan una masa de $64/2 = 32$ g de Cu, una cantidad de 2000 culombios depositará

$$m = \frac{32 \times 2000}{96.500} = 0,67 \text{ g de Cu}$$

14.3 Definición química del amperio

Durante mucho tiempo, el fenómeno de la electrólisis ha servido para definir el valor del culombio y del amperio.

El culombio, (cul) es la cantidad de electricidad que libera 0,001118 g de plata en el cátodo cuando se hace la electrólisis de nitrato de plata.

El amperio (amp) se deriva inmediatamente de esta definición por medio de la relación:

$$I = \frac{Q}{t}$$

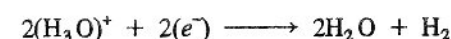
Calculemos ahora a partir de este dato cuánto vale la carga Ne , llamada un *faraday* (f): se sabe que es el número de culombios que libera un equivalente gramo de plata, o sea 107,88 g de plata y puesto que un culombio libera 0,001118 g de plata, se tiene

$$f = \frac{107,88}{0,001118} = 96.500 \text{ culombios}$$

Actualmente, se ha abandonado esta definición química del amperio y se ha remplazado por una definición que utiliza las propiedades magnéticas de la corriente (véase el capítulo 15).

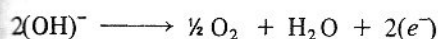
14.4 Electrólisis del agua

Una disolución diluida de ácido sulfúrico comprende además de las moléculas de agua, los iones hidronio H_3O^+ , los iones hidroxilo OH^- y los iones sulfato SO_4^{--} . Cuando se hace la electrólisis con electrodos de platino, se admite que en el cátodo se produce la reacción:



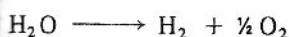
Las moléculas de hidrógeno se liberan en forma de burbujas de gas.

En el ánodo se admite la siguiente reacción:



Las moléculas de oxígeno se liberan en forma de burbujas de gas.

Finalmente, si se suman estas dos reacciones, se nota que una molécula de agua se descompuso en hidrógeno y oxígeno según la reacción.



14.5 Pilas

Pongamos dos metales, *A* y *B*, dentro de un electrolito. Cada metal y la solución forman dos medios diferentes que pueden interactuar. Se admite que para ciertos metales y soluciones, parte de los átomos del metal se disuelven en la solución en forma de iones positivos, quedando el metal cargado negativamente.

Se forma así una ddp (diferencia de potencial) entre el metal y la solución, llamada *potencial de electrodo* (figura 14.3).

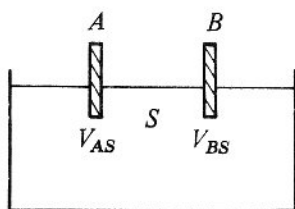


Figura 14.3

Para otros metales y soluciones, algunos iones de la solución se depositan sobre el metal y liberan su carga creando así una ddp de electrodo.

Finalmente, cualquiera que sea el caso, cuando un metal *A* está en contacto con una solución *S*, se crea una ddp V_{AS} ; y un metal *B* dentro de *S* creará una ddp V_{BS} ; por tanto, la resta de estas dos ddp, nos da:

$$V_{AS} - V_{BS} = V_{AS} - (-V_{SB}) = V_{AS} + V_{SB} = V_{AB}$$

que es la ddp en los bornes de los dos electrodos; esta ddp será constante hasta que haya metal que se disuelva (energía química) en la solución; las pilas se basan en este principio.

Si se unen los dos metales por una resistencia externa *R*, esta ddp genera una corriente constante.

14.6 Polarización de las pilas

Generalmente se producen gases sobre los electrodos, lo que impide el contacto entre el electrolito y los electrodos; la pila deja de funcionar; este fenómeno se llama *polarización* de las pilas (no se debe confundir con la polarización óptica).

Para evitar esta polarización se puede:

1. Oxidar el hidrógeno que se forma, por la reacción $\text{H}_2 + \text{O} \longrightarrow \text{H}_2\text{O}$.
2. Utilizar una reacción que no provoque liberación de gas.

Cuando una pila se polariza, con el tiempo, el gas se disuelve lentamente y la pila depolarizada, puede servir de nuevo.

14.7 Acumulador

Pongamos dos metales iguales dentro de un electrolito (figura 14.4). Haciendo pasar una corriente, es decir una electrólisis, cada metal se modifica (sulfato, óxido. . .) en forma diferente; se dice entonces que estamos "cargando". Cuando paremos la electrólisis, tenemos dos conductores diferentes y una solución, esto es una pila. Como vimos, hay una ddp, resta de las dos ddp de electrodo. Cuando se reúnen exteriormente estos dos conductores, habrá una corriente, esto es la "descarga", y los dos electrodos volverán a su estado inicial.

En la práctica se usan electrodos de plomo en ácido sulfúrico.

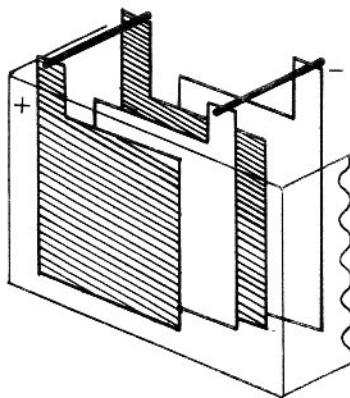


Figura 14.4

14.8 Efecto termoelectrónico

La densidad de los electrones libres en un metal, depende de la sustancia que forma el metal y de su tem-

peratura, (cuanto más alta sea la temperatura, más fácilmente se desprenderán de sus átomos).

Cuando se unen dos metales distintos, los electrones emigrarán del uno al otro y se creará una diferencia de potencial V_{AB} entre los dos metales A y B llamado *potencial de contacto*.

Si los dos metales están unidos en a y b , se creará una ddp (V_{AB})_a en la unión a y una ddp (V_{AB})_b en la unión b (figura 14.5).

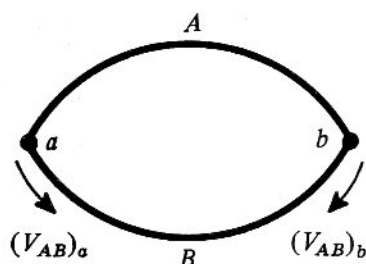


Figura 14.5

Si la temperatura es igual en a y b , estas dos ddp son iguales y de sentido opuesto y por tanto no hay corriente.

Si a y b están a temperaturas diferentes habrá una ddp, resta de las dos anteriores, y por tanto hay corriente. Este es el fenómeno de la *termoelectricidad*; los dos metales a temperaturas diferentes forman una *pila termoelectrónica*.

Inversamente, si se hace pasar una corriente en una de estas pilas, una de las uniones se calentará y la otra se enfriará (no teniendo en cuenta el efecto Joule). Este efecto se usa para producir placas enfriadoras o refrigeradoras.

Aplicaciones

14.1A Aplicaciones de las electrólisis

(a) **Metalurgia** El caso típico es el aluminio preparado por electrólisis de una mezcla de alumina y de criolita fundidas.

(b) **Electroquímica** Se utiliza la electrólisis en la preparación de numerosos cuerpos simples: cloro, hidrógeno, oxígeno, sodio, etc. . .

(c) **Galvanoplastia** Para una utilidad artística o técnica se desea recubrir de metal un objeto. La electrólisis

puede hacerlo si este objeto se toma como cátodo; recibe una capa de metal que proviene del ion metal del electrolito y que a su vez proviene del metal del ánodo (figura 14.1A). Si el objeto no es conductor, se le puede recubrir de una fina capa conductora obteniendo así un verdadero molde metálico del objeto.

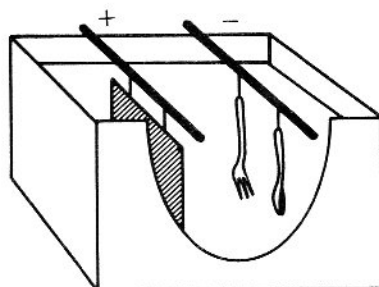


Figura 14.1A

Para obtener un depósito brillante, uniforme y duradero, se necesitan condiciones especiales de electrolitos, de temperatura, de concentraciones, de densidad de corriente y de geometría de los electrodos.

Todos los procesos de niquelado, cromado, plateado y dorado se hacen por galvanoplastia.

(d) **Pulimento electrolítico** La pieza metálica que se quiere pulir, sirve de ánodo; las pequeñas asperezas se disuelven más rápidamente que las partes cóncavas adyacentes obteniéndose un verdadero pulimento.

14.2A Pila seca

Es el generador de energía eléctrica portátil que más se utiliza. Generalmente son cilindros de cinc (usado como cátodo) lleno de una pasta que contiene cloruro de cinc, cloruro amoníaco y bióxido de manganeso utilizado como depolarizador. En el centro del cilindro, se coloca una barra de carbón como electrodo positivo (figura 14.2A).

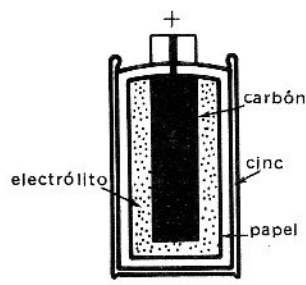


Figura 14.2A

La fuerza electromotriz de esta pila es de 1,5 voltios. Algunas veces se reúnen 3 ó 6 pilas en serie y así la fuerza electromotriz es de 4,5 ó 9 voltios.

Problemas

14.1 Se hace la electrólisis de agua con ácido sulfúrico con una corriente de 5 amperios durante 100 segundos. ¿Qué volumen de oxígeno se libera en las condiciones normales? (Volumen de un mol, 22,4 litros.) *Resp.* 29 cm³.

14.2 ¿Cuál es el peso de cobre (Cu) depositado en una hora por electrólisis de sulfato de cobre cuando la intensidad es de 10 amperios? ($M_{Cu} = 63,5$ g, bivalente.) *Resp.* 11,9 g.

14.3 Una fábrica produce 324 g de aluminio por ho-

ra por electrólisis. ¿Cuál es la intensidad de la corriente necesaria? ($M_{Al} = 27$ g, trivalente.) *Resp.* 965 amp.

14.4 Una pieza metálica tiene una superficie de 1800 cm². Se desea depositar por electrólisis una capa de cromo (Cr) de 0,03 mm de espesor. ¿Cuál será la intensidad de la corriente necesaria para que la capa se produzca en 10 horas? ($M_{Cr} = 52$ g, trivalente, densidad del cromo 6,9 g/cm³.) *Resp.* 5,76 amp.

14.5 En una electrólisis de agua acidulada se recoge en total 168 cm³ de gas en condiciones normales, durante 16 min 5 seg. ¿Cuál es la intensidad de la corriente? *Resp.* 1 amperio.

14.6 Se quiere platear una lámina rectangular de 10,8 × 4 cm por ambos lados con espesor de 0,1 mm. ¿Cuánto tiempo se ha de hacer pasar una corriente de 20 amperios a través del baño electrolítico?

($M_{Ag} = 108$ g, monovalente, densidad de la plata 10 g/cm³.) *Resp.* 386 seg.

Pilas y acumuladores elementales

A continuación se dan algunas indicaciones sobre la realización de una electrólisis y sobre la fabricación de pilas y acumuladores elementales con el fin de que todo estudiante pueda efectuar en su casa algunos experimentos.

Electrólisis

Se puede fabricar una cuba electrolítica con dos vasos de cartón o de plástico y utilizando los carbones de una vieja pila comercial como electrodos. Se conectan los electrodos a una pila comercial y se recogen los gases producidos por medio de tubos de ensayo invertidos (figura 1).

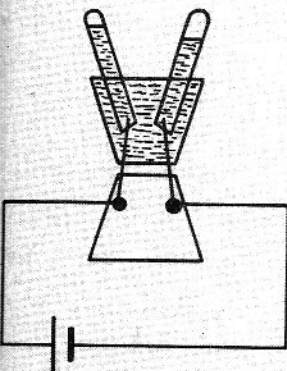


Figura 1

Se puede hacer la electrólisis de agua acidulada o de agua salada. En este caso, el cloro producido se disuelve dentro del agua y forma hipoclorito de sodio, decolorante muy usado en los productos comerciales de limpieza de ropa, pisos, lavamanos, etc.

Galvanoplastia

Se puede cubrir de cobre o de níquel cualquier objeto conductor, haciendo una electrólisis con una pila. El cátodo es el objeto, el electrolito es una solución de sulfato de cobre o sulfato de níquel y el ánodo es de cobre o níquel.

Pila de Volta

Tomar dos monedas de metales diferentes bien limpias y hacer un "sandwich" con una servilleta de papel, humedecida de agua salada o saliva. Dentro de la boca se siente la misma sensación que cuando se toca con la lengua, los dos electrodos de una pila comercial. Haciendo una "pila de sandwiches", se puede encender una pequeña bombilla.

Una pila elemental

Se toma una lámina de cobre y otra de cinc (que puede provenir de una vieja pila comercial) sumergidas dentro de una solución de ácido sulfúrico (o cualquier ácido o agua salada). Se debe agitar para eliminar las burbujas de gas, o sea depolarizar la pila. Una bombilla se enciende.

Una pila con limón

Se fijan las dos láminas de cobre y cinc dentro de un limón (que debe ser un poco aplastado para que el jugo del limón llene el limón), figura 2. Una bombilla se enciende.

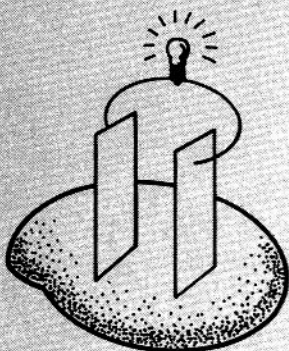


Figura 2

En vez de limón se pueden usar papas, o cualquier producto ácido.

Una pila termoeléctrica

Reunir dos alambres de metales diferentes y después de intercalar un miliamperímetro, unir los dos otros

extremos. Calentar con un fósforo una de las uniones; se notará una corriente eléctrica. Esta corriente es débil y no es suficiente para encender una bombilla.

Un acumulador elemental

Cortar láminas de plomo como las de la figura 3, y algunas hojas de papel del mismo tamaño, que servirán de separación entre las láminas. Unir las placas pares con un alambre de cobre y las placas impares con otro alambre. Este conjunto dentro de una solución de ácido sulfúrico es un acumulador. Hacer pasar la corriente de una pila. Después de algunos minutos el acumulador está cargado y puede encender una bombilla de linterna. Una serie de cargas y descargas mejora el acumulador.

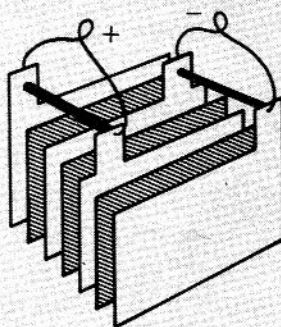


Figura 3

Cuarta parte

Magnetismo

Unidad 8

Electromagnetismo

QUINCE

Campo magnético

La interacción magnética es otro tipo de interacción en la naturaleza.

Desde la antigüedad, se observó que ciertos minerales de hierro, como la magnetita, tenían la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro. Esta propiedad que no se puede explicar por medio de las interacciones gravitacional o eléctricas recibió el nombre de *magnetismo*, nombre que proviene de la antigua ciudad, Magnesia, de Asia Menor, en donde se encontraban estos minerales.

Durante muchos años, el estudio de los fenómenos magnéticos se limitó al estudio de estos minerales llamados *imanes* y a las interacciones entre ellos y el hierro.

Sin embargo, en 1819, el danés Oersted demostró que por medio de una corriente eléctrica se pueden producir efectos magnéticos.

Actualmente, se sabe que todos los fenómenos magnéticos se producen por cargas en movimiento y las propiedades magnéticas de los imanes tienen su razón de ser debido a los movimientos de los electrones dentro de los átomos.

15.1 Imanes — Ley de Coulomb del magnetismo

Los imanes atraen el hierro; entre ellos se atraen y repelen, siendo este efecto más pronunciado en ciertas regiones llamadas *polos*.

La Tierra es también un imán. Si suspendemos una aguja imantada (brújula), ésta se orientará de tal manera que siempre el mismo extremo indique el polo norte geográfico. Esto demuestra que la Tierra ejerce una fuerza sobre la aguja y que existen dos clases de

polos en la aguja: el *polo norte* y el *polo sur* según las direcciones norte o sur a que apunte.

Las experiencias muestran que *polos de mismo nombre se repelen* y *polos de nombre diferente se atraen*.

La existencia de los polos sugirió la idea de que el magnetismo se concentraba en dos *masas magnéticas* situadas en los polos y como la experiencia mostraba que la fuerza F de atracción o de repulsión entre los polos era semejante a la ley de Coulomb de las cargas eléctricas, se escribió la ecuación

$$F = 10^{-7} \frac{m m'}{r^2}$$

como definición de las masas magnéticas m y m' en el sistema MKS (F en newtons y r distancia entre las dos masas, en metros).

Sin embargo, las cargas eléctricas positivas y negativas pueden aparecer separadamente, lo que es imposible (hasta nuestros días) con los polos magnéticos. Si rompemos un imán en varios pedazos, cada uno de ellos actuará como un imán con polos iguales y opuestos.

De otro lado, no existe la *conducción magnética* semejante a la conducción eléctrica. Estos hechos dan a entender que las masas magnéticas no existen y que los fenómenos magnéticos deben ser muy diferentes de los eléctricos.

15.2 Experimento de Oersted

En 1819, Oersted hizo pasar una corriente eléctrica delante de una brújula (figura 15.1) y anotó que la corriente eléctrica cambiaba la orientación de la aguja magnética, es decir producía efectos magnéticos semejantes a un imán o a la Tierra.

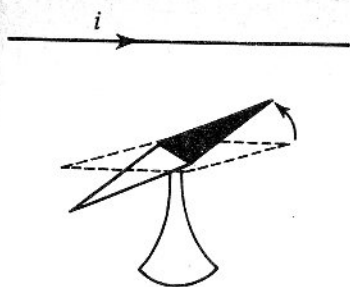


Figura 15.1

Este experimento permitió establecer las relaciones entre corrientes o cargas en movimiento y el magnetismo y la explicación de la naturaleza de los imanes.

15.3 Campo magnético

En electrostática cuando actuaba una fuerza F sobre una carga q en reposo, se definió el campo eléctrico como

$$E = F/q$$

Cuando la carga q está en movimiento, además de la fuerza eléctrica se produce una nueva fuerza llamada magnética. Definiremos el campo magnético de una manera análoga aunque necesariamente nuestra ecuación será un poco más compleja puesto que debe contener la magnitud y la dirección de la velocidad de la carga q .

(a) Existencia de un campo magnético

Se dice que *existe un campo magnético en un punto si sobre una carga q móvil que pasa por dicho punto se ejerce una fuerza perpendicular a la velocidad de la carga* (además de las fuerzas gravitacionales y eléctricas).

(b) Dirección del campo magnético

Si la dirección de la velocidad de la carga cambia, se observa que la fuerza es siempre perpendicular a la velocidad y que su magnitud varía. *Para una cierta dirección de la velocidad la fuerza se anula: se define esta dirección como la dirección del campo magnético*, sin precisar aún su sentido.

(c) Magnitud del campo magnético

Cuando la velocidad de la carga q es perpendicular a la dirección anterior, la fuerza es máxima y proporcional a v y a q .

Esto indica que si v no es perpendicular al campo magnético sino que forma un ángulo θ con el campo,

el vector velocidad se puede descomponer en dos componentes (figura 15.2): la una en dirección del campo magnético (no produce fuerza según lo visto arriba) y la otra componente $v_{\perp} = v \sin \theta$ perpendicular al campo magnético que produce una fuerza proporcional a v_{\perp} y a q .

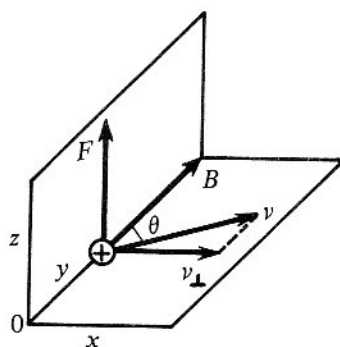


Figura 15.2

Por tanto se puede escribir:

$$F = Bq v_{\perp} = Bq v \sin \theta$$

donde B es una constante que caracteriza el campo magnético y que se llama la *inducción magnética*. Por tanto, la inducción magnética se define como

$$B = \frac{F}{q v \sin \theta}$$

que se puede comparar con la definición de campo eléctrico $E = \frac{F}{q}$.

Si F se expresa en newtons y v en m/seg, la inducción magnética B se mide en *tesla* o en *weber por metro cuadrado* (wb/m^2). En la vida práctica se usa aún la unidad CGS para el campo magnético, el *gauss* y vale

$$1 \text{ wb}/\text{m}^2 = 10^4 \text{ gauss}$$

Nota: El término más correcto para B sería *intensidad del campo magnético* como E es la *intensidad del campo eléctrico*, mas por razones históricas la denominación campo magnético se reserva para otra magnitud; sin embargo, cuando no haya posibles confusiones se hablará del campo magnético B .

(d) Sentido del campo magnético

Ahora se definirá el sentido del vector \vec{B} con respecto a los otros dos vectores \vec{F} y \vec{v}_{\perp} .

Para una carga positiva, los vectores \vec{v}_{\perp} , \vec{B} y \vec{F} forman

un triedro trirrectangular directo semejante al triedro de referencia $oxyz$ (figura 15.2).

Esta relación entre los vectores se puede recordar por la *regla de la mano izquierda* (figura 15.3): el dedo índice indica la dirección de \vec{B} , el dedo medio la dirección de la velocidad \vec{v} y el pulgar la dirección de \vec{F} . Para una carga negativa, la fuerza es opuesta a la dirección de la fuerza sobre una carga positiva. Como para el campo eléctrico, se puede también dibujar *líneas de inducción magnética* tangentes en cada punto a \vec{B} .

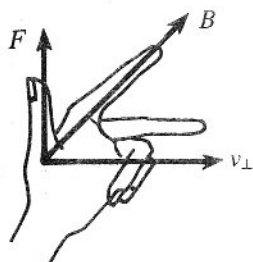


Figura 15.3

Ejemplo

Sea una carga $q = 3 \times 10^{-6}$ cul, con velocidad $v = 4 \times 10^5$ m/seg dentro de un campo magnético $B = 5$ wb/m². ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre ella en las siguientes situaciones?

(a) v y B son paralelos.

Aquí el ángulo θ es cero y por tanto, $\sin \theta = 0$ y

$$F = 0 \text{ nt}$$

(b) v y B son perpendiculares.

El ángulo $\theta = 90^\circ$ y $\sin 90^\circ = 1$; por tanto

$$F = q v B = 6 \text{ nt}$$

El sentido de F se da en la figura 15.4.

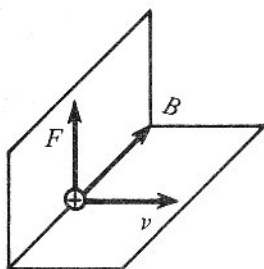


Figura 15.4

Es útil introducir un símbolo para los vectores perpendiculares al plano del dibujo. Para esto se toma el símbolo de la flecha \rightarrow . El símbolo \otimes indica un vector que penetra en el plano de la figura puesto que representa la cola de la flecha; y el símbolo \odot indica un vector que sale del plano de la figura y representa la punta de la flecha.

La figura 15.5 es equivalente a la figura 15.4, sin embargo, facilita su análisis.

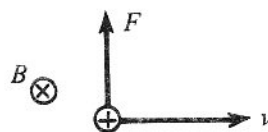


Figura 15.5

(c) v y B forman un ángulo de 37° , aquí $\sin 37^\circ = 0,6$, por tanto

$$F = qvB \sin 37^\circ = 3,6 \text{ nt}$$

(d) v y B son perpendiculares. ¿Cuál debe ser el valor de un campo eléctrico E perpendicular a v y B de tal manera que la carga no se someta a ninguna fuerza? (figura 15.6).

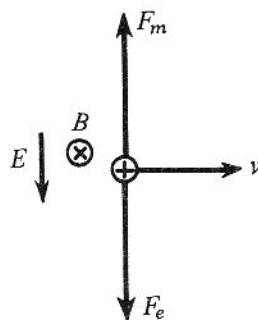


Figura 15.6

La fuerza magnética F_m es:

$$F_m = q v B$$

y la fuerza eléctrica F_e es:

$$F_e = q E$$

La suma de las fuerzas es igual a cero; por tanto

$$F_e = F_m$$

$$qE = qvB$$

$$E = vB = 2 \times 10^6 \text{ nt/cul.}$$

15.4 Fuerza magnética sobre una carga

Si una carga q se desplaza con velocidad v dentro de un campo magnético B , se ejerce una fuerza sobre la carga igual en magnitud a:

$$F = q v_{\perp} B = q v B \sin \theta$$

y su sentido lo da la regla de la mano izquierda.

Se pueden condensar estas dos afirmaciones por medio de un producto vectorial de v y B ; es decir

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta relación puede servir también como definición de B : es el vector que satisface esta relación.

En resumen, si sobre una carga actúa un campo eléctrico E y una inducción magnética B , la fuerza total será:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

fuerza denominada de Lorentz.

15.5 Movimiento de una carga dentro de un campo magnético

Considérese una carga negativa, con una velocidad v , perpendicular a un campo magnético uniforme B (figura 15.7).

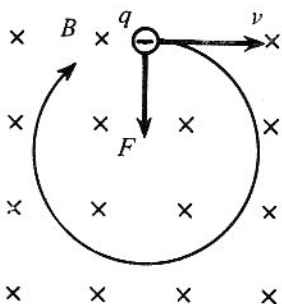


Figura 15.7

En cualquier punto de su trayectoria, la carga q está sometida a una fuerza, $F = qvB$, constante en magnitud y perpendicular a la velocidad (la fuerza modifica la dirección de la velocidad pero no su magnitud).

Al estudiar el movimiento circular uniforme de un cuerpo, se demostró que la fuerza sobre el cuerpo es constante en magnitud y perpendicular a la velocidad y dirigida hacia el centro; es decir la *fuerza es centrípeta*.

Como la situación es semejante para una carga que se mueve perpendicularmente dentro de un campo magnético uniforme, se deduce que la trayectoria de la carga será un círculo.

Por la segunda ley de Newton se tendrá

$$F = qvB = ma = \frac{mv^2}{r}$$

y el radio del círculo es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Ejemplo

Mostrar que el tiempo que emplea una carga para efectuar una vuelta es independiente de la velocidad.

Este tiempo llamado período es igual a:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

15.6 Efecto Hall

Estudiemos la acción de un campo magnético B sobre los electrones de carga e que circulan con una velocidad de arrastre v en una cinta plana de metal (figura 15.8).

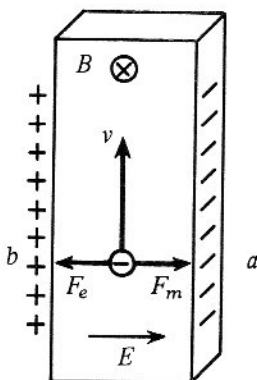


Figura 15.8

El campo ejerce sobre los electrones una fuerza $F_m = evB$ que, en el caso de la figura, curva la trayectoria hacia la derecha produciendo una acumulación de electrones sobre el borde a de la cinta.

Esta acumulación de cargas, que se denomina *efecto Hall*, produce un campo eléctrico E que ejerce sobre los electrones una fuerza eléctrica $F_e = eE$ que se opone a la fuerza magnética.

En equilibrio, las dos fuerzas son iguales y opuestas; tenemos entonces

$$evB = eE$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Esta relación muestra un método para determinar la *velocidad de arrastre de los electrones*.

Como el borde a es negativo con respecto al borde b en los metales, el efecto Hall demuestra que la *conducción eléctrica en los metales se debe a un movimiento de electrones*.

15.7 Fuerza magnética sobre una corriente

Dentro de un campo magnético las cargas móviles se someten a fuerzas magnéticas. La corriente eléctrica que es un conjunto de cargas en movimiento se someterá también a una fuerza dentro de un campo magnético.

Consideremos una corriente i dentro de un conductor rectilíneo de longitud L perpendicular a un campo magnético B (figura 15.9). Sobre todas las n cargas q móviles que se mueven con la velocidad v , la fuerza total es

$$F = nq v B = Q v B$$

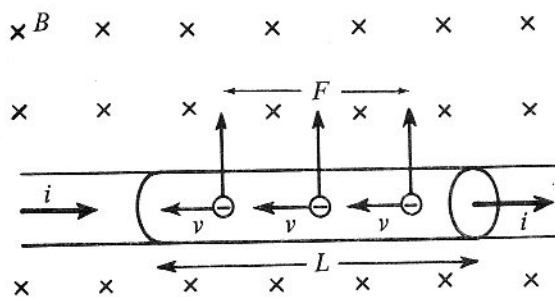


Figura 15.9

donde Q es la carga total que se mueve dentro del conductor, que se puede expresar como:

$$Q = i t$$

donde t es el tiempo que las Q cargas emplean para

recorrer la distancia L con velocidad v , o sea $t = L/v$. Remplazando t en la ecuación anterior se tiene

$$Q = i \frac{L}{v}$$

Finalmente la fuerza total sobre la corriente es:

$$F = iLB$$

La regla de la mano izquierda se puede también utilizar remplazando la dirección de la velocidad v por la dirección de la intensidad de corriente i , que como se sabe es la dirección contraria a los electrones.

Generalizando esta relación a un campo magnético que forma un ángulo θ con la dirección del conductor, se tiene

$$\vec{F} = iLB \sin \theta = i(\vec{L} \times \vec{B})$$

15.8 Momento sobre una espira

Considérese dentro de un campo magnético B , una espira rectangular de lados a y b por la cual pasa la corriente i que forma un ángulo θ con la normal N al plano de la espira (figura 15.10).

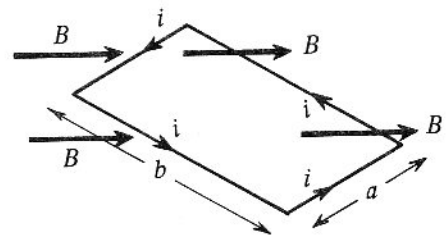


Figura 15.10

(No se dibujaron los alambres que llevan la corriente a la espira ni los soportes de la espira que le permiten girar.)

De la figura en perspectiva, se hizo un corte (figura 15.11) que permite apreciar mejor la dirección de las fuerzas. Nótese que cuando la corriente i en el alambre a inferior penetra en el plano de la figura la representamos por \otimes ; cuando sale del plano de la figura en el alambre a superior la representamos por \odot .

En los alambres a superior e inferior la magnitud de la fuerza es

$$F_2 = F_1 = i a B$$

y las direcciones las da la figura 15.11.

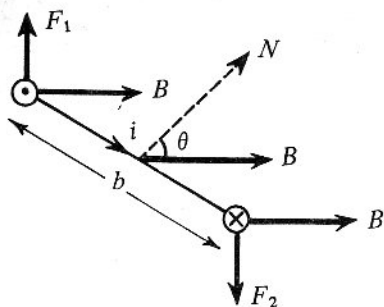


Figura 15.11

La resultante de estas fuerzas es nula, por tanto, forma un *par de fuerzas* cuyo *momento de fuerza* o *torque* (brazo \times fuerza) con respecto a cualquier punto (por ejemplo con respecto a O) es:

$$\tau = F_1 \frac{b \sin \theta}{2} + F_2 \frac{b \sin \theta}{2}$$

$$\tau = i a B b \sin \theta$$

Que se puede escribir, si tenemos N espiras de área $A = ab$, como

$$\tau = N i A B \sin \theta$$

Esta relación es válida para cualquier tipo de espira plana.

Las fuerzas sobre los lados b son iguales y apuntan una dentro del plano de la figura y la otra fuera del plano de la figura; sin embargo no tiene ningún efecto sobre el movimiento de la espira puesto que sus momentos se anulan.

El momento de fuerza trata de *orientar la espira de tal manera que su plano sea perpendicular al campo magnético*, lo que constituye el principio fundamental de los motores eléctricos, de la mayoría de los aparatos de medición eléctrica y también del movimiento de la aguja de una brújula.

15.9 Producción de los campos magnéticos

Hasta aquí se ha probado la existencia de un campo magnético, por la fuerza que se ejercía sobre una carga en movimiento.

Ahora se estudiará la producción de los campos magnéticos.

Después de muchas experiencias, se llegó a la conclusión de que los campos magnéticos son producidos por cargas en movimiento o sea por corrientes eléctricas.

Los físicos Biot, Savart y Ampère dedujeron una relación matemática bastante compleja, que permite calcular la inducción magnética producida por una corriente en cualquier punto del espacio.

A continuación se da la dirección de la inducción magnética, en forma general, y la magnitud de la inducción magnética para algunos circuitos especiales.

La dirección de la inducción magnética B la da la *regla de la mano derecha* que consiste en rodear con la mano derecha el alambre, extendiendo el pulgar, en la dirección de la corriente: los dedos indicarán la dirección de B (figura 15.12).

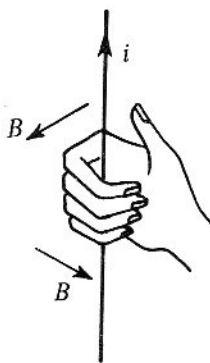


Figura 15.12

(a) Campo producido por un alambre infinitamente largo

La regla de la mano derecha nos da la dirección de B en cualquier punto y se observa que las líneas de inducción magnética son círculos centrados sobre el alambre (figura 15.13).

La inducción magnética, en el punto M de la corriente i situada a una distancia r , es

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r}$$

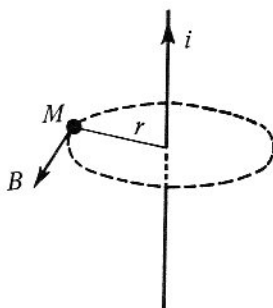


Figura 15.13

donde μ_0 es una constante denominada *permeabilidad del vacío* y que vale $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ wb/m · amp.

(b) Campo producido por una espira circular

Aplicamos la regla de la mano derecha a cada trozo pequeño del círculo para averiguar la dirección de B en el centro O ; se nota que todos los trozos dan campos magnéticos en la misma dirección; por tanto, el campo magnético total en el centro de la espira es perpendicular al plano de la espira (figura 15.14). Su magnitud es:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

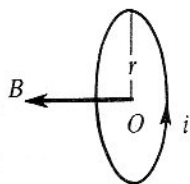


Figura 15.14

(c) Campo producido por un solenoide

Un *solenoides* o *bobina* es un alambre muy largo enrollado en forma de hélice con espiras muy apretadas.

La regla de la mano derecha da la dirección de B dentro del solenoide y se observa que B es paralelo al eje del solenoide (figura 15.15). Su magnitud es:

$$B = \mu_0 n i$$

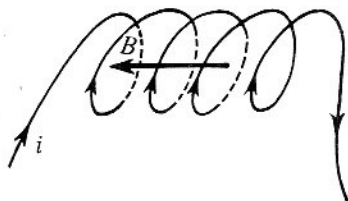


Figura 15.15

donde n es el número de espiras por unidad de longitud.

15.10 Naturaleza de los imanes

En los átomos, los electrones giran alrededor de los núcleos formando así diminutas espiras que produ-

cen en sus centros pequeños campos magnéticos B_0 llamados *campos magnéticos orbitales*. Al mismo tiempo los electrones giran alrededor de un eje interno; y esta rotación llamada *espín* produce otro pequeño *campo magnético espín* B_s (figura 15.16).

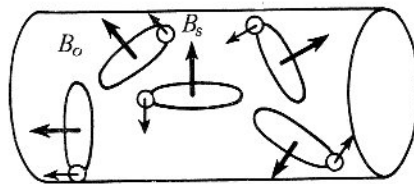


Figura 15.16

Cuando se aplica un campo magnético externo B_{ex} a un cuerpo, todos los minúsculos campos magnéticos B_0 y B_s tratan de alinearse en la dirección de B_{ex} pero este proceso lo contrarresta fuertemente la agitación térmica de los electrones.

En las sustancias ferromagnéticas (hierro, níquel, cobalto y algunas aleaciones) existen pequeñas regiones denominadas *dominios*, en cada uno de los cuales todos los campos magnéticos orbitales y espines son paralelos entre sí (figura 15.17(a)).

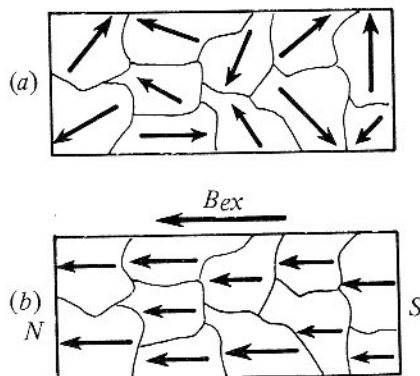


Figura 15.17

Con la acción del B_{ex} los dominios se agrandan y se orientan en la dirección de B_{ex} : la sustancia es ahora un *electroimán* (figura 15.17(b)).

Al retirar el campo magnético externo la mayoría de los dominios quedan en su estado final (especialmente para el acero) y por tanto se obtiene un campo magnético permanente: la sustancia se ha convertido

en *imán*. La región por donde sale el campo magnético se denomina *polo norte* y la región por donde entra el campo magnético es el *polo sur*.

Esta naturaleza de los imanes permite explicar las interacciones de los imanes; se deben a las fuerzas producidas por el campo magnético de un imán sobre las diminutas espiras orbitales y espines de los otros imanes o sustancias ferromagnéticas.

15.11 Campo magnético terrestre

Debido a su rotación interna, los iones de la Tierra producen un campo magnético que se puede representar como producido por una pequeña barra imantada situada en el centro de la Tierra (figura 15.18) con el

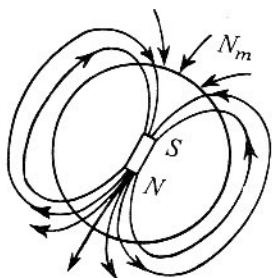


Figura 15.18

polo sur señalando hacia el polo norte magnético (N_m) distinto del polo norte geográfico o, también producido por una espira recorrida por una corriente dentro de la Tierra (figura 15.19).

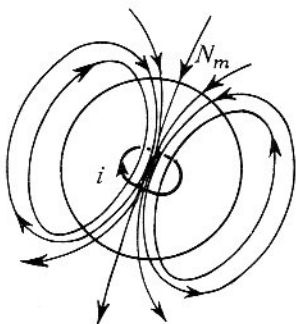


Figura 15.19

Generalmente el campo magnético terrestre B en un punto M no es horizontal y el ángulo que forma

con la horizontal se denomina la *inclinación magnética* \hat{i} (figura 15.20).

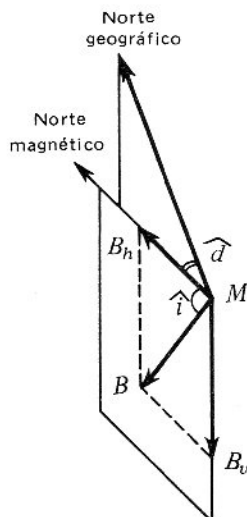


Figura 15.20

El ángulo formado por la componente horizontal B_h y la verdadera dirección geográfica se denomina la *declinación magnética* \hat{d} . Estos ángulos varían irregularmente con el tiempo. Esto nos indica que los movimientos en el interior de la Tierra son muy complejos.

Aplicaciones

15.1A El ciclotrón

El ciclotrón es un acelerador de partículas cargadas.

Consta de un cilindro metálico plano y hueco dividido en dos mitades, D_1 y D_2 , ligeramente separadas dentro de un campo magnético B perpendicular (figura 15.1A).

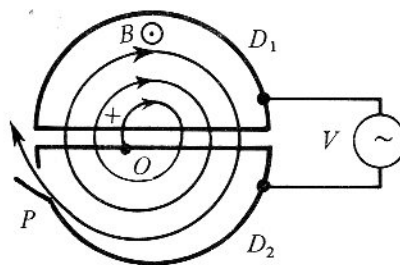


Figura 15.1A

Se aplica una diferencia de potencial V alterna a las dos D de modo que se produzca un campo eléctrico alterno en el espacio comprendido entre las D .

Supóngase un ion positivo q de masa m producido por una fuente de iones situada en O . El campo eléctrico entre las dos D acelera el ion que entra en D_1 en donde no hay campo eléctrico (jaula de Faraday) y describe una trayectoria semicircular debida a la acción del campo magnético B de radio $r = mv/qB$.

Cuando el ion va a salir de D_1 , el campo eléctrico cambia de sentido de tal manera que el ion se acelera de nuevo y entra en D_2 con mayor velocidad describiendo un semicírculo de radio mayor y así sucesivamente. Finalmente el ion describe una espiral y cuando llega al borde externo de las D , una placa P cargada negativamente lo desvía permitiendo así su salida. Estos iones con gran velocidad se utilizan para bombardear los átomos, provocando reacciones nucleares.

Lo importante del ciclotrón es que el período de revolución de un ion es independiente de la velocidad (véase la sección 15.5). Funciona muy bien para los iones pesados como protones o deuterones. Para los electrones, la velocidad se acerca a la de la luz y por tanto la masa de los electrones aumenta debido a los efectos relativísticos, lo que produce un desfase entre el período del campo eléctrico y el período de los iones. Se puede corregir este inconveniente disminuyendo progresivamente la frecuencia del campo eléctrico: el ciclotrón se denomina ahora *sincrociclotrón*.

15.2A Espectrómetro de masa

Es un aparato que permite determinar la masa de los iones.

Sean los iones de carga q y de masa m producidos en F y acelerados por la diferencia de potencial V que existe entre las dos láminas con rendijas S y S' (figura 15.2A). La velocidad de los iones la da la relación

$$qV = \frac{1}{2}mv^2$$

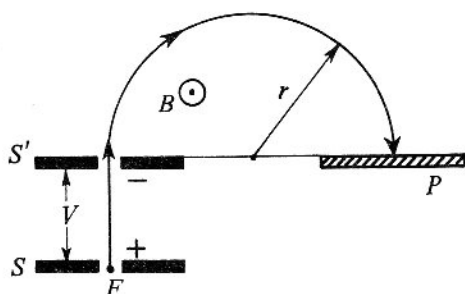


Figura 15.2A

Después de la rendija S' los iones entran en una región en donde existe un campo magnético B uniforme y perpendicular a la velocidad de los iones. Por tanto describen un semicírculo de radio r dado por:

$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

De las dos ecuaciones anteriores se deduce la masa del ion. El radio r se determina por medio de la placa fotográfica P impresionada por los iones.

El espectrómetro de masa se utiliza principalmente para estudios de los diferentes *isótopos* de un cuerpo o sea los átomos de igual carga pero de masas diferentes.

15.3A Medida de e/m

En 1897, el inglés Thomson midió por primera vez la razón de la carga e a la masa m de un electrón, o sea e/m .

Actualmente se admite que el descubrimiento del electrón data desde este experimento histórico.

El experimento consiste en un filamento caliente F dentro de un tubo vacío que emite electrones bajo una diferencia de potencial V (figura 15.3A).

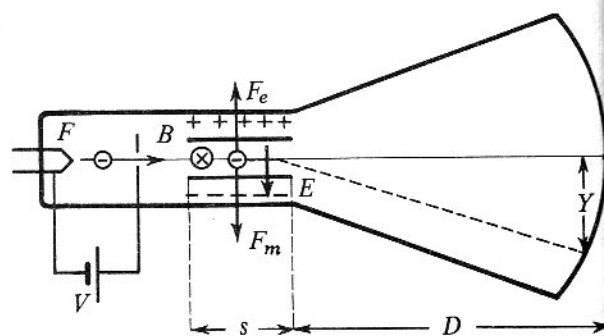


Figura 15.3A

Los electrones entran en una región en la cual se encuentran un campo eléctrico E producido por dos placas planas cargadas y un campo magnético B producido por dos bobinas, perpendiculares entre sí y a la velocidad de los electrones. Estos continúan su trayectoria hasta llegar sobre una pantalla fosforescente.

Ajustando adecuadamente E y B , puede hacerse que la desviación sea nula. En estas condiciones, se determina la velocidad por la relación:

$$F_e = F_m$$

$$eE = evB$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Por medio de la relación $eV = \frac{1}{2}mv^2$ se puede también conocer la velocidad, pero en menor precisión.

Suprimiendo el campo magnético, el electrón es desviado por el campo eléctrico y el desplazamiento lateral es

$$Y = \frac{eEs}{mv^2} \left(D + \frac{s}{2} \right)$$

(Véase el problema 15.27).

Algunas veces se suprime E : el electrón bajo la acción de B uniforme describe un círculo de radio r dado por:

$$Bev = \frac{mv^2}{r}$$

De la medición de r y de Y o r se deduce

$$\frac{e}{m} = 1,76 \times 10^{11} \text{ cul/kg.}$$

Si se introduce el valor de $e = 1,6 \times 10^{-19}$ cul medido por el experimento de Millikan de la gota de aceite, se deduce el valor de la masa del electrón $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

Si en vez de electrones se efectúa el experimento de Thomson con protones, se encuentra que la masa del protón es 1840 veces la del electrón.

15.4A Motor de corriente continua

Un motor de corriente continua es un conjunto de espiras móviles situadas dentro de un campo magnético (figura 15.4A).

El campo magnético creado por el imán permanente N-S es radial y está reforzado por un cilindro de hie-

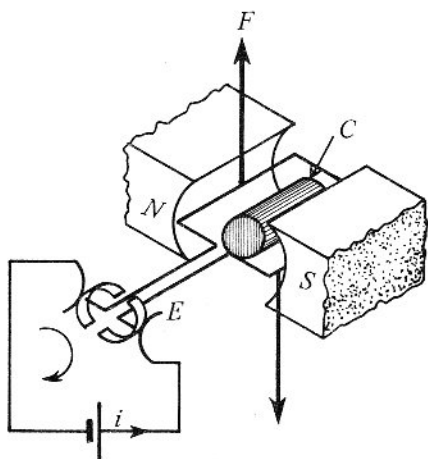


Figura 15.4A

ro C. Ejerce una fuerza tangencial F lo que produce un torque máximo.

La corriente entra en las espiras y sale de ellas mediante escobillas de grafito E que hacen contacto con un anillo partido llamado *colector* o *conmutador* cuya función es mantener las direcciones de las corrientes como se indica en la figura.

15.5A Principio de los aparatos de medidas eléctricas

La corriente que se quiere medir pasa por una serie de espiras o cuadros móviles que pueden pivotar en O y O' dentro de un campo magnético radial producido por un imán permanente N-S y reforzado por un cilindro de hierro C (figura 15.5A).

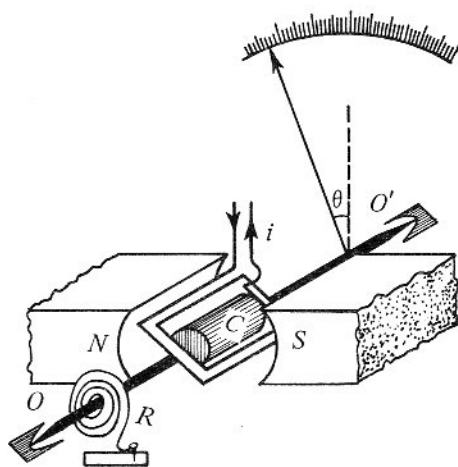


Figura 15.5A

El torque producido

$$\tau = N i A B$$

lo contrarresta el torque de un resorte R , espiral $\tau' = K\theta$, donde K es la constante de torsión del resorte. En el equilibrio se tiene $\tau = \tau'$, o sea

$$N i A B = K\theta$$

Lo que muestra que el ángulo de desviación θ del cuadro es proporcional a la intensidad de la corriente. Una aguja fija sobre los cuadros indica el ángulo θ .

El aparato anteriormente descrito es la base fundamental de los galvanómetros, amperímetros, voltímetros, etc. . .

15.6A Altoparlante

Es un aparato que trasforma variaciones de corriente eléctrica en ondas sonoras.

Consiste en un imán permanente N-S que crea un campo magnético radial B debido a su forma: N es el polo norte y S es el polo sur anular (figura 15.6A).

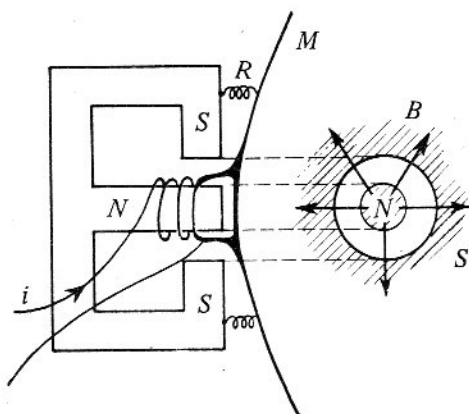


Figura 15.6A

Dentro del campo magnético se sitúa una bobina constituida por un alambre de longitud L . Cuando una corriente i pasa por la bobina se produce una fuerza $F = iLB$ sobre ella, paralela al eje de la bobina. Esta fuerza es proporcional a i y de igual frecuencia.

Fija sobre la bobina una membrana M de papel puede oscilar alrededor de una posición de equilibrio fijada por el resorte R . Esta membrana accionada por F produce ondas sonoras de amplitud proporcional a F y por lo tanto a i .

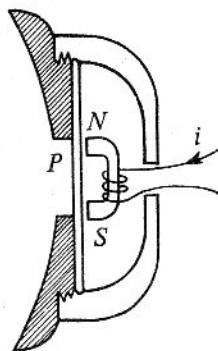


Figura 15.7A

El receptor telefónico es un altoparlante un poco especial. Comprende un electroimán N-S que se imanta con la corriente i que viene de un micrófono (figura 15.7A). Las variaciones de corriente modifican la imantación del electroimán y por tanto la atracción de la placa metálica P que finalmente produce las ondas sonoras.

15.7A Bomba electromagnética

Sea un líquido conductor como una solución de ácido sulfúrico, mercurio o sodio fundido. Es posible moverlo sin emplear ninguna pieza móvil. Este resultado se consigue por medio de la bomba electromagnética.

Un tubo aislante T trasporta el líquido conductor (figura 15.8A). Un potente imán produce un campo B perpendicular a una corriente i de longitud L que pasa a través del líquido.

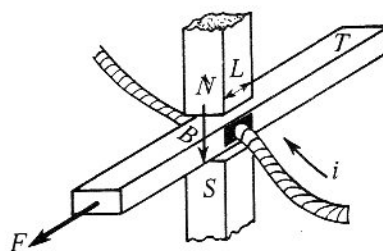


Figura 15.8A

La fuerza $F = BiL$ dirigida en el sentido de la flecha produce el movimiento.

15.8A Cinturones de Van Allen

El campo magnético terrestre ejerce una fuerza sobre las partículas cargadas que nos llegan del espacio: estas partículas se denominan cósmicas por su origen extraterrestre. Cuando llegan sobre la Tierra la mayoría de ellas son desviadas por el campo magnético de la Tierra pero algunas quedan "atrapadas" y forman dos bandas alrededor de la Tierra llamadas cinturones de Van Allen en honor a quien las descubrió en 1958 (figura 15.9A).

Estos cinturones situados a 10.000 y 20.000 km sobre el ecuador magnético protegen la Tierra de la radiación cósmica. En los viajes espaciales los astronautas evitan atravesar estas bandas para no ser sometidos a intensas radiaciones.

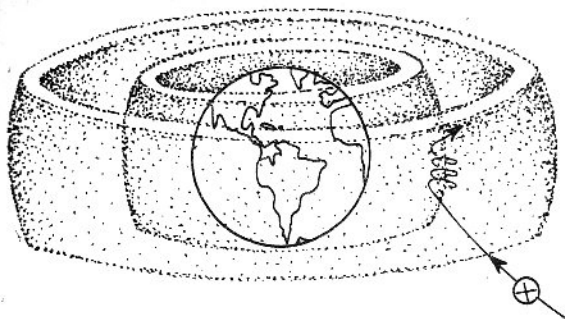


Figura 15.9A

La ausencia de estos cinturones en algunos planetas indica la ausencia de campo magnético en dichos planetas; este es un hecho comprobado para el planeta Venus.

Problemas

La masa del electrón es $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg

La carga del electrón es $e = 1,6 \times 10^{-19}$ cul

15.1 En los esquemas de la figura 15.1P, los vectores \vec{v} , \vec{B} y \vec{F} son perpendiculares entre sí. Dibujar el vector ausente.

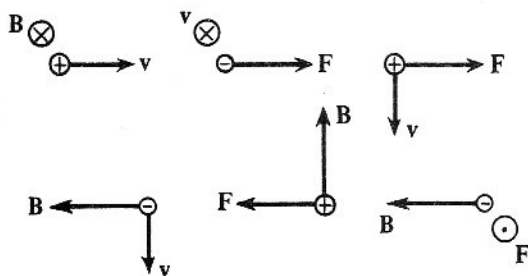


Figura 15.1P

15.2 Un electrón se dirige perpendicularmente a un campo magnético de 10 wb/m^2 . ¿Cuál es la velocidad del electrón si sobre él actúa una fuerza de 16×10^{-12} nt? Resp. 10^7 m/seg.

15.3 Un cuerpo de 2 gramos de masa y de carga 10^{-8} cul tiene una velocidad horizontal de 10^6 m/seg. ¿Cuál debe ser la magnitud y la dirección del campo magnético mínimo, que mantendrá el cuerpo en movimiento horizontal? Resp. 2 wb/m^2 .

15.4 Un electrón con velocidad $1,6 \times 10^7$ m/seg entra en un campo magnético uniforme perpendicular y describe un círculo de radio 9,1 cm. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético? Hacer un esquema.

Resp. 10^{-3} wb/m^2 .

15.5 Un electrón acelerado con un voltaje de 18.200 voltios entra en una región en donde existe un campo magnético de $9,1 \times 10^{-3} \text{ wb/m}^2$ perpendicular. ¿Cuál es el radio de la trayectoria recorrida y, cuál es el tiempo invertido en dicha trayectoria?

Resp. 5 cm; $3,9 \times 10^{-7}$ seg.

15.6 Un protón que parte del reposo, es acelerado a través de un diferencia de potencial de $3,34 \times 10^5$ v, y entra en una región perpendicular a un campo magnético de $0,5 \text{ wb/m}^2$. ¿Cuál será la longitud de la circunferencia que describe el protón?

($m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \times 10^{-19}$).

Resp. 0,167 m.

15.7 Un electrón viaja en línea recta a través de campos magnéticos y eléctricos cruzados y perpendiculares a su velocidad, $B = 0,05 \text{ wb/m}^2$ y $E = 1000$ v/m. Determinar la velocidad de los electrones y el radio del círculo que los electrones harán cuando se suprime E .

Resp. 2×10^4 m/seg; $2,25 \times 10^{-6}$ m.

15.8 En el átomo de hidrógeno, un electrón gira alrededor de un protón en un círculo de 5×10^{-11} m.

(a) ¿Cuál es su velocidad?

(b) Se retira el protón y se añade un campo magnético uniforme B perpendicular al plano de la órbita del electrón. ¿Cuál debe ser la dirección y la magnitud de B para que el electrón describa la misma órbita?

Resp. $2,3 \times 10^6$ m/seg; $2,6 \times 10^5 \text{ wb/m}^2$.

15.9 Demostrar que la velocidad angular de un electrón que describe un círculo dentro de un campo magnético B es $\frac{eB}{m}$.

15.10 La inducción magnética en un ciclotrón que acelera protones de $1,6 \times 10^{-27}$ kg de masa es de $3,14 \text{ wb/m}^2$. ¿Cuál debe ser la frecuencia del voltaje aplicado a las D ? ¿Cuál será la velocidad máxima del protón si la D tiene un radio de 3,14 m?

Resp. 10^8 hz; 10^7 m/seg.

*15.11 Demostrar que si en un campo magnético uniforme penetra un electrón con velocidad inicial formando un ángulo diferente de 90° , la trayectoria es una hélice cuyo eje es paralelo al campo magnético. (Sugerencia: descomponga la velocidad en dos componentes: la una perpendicular y la otra paralela al campo.)

*15.12 Sea una cinta larga de metal de cierto ancho y de espesor d colocada perpendicularmente dentro de

un campo magnético B y por la cual pasa una corriente i . Se produce una diferencia de potencial de Hall V_{ab} . Demostrar que el número de electrones móviles n de carga e por unidad de volumen es:

$$n = \frac{iB}{e d V_{ab}}$$

Este problema demuestra que por medición del efecto Hall, se puede deducir el número de electrones móviles por unidad de volumen, resultado que se obtiene de acuerdo con medidas directas.

15.13 Un conductor de 60 gramos de masa y de 10 cm de longitud pende de dos resortes en un campo magnético uniforme de 2 wb/m^2 como muestra la figura 15.2P.

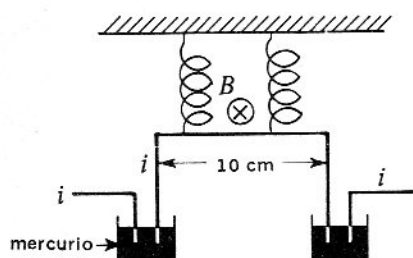


Figura 15.2P

(a) ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la corriente i necesaria para que los resortes estén sin tensión?

(b) Si se invierte la dirección de la corriente, ¿cuál será el alargamiento de los resortes si la constante de cada resorte es 20 nt/m ? Resp. 3 amp; 3 cm.

15.14 Un disco de cobre perpendicular a un campo magnético es móvil alrededor de su eje O y al mismo tiempo su borde inferior hace contacto con un baño de mercurio (figura 15.3P). Cuando una corriente llega por el mercurio y sale por el eje, el disco gira como indica la flecha. ¿Explicar por qué?

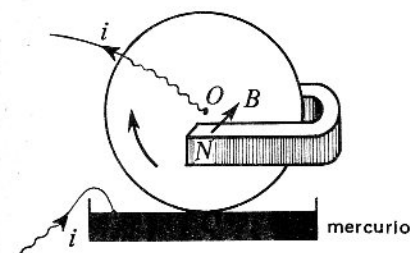


Figura 15.3P

Este experimento, llamado de *la rueda de Barlow*, indica que la fuerza magnética sobre los electrones se transmite a la materia conductora de la rueda. (¿Por qué?)

15.15 Una corriente i recorre un alambre de longitud L dentro de un campo magnético B . Calcular el máximo momento de fuerza sobre la espira cuadrada y circular que se puede hacer con el alambre.

Resp. $\frac{L^2}{16} iB$; $\frac{L^2}{4\pi} iB$.

15.16 ¿Cuál es el máximo momento de fuerza sobre una bobina de $5 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ que tiene 100 espiras, cuando una corriente de 5 amperios la recorre en un campo magnético de 2 wb/m^2 . Resp. $4 \text{ nt} \cdot \text{m}$.

15.17 ¿En cuáles regiones el campo magnético debido a los alambres infinitos de la figura 15.4P es nulo?

Resp. En la bisectriz del primer y tercer cuadrantes.

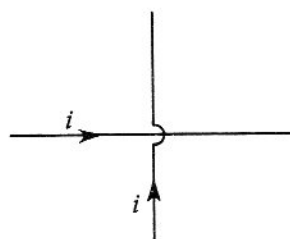


Figura 15.4P

15.18 Calcular la dirección y la magnitud del campo magnético en el centro de la espira O de radio r en los casos siguientes:

(a) El alambre infinito y la espiral circular están en el mismo plano (figura 15.5P).

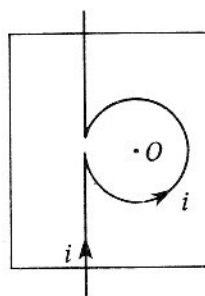


Figura 15.5P

(b) La espira y el alambre infinito están en dos planos perpendiculares (figura 15.6P). Resp.

$$\frac{\mu_0 i}{2r} \left(\frac{1}{\pi} - 1 \right), \frac{\mu_0 i}{2r} \sqrt{\frac{1}{\pi^2} + 1}$$

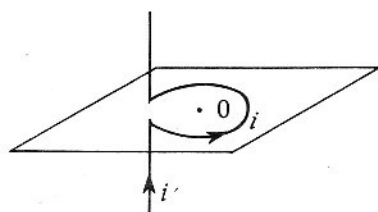


Figura 15.6P

15.19 Dos alambres rectilíneos paralelos, infinitamente largos, recorridos por las corrientes i e i' están separados una distancia r . Demostrar que los alambres son sometidos a una fuerza de atracción o repulsión cuya magnitud por unidad de longitud es:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{ii'}{r}$$

Actualmente esta relación sirve de *definición del amperio*.

15.20 El problema anterior permite explicar las atracciones y repulsiones entre los polos de los imanes. ¿Cómo?

15.21 El conductor móvil AB de la figura 15.7P se encuentra en el plano vertical que pasa por el conductor CD . Sabiendo que una corriente $i = 5$ amperios recorre los conductores y que la masa de AB es 0,1 gramo por metro, ¿cuál es la distancia s en el equilibrio? Resp. 5 mm.

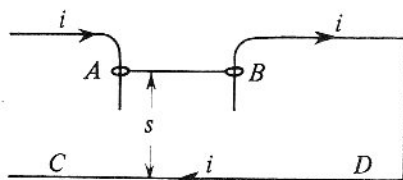


Figura 15.7P

*15.22 Las partículas cargadas por su rotación interna (espín) producen un campo magnético espín.

Explicar cómo es posible que el neutrón, que es neutro eléctricamente produzca un campo magnético espín.

15.23 Cuando partículas cargadas entran en la materia perpendicularmente a un campo magnético sus trayectorias son espirales como muestra la figura 15.8P. Explicar por qué.

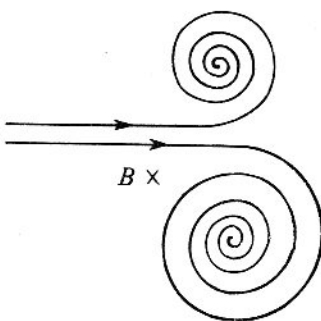


Figura 15.8P

15.24 Para desimantar un imán se puede usar uno de los dos métodos:

(a) Calentar fuertemente el imán (hasta cierta temperatura llamada de Curie).

(b) Introducir el imán dentro de una bobina por la cual pasa una corriente alterna y retirarlo lentamente fuera de la bobina (este proceso lo utilizan los relojeros para desimantar cualquier pieza de un reloj). Explicar por qué.

15.25 Los satélites de comunicaciones deben mantener sus antenas dirigidas hacia la Tierra. El control de la posición del satélite se logra por medio de una bobina enrollada en la superficie exterior del mismo. Calcular qué intensidad debe pasar por la bobina de 50 vueltas enrollada sobre un satélite de 1 m de radio si se necesita un momento de fuerza de $3,14 \times 10^{-3}$ nt·m cuando el campo magnético de la Tierra a la altura del satélite es de 5×10^{-5} wb/m² y forma un ángulo de 53° con la normal a la bobina. Resp. 0,5 amp.

15.26 En la práctica, se determina la dirección de un campo magnético por medio de la brújula. ¿Por qué?

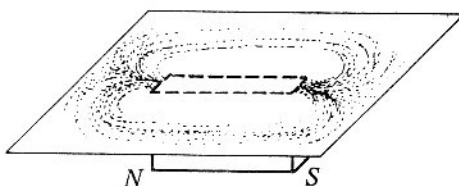


Figura 15.9P

También se pueden visualizar las líneas de inducción magnética con el siguiente experimento: sobre un imán se dispone una lámina de cartulina y sobre ésta se riega limadura de hierro (figura 15.9P). Golpeando suavemente la cartulina se notará que la limadura forma filas regulares que convergen en los polos: tenemos

un *espectro magnético*. Explicar este experimento.

*15.27 En el experimento de la medida de e/m , sección 15.3A, demostrar la relación

$$Y = \frac{eEs}{mv^2} \left(D + \frac{s}{2} \right)$$

Ampère: el electromagnetismo

Desde los griegos el magnetismo era solo el estudio de los imanes. Pero parecía que había una estrecha analogía entre los fenómenos eléctricos y magnéticos. El primero que llamó la atención sobre las notables diferencias entre la electricidad y el magnetismo fue el inglés Gilbert en 1580. Observó que la limadura de hierro esparcida alrededor de un imán producía los espectros magnéticos.

En 1786, Coulomb reunió todo lo que se sabía sobre magnetismo y formuló su hipótesis de las masas magnéticas y dedujo su ley que condensa todo el magnetismo.

Oersted

El danés Oersted cuando hacía un experimento, en 1819, se dio cuenta que una aguja imantada se desviaba debido a la acción de una corriente eléctrica. Veamos el relato de uno de sus discípulos.

“Oersted siempre trató de colocar el alambre conductor de su pila en ángulo recto sobre la aguja magnética, sin notar movimientos perceptibles. Una vez después de su clase nos dijo: tratemos de colocar el alambre paralelo a la aguja. Se quedó perplejo al ver que la aguja se movió casi en ángulo recto con el meridiano magnético. De este modo se hizo el gran descubrimiento”.

Este descubrimiento fue en cierto sentido accidental; mas como dijo Pasteur refiriéndose a él: “en el campo de la experimentación, los accidentes favorecen a los que tienen una mentalidad preparada”.

Este importante descubrimiento unió las ciencias hasta ese entonces separadas: la electricidad y el magnetismo en una sola: el electromagnetismo.

Ampère

Pocos meses después el matemático francés Ampère en una serie de experimentos muy famosos, precisó el valor de las fuerzas entre dos conductores paralelos, dedujo la regla de la mano derecha y la ley matemática de la producción de campo magnético. Definió

con toda claridad el concepto de corriente eléctrica que hasta ahora se confundía con el concepto de voltaje. Inventó el solenoide: “He hecho construir hélices de latón para imitar los efectos de los imanes... y tuve éxito”.

Su famosa teoría del magnetismo apareció en 1820.

Escribió: “La acción mutua de dos imanes es como la ley de la acción mutua entre dos corrientes eléctricas, si se concibieran sobre la superficie y en el interior del imán, en planos perpendiculares al eje del imán; no es posible dudar que realmente existen tales corrientes”.

Esta hipótesis que apareció fantástica en su época, resultó correcta mucho tiempo después cuando se afianzó definitivamente la teoría atómica.

Reunió todos los conocimientos sobre electromagnetismo y su obra es la síntesis de una nueva ciencia creada en muy pocos años, lo que le valió el sobrenombre de Newton de la electricidad.

En esta época debemos citar los franceses Biot, Savart y Laplace que calcularon la fuerza que actúa sobre un conductor sometido a la acción de un campo magnético.

El alemán Weber en 1832, cuando trabajaba con Gauss, elaboró un sistema de unidades aplicable a la electricidad y al magnetismo y propuso una ley única de interacción entre partículas cargadas con el fin de realizar la síntesis de la electrostática y la electrodinámica. Sus ideas se desarrollarán más tarde con mayor precisión.

Realizaciones técnicas

Las realizaciones técnicas seguían inmediatamente a la teoría y con frecuencia varios autores son los responsables. Citamos en particular, el *telégrafo* en 1835, por el americano Morse, el *carrete de inducción* en 1841 (ancestro de los transformadores) por el alemán Ruhmkorff, el *motor* y la *dinamo* en 1871 por el obrero belga Gramme y el *teléfono* en 1876 por el americano Graham Bell.

DIECISEIS

Inducción magnética

En los capítulos anteriores se consideraron los campos eléctricos y magnéticos independientes del tiempo o sea estáticos. Ahora estudiaremos los campos variables con el tiempo y podemos esperar que surjan nuevas relaciones.

Veremos que una variación de campo magnético produce una fuerza electromotriz y este fenómeno llamado *inducción magnética* y descubierto por Faraday, es la base de la generación de corriente a escala industrial.

En términos más generales, una variación de campo magnético produce un campo eléctrico como también una variación de campo eléctrico produce un campo magnético. Estos hechos desarrollados matemáticamente por Maxwell permitieron comprender lo que llamamos las *ondas electromagnéticas*.

16.1 Fuerza electromotriz inducida

Considérese una barra metálica de longitud L que se desliza con velocidad v dentro de un campo magnético B perpendicular y uniforme (figura 16.1).

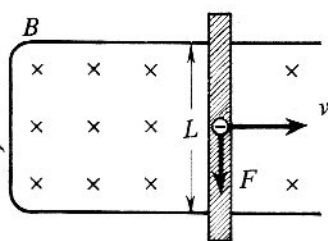


Figura 16.1

Las cargas móviles q dentro de la barra experimentan una fuerza magnética $F = qvB$ perpendicular a B y v , y por tanto en la dirección de la barra. Mientras se mantenga el movimiento de la barra habrá un desplazamiento continuo de cargas en el sentido que se indica en la figura. Estas cargas forman por tanto una corriente. La barra se comporta como un generador

de corriente; se dice que se ha inducido dentro de la barra una fuerza *electromotriz inducida* que vamos a calcular.

Cuando la carga q recorre la distancia L , el trabajo de la fuerza magnética es

$$W = FL = qvBL$$

En la sección 13.1, se definió fem como la energía no eléctrica transformada en energía eléctrica por unidad de carga. Aquí, el trabajo W que proviene de la energía mecánica suministrada por un agente externo para mantener el movimiento se transforma en energía eléctrica; por tanto la fem inducida es

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} = vBL$$

Esta fem se da en voltios si B está en wb/m², L en metros y v en m/seg.

Si v forma un ángulo θ con B se reemplaza entonces v por su componente perpendicular a B o sea $v_{\perp} = v \sin \theta$ y se tendrá

$$\mathcal{E} = BLv_{\perp} = BLv \sin \theta$$

16.2 Ley de Faraday

El resultado anterior se puede generalizar por medio de un nuevo concepto, el de *flujo magnético* $\Delta\phi$ de un campo magnético B a través de una área ΔA que definimos como

$$\Delta\phi = B\Delta A \cos \theta = B_{\perp}\Delta A = B\Delta A_{\perp}$$

donde $B_{\perp} = B \cos \theta$ es la componente de B sobre la normal a ΔA y $\Delta A_{\perp} = \Delta A \cos \theta$ es la proyección de ΔA sobre un plano perpendicular a B (figura 16.2). Las unidades de B son el weber (wb).

La fem inducida anterior

$$\mathcal{E} = BLv$$

se puede escribir, ya que $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, como

$$\mathcal{E} = BL \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot dA}{dt} = \frac{d\phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

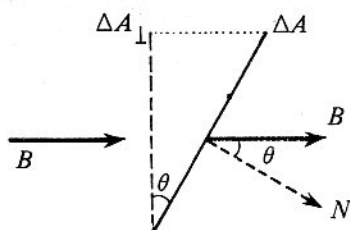


Figura 16.2

donde $L \Delta x = \Delta A$ es el área barrida durante el tiempo Δt (figura 16.3).

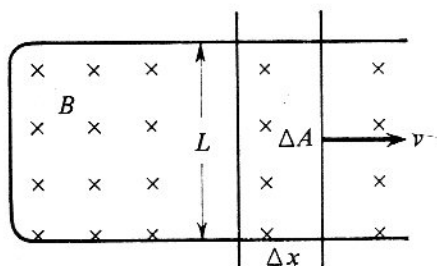


Figura 16.3

Finalmente con el concepto de flujo, se tiene

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

Esta ley debida a Faraday nos dice:

La fem inducida en un circuito es igual a la variación de flujo magnético sobre la variación de tiempo correspondiente.

La variación de flujo magnético puede ser el movimiento de un conductor dentro de un campo magnético o también una variación de campo magnético en un circuito fijo.

¿Cuál es el sentido de la fem inducida? La próxima sección resolverá esta pregunta.

Ejemplos

1. Si un conductor de 20 cm se desplaza a 5 m/seg dentro de un campo magnético de 3 wb/m², ¿cuál será la fem máxima inducida y la corriente inducida si el circuito tiene en este momento una resistencia de 1,5 ohmios?

La fem máxima es cuando B y v son perpendiculares, o sea

$$\mathcal{E} = BLv = 3 \times 0,2 \times 5 = 3 \text{ voltios}$$

La intensidad de la corriente inducida es:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{3}{1,5} = 2 \text{ amperios.}$$

2. Un campo magnético de 4 wb/m² perpendicular a una espira de área 5 cm² se reduce a cero en 0,01 segundos. ¿Cuál es la fem y la corriente inducida si la resistencia de la espira es 0,1 ohmio?

El flujo inicial es $\phi_i = 4 \times 5 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3}$, y el flujo final es $\phi_f = 0$.

La fem inducida es

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{2 \times 10^{-3}}{0,01} = 0,2 \text{ voltios}$$

La intensidad de la corriente inducida es

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,2}{0,1} = 2 \text{ amperios.}$$

16.3 Ley de Lenz

Numerosos hechos de observación permiten enunciar la siguiente ley debida a Lenz:

El sentido de la corriente inducida será tal que el flujo magnético generado por él, tiende a oponerse a la variación de flujo que lo hizo nacer.

Es importante notar que el flujo inducido se opone al cambio y no al flujo original.

El signo de la corriente inducida nos da también el signo de la fem inducida si el circuito está cerrado. Si el circuito está abierto, se le cierra mentalmente y se aplica la ley de Lenz.

Esta ley es una consecuencia de la conservación de la energía. En efecto, si el flujo inducido tuviera un sentido que aumentara la variación de flujo original, éste producirá una corriente inducida más grande y así de manera ilimitada.

Ahora, se puede escribir la ley de Faraday en el caso más general. Le añadiremos el signo menos para sugerir esta oposición de la fem inducida al flujo original; y si se tienen n espiras y cada espira tiene una variación de flujo $\Delta \phi$, tenemos:

$$\mathcal{E} = -n \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

En los problemas numéricos, no se debe tener en cuenta el signo negativo puesto que éste aparece en el sentido de la corriente inducida dibujada en el esquema.

Ejemplos

1. Se acerca el polo norte de un imán a una espira. El flujo magnético aumenta. Asumamos que la corriente

inducida tiene la dirección indicada en la figura 16.4. Esta corriente produce en el centro de la espira un campo magnético cuya dirección la da la regla de la mano derecha. Como este campo se opone al aumento de flujo, el sentido de la corriente es correcto.

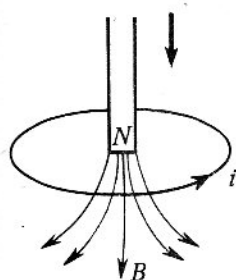


Figura 16.4

2. Se aleja el polo norte de un imán de la espira. El flujo magnético disminuye. La corriente inducida tendrá el sentido de la figura 16.5: producirá un campo magnético inducido en la dirección del campo magnético del imán que se opone a la disminución de flujo. (En estos problemas hay dos campos que no deben confundirse: el campo del imán y el campo inducido.)

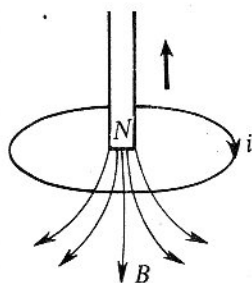


Figura 16.5

3. Sean dos espiras concéntricas como lo muestra la figura 16.6.

Cuando se pone en contacto el interruptor, nace un flujo magnético dentro de las dos espiras (de cero hasta un valor constante) lo que produce una corriente inducida i , momentánea en la espira interna, cuyo sentido es el indicado por la figura 16.6.

Si esta espira tiene una corriente de otro origen, la corriente inducida se suma algebraicamente a esta corriente.

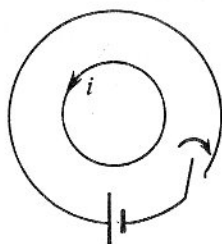


Figura 16.6

16.4 Corriente alterna

Considérese una espira cuadrada que gira en O dentro de un campo magnético uniforme con velocidad angular constante ω , o sea que el ángulo de giro es $\theta = \omega t$ (figura 16.7).

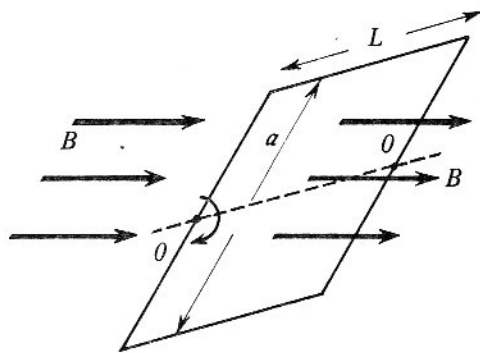


Figura 16.7

En la sección 16.1 se vio que dentro de una barra metálica de longitud L con velocidad v formando un ángulo θ con un campo magnético B se produce una fem inducida.

$$\mathcal{E} = BLv \sin \theta$$

Aquí, la barra L superior gira con respecto a O y tiene una velocidad tangencial $v = \omega \frac{a}{2}$ (figura 16.8) y por tanto se produce una fem inducida

$$\mathcal{E}_1 = BL \omega \frac{a}{2} \sin \omega t$$

La fem producida sobre la barra L inferior, es también

$$\mathcal{E}_2 = BL \omega \frac{a}{2} \sin \omega t$$

y como los dos lados están en serie, la fem total inducida es:

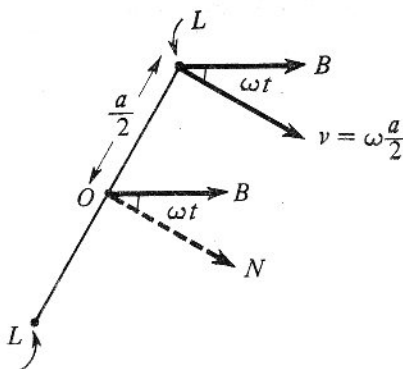


Figura 16.8

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = BA\omega \sin \omega t$$

donde $A = La$ es el área de la espira.

(Los lados de longitud a no producen fem, ¿por qué?)

La fem máxima es

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = BA\omega$$

Finalmente la fem inducida puede escribirse

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{máx}} \sin \omega t$$

Un cuadro móvil que gira con velocidad angular constante constituye por tanto un *generador de fem alterna sinusoidal*. Si abrimos la espira (de resistencia despreciable) y conectamos una resistencia R , (figura 16.9), la corriente que pasará por la resistencia es

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{R} \sin \omega t$$

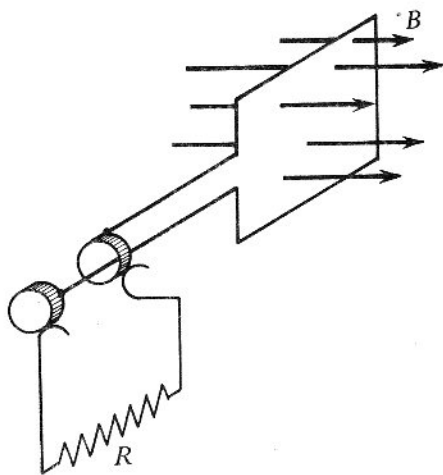


Figura 16.9

y tendremos una *corriente alterna* en fase con la fem inducida. Cuando se conectan condensadores, bobinas y resistencias, la corriente generalmente no está en fase con la fem y su valor depende de la frecuencia de la fem.

Nota: Con el concepto de derivada, el cálculo de la fem inducida en una espira plana es inmediato. En efecto, el flujo que atraviesa la espira es:

$$\phi = BA_{\perp} = BA \cos \omega t$$

y como la fem inducida es la derivada, se tiene

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = BA\omega \sin \omega t.$$

16.5 Ondas electromagnéticas

(a) Variación del campo magnético

La ley de Faraday dice que la variación de un campo magnético induce una corriente eléctrica. Pero una corriente eléctrica es un flujo de cargas eléctricas producido solamente por un campo eléctrico. Por tanto, la ley de Faraday se puede expresar como: *Una variación del campo magnético produce un campo eléctrico*. Este campo eléctrico se produce aunque no haya conductor ni materia, puede ser en el vacío; se produce en la región en donde ocurre la variación del campo magnético.

(b) Variación del campo eléctrico

La simetría de la naturaleza es notable en muchos fenómenos; Maxwell lanzó la idea de que también la ley inversa podría existir, o sea: *Una variación del campo eléctrico produce un campo magnético*.

Esta segunda ley de inducción no es una sorpresa para nosotros y puede mostrarse de la siguiente manera. Se sabe que una carga produce un campo eléctrico a su alrededor, por ejemplo en un punto P. Si la carga está en movimiento, el campo eléctrico en P es variable y además la carga produce un campo magnético en P.

Se puede interpretar este hecho, diciendo que cargas en movimiento o corrientes o variaciones del campo eléctrico producen un campo magnético.

(c) Teoría de Maxwell

El gran triunfo de Maxwell es haber puesto estas leyes en ecuaciones y unificar completamente la electricidad y el magnetismo.

Una de las consecuencias fundamentales de la teoría es deducir que *si las cargas son aceleradas se producen campos eléctricos y magnéticos variables que se propagan en el espacio a la velocidad de la luz*. Este campo electromagnético variable, conjunto de los dos campos

se denomina por analogía con las ondas luminosas, *ondas electromagnéticas*.

16.6 Producción de ondas electromagnéticas

Considérese un alambre rectilíneo XX' en cuyo centro O se encuentra una fuente de voltaje alterna (figura 16.10). Esta fuente produce un campo eléctrico alterno que acelera los electrones libres del alambre; es una corriente alterna.

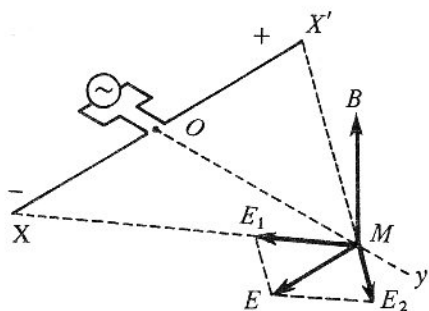


Figura 16.10

Esta corriente produce en un punto M un campo magnético variable B perpendicular al plano formado por el conductor y M (regla de la mano derecha).

De otra parte si se consideran los electrones libres en un extremo del conductor X por ejemplo, el otro extremo E por falta de electrones libres, es positivo. La carga negativa en X y la carga positiva en X' produce los campos eléctricos E_1 y E_2 que dan como resultado el campo E paralelo al conductor. Un momento más tarde las cargas en X y X' se invierten y el campo E también. Finalmente se tendrá un campo eléctrico E variable.

Desde otro punto de vista, si se tiene en un punto un campo magnético variable obligatoriamente se tendrá un campo eléctrico variable; e inversamente, si se tiene un campo eléctrico variable obligatoriamente se tendrá un campo magnético variable según la sección anterior. Esto muestra que estos procesos no son separados. Los campos E y B variables van siempre juntos y forman lo que llamamos una *onda electromagnética*.

16.7 Estructura de las ondas electromagnéticas

A una gran distancia de la fuente, que suponemos sinusoidal, se pueden considerar estas ondas electromagnéticas como planas. En cada punto del espacio existe

un campo magnético y un campo eléctrico perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación y : esta onda es por tanto *transversal*. Además los dos campos están en fase o sea que B y E son máximos o mínimos al mismo tiempo y son polarizados porque E está siempre en la dirección x y B en la dirección z (figura 16.11).

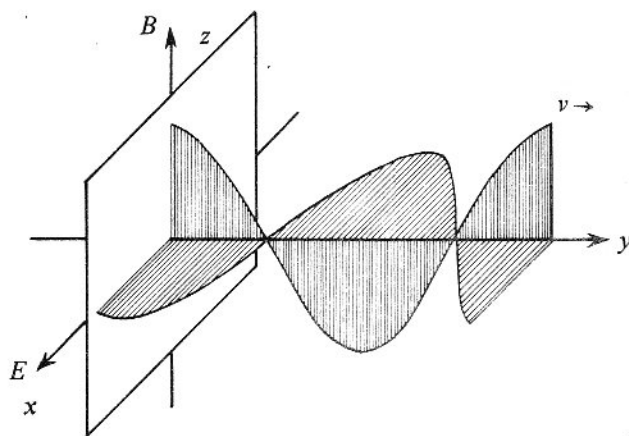


Figura 16.11

16.8 Propiedades de las ondas electromagnéticas

Un estudio experimental permite mostrar que las ondas electromagnéticas son idénticas a las ondas luminosas:

1. Se propagan en el vacío con la velocidad de la luz y dentro de un medio, su velocidad es igual a la de la luz en ese medio.
2. Se reflejan y refractan con las mismas leyes de la luz. La reflexión de las ondas electromagnéticas se utiliza en el *radar* para dirigir y recibir haces de ondas por medio de espejos parabólicos.
3. Interfieren y se difractan exactamente como la luz.
4. Pueden producir ondas estacionarias. Si a cierta distancia de la fuente se pone una pantalla metálica, las ondas incidentes y reflejadas se suman y producen nodos y vientres de E y de B .

Hertz en 1888 comprobó experimentalmente todas estas propiedades con gran exactitud. Los campos eléctricos y magnéticos se pueden evidenciar por sus efectos.

Para el campo magnético B , se puede disponer de una espira que comprende una pequeña bombilla que se iluminará cuando el plano de la espira sea normal a B (figura 16.12).

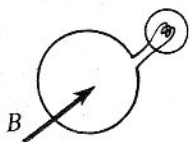


Figura 16.12

Para el campo eléctrico, se utiliza un alambre rectilíneo con una pequeña bombilla en su centro que se iluminará cuando el alambre sea paralelo a E (figura 16.13).

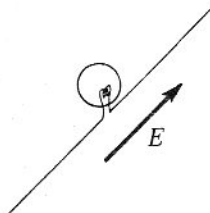


Figura 16.13

16.9 Espectro electromagnético

Las ondas electromagnéticas cubren una amplia gama de longitudes de onda o de frecuencias, y reciben distintos nombres. Se clasifican en:

- (a) **Ondas radiofrecuencia** (Su longitud de onda abarca desde algunos kilómetros hasta 0,1 m.) Producidos por circuitos electrónicos, se usan en radio y televisión.
- (b) **Microondas** (λ desde 0,1 m hasta 10^{-3} m.) Producidos por circuitos electrónicos se usan en el radar y algunos sistemas de comunicación.
- (c) **Rayos infrarrojos** (λ desde 10^{-3} m hasta 8×10^{-7} m, o sea 8000 Å.) Producidos por cuerpos calientes y por vibraciones moleculares, se utilizan en ciertas lámparas, fotografías, análisis químico.
- (d) **Rayos visibles** (λ desde 8000 Å hasta 4000 Å.) Producidos por los electrones que bajan de órbitas en las capas más externas del átomo, se usan para la visión de los objetos y fotografía.
- (e) **Rayos ultravioletas** (λ desde 4000 Å hasta 10 Å.) Producidos por el mismo fenómeno que la luz visible, se utilizan en análisis químicos, fluorescencia y como germicidas.
- (f) **Rayos X** (λ desde 10 Å hasta 5×10^{-2} Å.) Producidos por los electrones que bajan de órbitas en las ca-

pas más internas de los átomos, se usan en exámenes médicos y de inspección de materiales y terapia de radiación.

(g) **Rayos gamma** (λ desde 1 Å hasta 10^{-4} Å.) Producidos dentro de los núcleos de los átomos, se utilizan para el estudio de la estructura nuclear, la inspección de materiales y terapia de radiación.

Aplicaciones

16.1A Betatrón

Es un acelerador de partículas, especialmente los electrones, que utiliza la inducción magnética.

Consiste en un tubo de forma toroidal puesto dentro de un campo magnético producido por un electroimán (figura 16.1A).

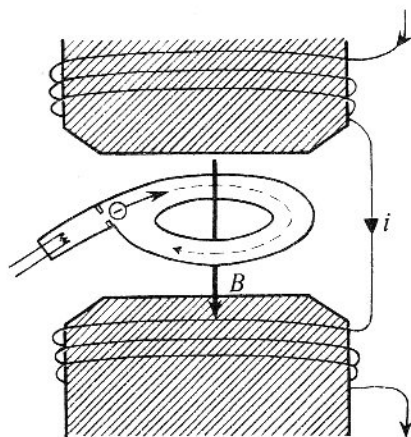


Figura 16.1A

Este campo magnético hace girar los electrones que inicialmente fueron acelerados por una diferencia de potencial y lanzados tangencialmente.

Si el campo magnético varía este campo magnético produce una variación de flujo magnético dentro de la espira formado por los electrones, lo que produce una fuerza electromotriz de inducción que puede acelerar los electrones (o frenarlos) (véase el ejemplo 3 de la sección 16.3).

16.2A Transformadores

Es un aparato que permite variar la fuerza electromotriz de una corriente alterna. Consiste en una armadu-

ra de hierro que lleva dos bobinas: la bobina primaria de n_1 vueltas y la bobina secundaria de n_2 vueltas (figura 16.2A).

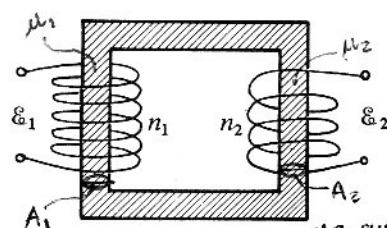


Figura 16.2A

ya que la pieza cuadrada es del mismo material en toda su extensión
 $\Rightarrow \mu_1 = \mu_2$

y si es de un solo grosor uniforme $\Rightarrow A_1 = A_2$

Conectamos el primario a una fuerza electromotriz ϵ_1 que produce una fem inducida igual a: (cuando la resistencia de la bobina es despreciable)

$$\epsilon_1 = n_1 \frac{d\phi_{1-1}}{dt}$$

Cuando no hay pérdida de flujo magnético la fem inducida por vuelta es la misma en ambas bobinas y la fem inducida en el secundario ϵ_2 es: (si su resistencia es despreciable)

$$\epsilon_2 = n_2 \frac{d\phi_{1-2}}{dt} \quad \text{con } \left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 \\ \mu_1 = \mu_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \phi_{1-1} = \phi_{1-2}$$

Dividiendo miembro a miembro se tiene

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

La facilidad de cambiar la fem de un circuito condujo a la adopción casi universal de la corriente alterna como fuente de poder.

Los transformadores se usan para elevar el voltaje de las líneas eléctricas a la salida de la central eléctrica y bajar el voltaje en el momento de su utilización. También se utilizan en la radio, la televisión, lámpa-

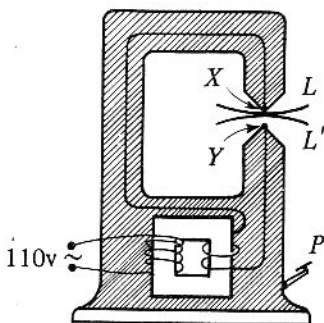


Figura 16.3A

ras fluorescentes y para la alimentación de los tubos de rayos X. Citamos algunos usos especiales.

Los soldadores por puntos son transformadores cuyo primario tiene algunos centenares de espiras y el secundario tiene de una a cuatro espiras (figura 16.3A). Para cerrar el secundario a través de las dos laminas de hierro L y L' que se van a soldar, el empleado acciona el pedal P lo que acerca los dos extremos X y Y . Una corriente de varios miles de amperios funde el hierro de las dos laminas.

El horno de inducción es un transformador cuyo secundario de una espira está formado por el metal que se desea fundir y que contiene un recipiente anular que rodea el núcleo del transformador (figura 16.4A). La corriente muy intensa funde el metal por el efecto Joule. Estos hornos se utilizan para la fabricación de aceros especiales.

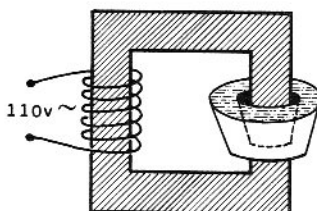


Figura 16.4A

16.3A Carrete de Ruhmkorff

Es un aparato que permite obtener altos voltajes por medio de una pila, lo que lo hace muy útil en los laboratorios. Alrededor de un núcleo de hierro N se enrolla un alambre grueso que forma el primario y que lo recorrerá la corriente continua de una pila P , por ejemplo de 6 voltios (figura 16.5A). El núcleo se imanta y atrae una lámina vibrante de hierro L que interrumpe la corriente en X , punto de contacto con un tornillo de ajuste. El núcleo desimantado li-

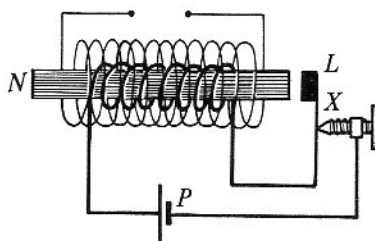


Figura 16.5A

bera la lámina que establece de nuevo el contacto, y el ciclo se repite. Las variaciones muy rápidas de flujo, debido a la corriente del primario frecuentemente interrumpido, produce en un enrollamiento secundario, formado de un gran número de espiras de hilo muy fino, una fem inducida, por ejemplo de 10.000 voltios, a los bornes del secundario.

16.4A Encendido de los autos

A las bujías de un auto, hay que proporcionarles un voltaje alto, aproximadamente de 10.000 voltios. Para esto se utiliza una bobina de inducción. La batería *B* del auto da la corriente del primario periódicamente interrumpido por una especie de cruz *C* que gira al ritmo del motor (figura 16.6A).

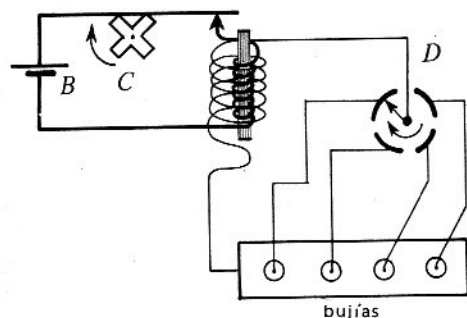


Figura 16.6A

En el secundario, un distribuidor *D* giratorio (platinos) conduce el alto voltaje sucesivamente a las bujías en donde se producen las chispas que provocan la explosión de la mezcla gasolina-aire.

16.5A Amperímetro de pinza

Esta pinza permite conocer la intensidad de una corriente alterna que pasa por un alambre sin necesidad de abrir el circuito eléctrico para intercalar el amperímetro.

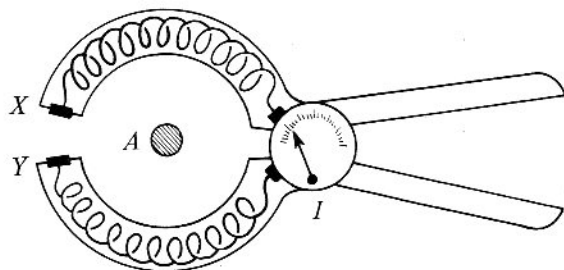


Figura 16.7A

Se pone el alambre *A* dentro de la pinza; luego se cierra ésta lo que pone en contacto los extremos *X* y *Y* de un circuito eléctrico interno (figura 16.7A).

Se produce entonces una corriente inducida que se mide con el amperímetro *I*, y que es proporcional a la intensidad que se quiere medir.

16.6A Micrófono

Existen diferentes tipos: los unos utilizan el efecto piezoeléctrico, los *micrófonos cristales*, y los otros, el fenómeno de la inducción magnética, los *electrodinámicos*.

Estos son semejantes al altoparlante que se vio en la sección 15.6A, pero debido a asuntos estéticos, (puesto que todo el auditorio debe ver al cantante) el micrófono debe ser obligatoriamente pequeño.

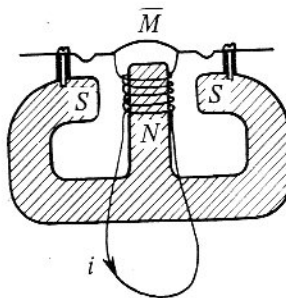


Figura 16.8A

Se usa una membrana metálica *M* a la cual se fija una bobina dentro de un campo magnético anular (figura 16.8A). Las vibraciones sonoras hacen oscilar la membrana y la bobina y ésta produce una corriente inducida *i*, que amplificada, puede dirigirse a un altoparlante.

16.7A Grabadora

Por medio de las poleas *P* y *P'* se hala una cinta de plástico que contiene polvo de acero delante de tres pequeños electroimanes cuyas funciones son (figura 16.9A):

1. En 1 *borrar*; o sea eliminar todo magnetismo de los granos de acero por la acción de la corriente i_1 .
2. En 2 *grabar*; el campo magnético del electroimán producido por la corriente i_2 que proviene de un micrófono, imanta permanentemente los granos de acero y proporcionalmente a i_2 .

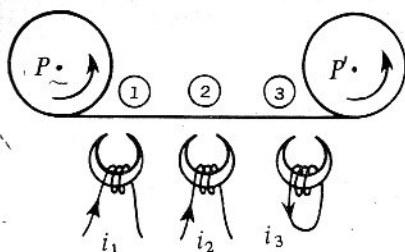


Figura 16.9A

3. En 3 leer; los granos de acero magnetizados modifican el campo magnético del electroimán y producen en la bobina una corriente inducida i_3 proporcional a su magnetización. Esta corriente amplificada se envía a un altoparlante.

16.8A Corriente de Foucault o de Eddy

Una fem se induce en cualquier conductor que se mueve dentro de un campo magnético. Frecuentemente el recorrido de la corriente inducida no es muy definido. Por ejemplo, considérese un péndulo formado por un disco ~~no magnético~~ (Aluminio, Cobre) en el extremo de una barra que oscila a través de un campo magnético (figura 16.10A).

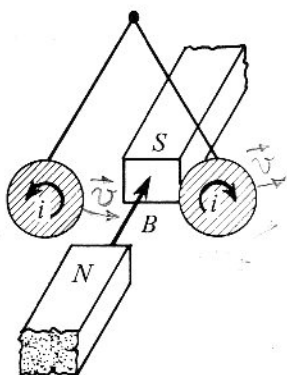


Figura 16.10A

Cuando el disco entra en el campo, la inducción magnética mueve los electrones libres del disco que va a girar: estas son las *corrientes de Foucault o de Eddy*.

Por la ley de Lenz, estas corrientes se oponen por su efecto al movimiento que los hizo nacer. Cuando el disco sale del campo las corrientes se invierten de sentido. El resultado de las corrientes es oponerse al movimiento y por tanto frenarlo. Este *freno electromagnético* se utiliza mucho en todos los aparatos de

medida de precisión (para amortiguarlos), en los camiones pesados y en los trenes (figura 16.11A) (en este caso, se inducen las corrientes de Foucault en los rieles).

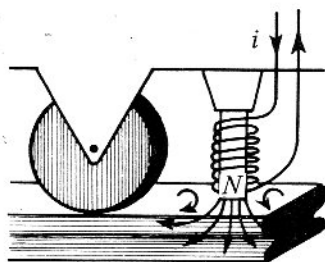


Figura 16.11A

En los motores y transformadores las corrientes de Foucault, en los núcleos, producen un calor intenso debido al efecto Joule. Para reducirlo se debe construir el núcleo de los aparatos con láminas y separarlas entre sí por medio de un aislante.

Problemas

16.1 En los diferentes esquemas de la figura 16.1P, encontrar el sentido de la corriente inducida.

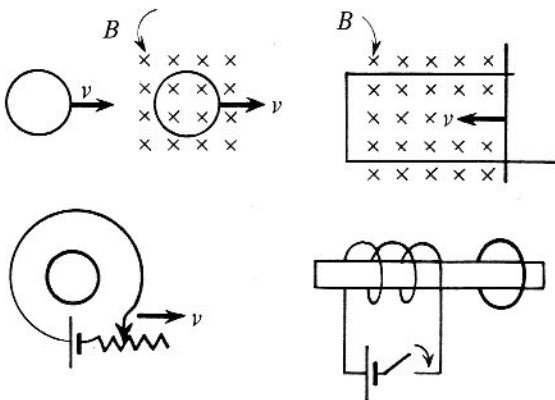


Figura 16.1P

16.2 Considérese una barra metálica de longitud L que se desliza con velocidad constante v dentro de un campo magnético B perpendicular y uniforme (figura 16.2P).

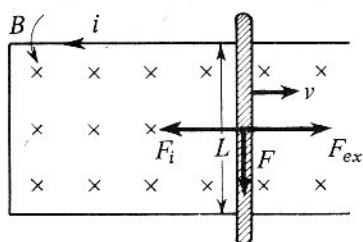


Figura 16.2P

Nótese que existen tres tipos de fuerzas: F la fuerza magnética sobre los electrones, F_i la fuerza que ejerce el campo magnético en la barra que recorre la corriente inducida y F_{ex} la fuerza que ejerce un agente externo.

Mostrar que la potencia de F_{ex} es igual a la potencia de F que a su vez es igual a la potencia calorífica (por el efecto Joule) desarrollada en el circuito de resistencia R . Resp. $P = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$.

Este problema nos muestra la transformación de energía mecánica (trabajo del agente externo) en energía eléctrica (trabajo de la fuerza F sobre los electrones) y finalmente en energía calorífica (efecto Joule).

16.3 Un avión metálico vuela paralelamente al suelo con una velocidad de 100 m/seg. Si la componente vertical del campo magnético terrestre es 0,8 gauss, ¿cuál es la diferencia de potencial máxima entre las puntas de las alas que están separadas 25 m?
Resp. 0,2 v.

16.4 En el polo norte magnético en donde el campo magnético es 0,5 gauss, dos trenes sobre la misma vía se alejan el uno del otro. El primero a una velocidad de 72 km/h y el otro a 144 km/h. ¿Cuál será la corriente en los rieles cuando están separados 15 km? (Los rieles de sección transversal 10 cm^2 están separados 1,5 m; resistividad de los rieles 10^{-7} ohmio-m.)
Resp. $1,5 \times 10^{-3} \text{ amp.}$

16.5 En cierto lugar el campo magnético terrestre es 0,5 gauss y el ángulo de inclinación es 53° .

(a) Si un tren viaja a 72 km/h sobre rieles horizontales separados 1 m, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los rieles?

(b) Si un ascensor baja a 72 km/h sobre dos rieles verticales separados 1 m, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los rieles? Resp. $8 \times 10^{-4} \text{ v}$; $6 \times 10^{-4} \text{ v}$.

***16.6** Un cuadro metálico rectangular $ABCD$ se coloca perpendicularmente a un campo magnético de 2 wb/m^2 (figura 16.3P).

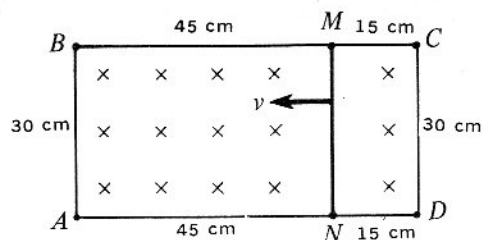


Figura 16.3P

La barra metálica MN se mueve hacia AB a una velocidad 7 m/seg.

(a) Calcular la fem inducida en MN .

(b) Indicar el sentido de las corrientes en las dos mallas $ABMN$ y $MCDN$.

(c) Calcular las intensidades de las corrientes en AB , MN , CD cuando MN está en la posición que se indica en la figura y la resistencia es 0,01 ohmio por cm para el cuadro y la barra. Resp. 4,2 v; en $ABMN$, el sentido es el del movimiento de las agujas del reloj; en $MCDN$ el sentido es contrario; 2 amp, 6 amp, 4 amp.

16.7 Una barra de longitud L y de masa m se desliza sin rozamiento sobre dos rieles inclinados un ángulo θ y unidos en su parte inferior por una resistencia R (figura 16.4P). El plano de los rieles es perpendicular a un campo magnético uniforme B . Mostrar que la barra alcanza una velocidad constante de valor

$$v = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 L^2}$$

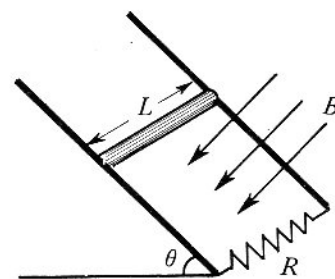


Figura 16.4P

(la barra y los rieles no tienen resistencia).

16.8 El fluxómetro electromagnético permite medir la velocidad de fluidos conductores como por ejemplo, la sangre en las arterias o venas sin necesidad de cortarlas.

Se coloca la arteria dentro de un campo magnético $B = 0,02 \text{ wb/m}^2$ como muestra la figura 16.5P, lo

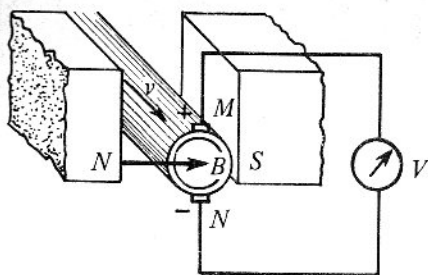


Figura 16.5P

que produce una acumulación de cargas en M y N sobre los bordes de la arteria de 5 mm de diámetro.

Un voltímetro V conectado entre estos dos puntos, lee una ddp de 2×10^{-4} v.

(a) ¿Cuál es la velocidad de la sangre?

(b) ¿El signo de la fem inducida, depende del signo de los iones de la sangre? Resp. 2 m/seg; no.

16.9 Se quiere medir el campo magnético terrestre. Para esto se utiliza una bobina cuadrada de 5000 vueltas de 10×10 cm, de resistencia 5 ohmios, haciéndola girar 180° en un tiempo de 0,01 segundos. Se repite varias veces el experimento hasta que la corriente sea máxima y de 0,1 amperio. ¿Cuál es el campo magnético terrestre? Resp. 0,5 gauss.

16.10 Se considera un cuadro metálico de arista a perpendicular al campo magnético B . En un segundo, el cuadro se transforma en un círculo siempre perpendicular a B . ¿Cuál es la fem inducida?

Resp. $Ba^2 \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right)$.

16.11 Se considera un cuadro metálico de lado a perpendicular al campo magnético B . Si en un segundo, el cuadro gira 90° ó 180° ó 360° , ¿cuál será su fem inducida? Resp. Ba^2 ; $2Ba^2$; $4Ba^2$.

16.12 Una bobina plana de resistencia 2 ohmios tiene 500 vueltas cada una de $5 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ y gira a $1800/3,14$ revoluciones por minuto dentro de un campo magnético de $0,04 \text{ wb/m}^2$. Calcular la fem máxima inducida y la máxima corriente a través de una resistencia de 10 ohmios conectada a la bobina. Resp. 12 v; 1 amp.

16.13 Un campo magnético, variable con el tiempo, de ecuación $B = 50t$ (B en wb/m^2 y t en segundos) atraviesa perpendicularmente una espira de área 100 cm^2 . ¿Cuál es la fem inducida? Resp. 0,5 v.

***16.14** Una pequeña bobina de n vueltas, de resistencia R y de área A cuyo plano es perpendicular a un

campo magnético B se retira rápidamente de su posición a otra en la cual se sabe que el campo es nulo.

Demostrar que la cantidad de electricidad inducida es

$$q = \frac{nBA}{R}$$

Como la cantidad de electricidad puede medirse con un *galvanómetro balístico*, este método permite medir un campo magnético y se llama de la *bobina exploradora*.

16.15 Para localizar una emisora clandestina, la policía recorre las calles de la ciudad en dos autos; cada uno de ellos lleva en la parte superior un cuadro formado por varias espiras que puede girar. Explicar cómo la policía puede localizar la emisora por medio de los dos cuadros.

16.16 Un transformador sin pérdidas tiene una bobina primaria de 6000 espiras y una bobina secundaria de 100 espiras. Se conecta el primario a una fuente de fem de 120 voltios mientras que el secundario se conecta a una lámpara de 2 ohmios. (a) ¿Cuál es el fem en el secundario?

(b) Calcular la corriente en el secundario y en el primario. Resp. 2 v; 1 amp; 0,0166 amp.

16.17 Una línea de transmisión une una Central eléctrica que produce un voltaje de 1000 voltios con una fábrica situada a varios kilómetros.

(a) Si la fábrica necesita 200.000 vatios, ¿qué intensidad de corriente necesita?

(b) ¿Cuál es la potencia usada para calentar la línea si ésta tiene una resistencia total de 2 ohmios?

(c) ¿Cuál es la potencia producida por la Central?

(d) En la Central se aumenta el voltaje a 10.000 voltios con un transformador que tiene 50 espiras en el primario, ¿cuál es el número de espiras del secundario?

(e) ¿Cuál es la corriente en la línea ahora?

(f) ¿Cuál es la potencia usada para calentar la línea?

(g) ¿Cuál es la potencia producida por la Central ahora?

Resp. 200 amp; 80.000 w; 280.000 w; 500 espiras; 20 amp; 800 w; 200.800 w.

Este problema muestra que la potencia usada para calentar las líneas de transmisión se reduce cuando se utiliza alto voltaje, de aquí el uso de los transformadores.

16.18 ¿Cuál es la longitud de onda de las radiaciones electromagnéticas emitidas por:

(a) Una estación de radio de 1000 hz (hertz)?

(b) Una de 1000 khz (kilohertz)?

(c) Una de 1000 mhz (megahertz)?

Resp. 300.000 m; 300 m; 0,3 m.

16.19 Un auto emisor de radio tiene una antena recti-

línea vertical. El auto receptor de estas ondas tiene una antena rectilínea. ¿Debe ponerla vertical u horizontal?

16.20 Los receptores de radio pueden utilizar antenas rectilíneas o circulares. ¿Por qué?

Faraday — Maxwell

Una corriente eléctrica produce un campo magnético. ¿Podría producirse una corriente eléctrica con un campo magnético?

Muchos físicos se plantearon este problema y sus ensayos experimentales fracasaron. Ponían fuertes imanes cerca de circuitos eléctricos y no notaron desviación en los galvanómetros más sensibles.

En 1831 un empleado de librería y más tarde asistente de laboratorio, el inglés Faraday experimentando solo, llegó a descubrir el fenómeno de la inducción; describió el experimento así:

“Se enrollaron 203 pies de cable alrededor de un bloque de madera; otros 203 pies de cable parecido se interpusieron en forma de espiral entre las espiras del primero, evitando el contacto metálico. Una de estas hélices se conectaba con un galvanómetro y la otra con una batería. . . Cuando se establecía el contacto en una de ellas, se percibía un rápido y muy débil efecto en el galvanómetro, y un pequeño efecto semejante cuando se interrumpía el contacto con la batería. Pero mientras la corriente de la batería se mantenía constante, no se percibía ninguna acción en el galvanómetro”.

Así Faraday comprobó que no era el campo magnético sino su variación la que creaba la corriente de inducción.

En la misma época, el americano Henry, en 1832, descubrió independientemente la misma ley de la inducción. Además notó el fenómeno de la *autoinducción* o sea la inducción que se produce en un circuito cuando varía su propia intensidad.

El ruso Lenz que también estudiaba el mismo fenómeno y con un conocimiento muy parcial del descubrimiento de Faraday, formuló su famosa ley, que permite predecir el sentido de la corriente inducida, hecho que había escapado completamente a Faraday y Henry.

También a Faraday se le debe el *concepto de campo eléctrico*. Los experimentos de los espectros magnéticos indujeron a Faraday a imaginar el espacio que rodea un imán, como si estuviera lleno de líneas de fuerza magnética de igual modo que el espacio que rodea un cuerpo eléctrico está lleno de líneas de fuerzas eléctricas. Explicaba que el medio transmitía las fuerzas eléc-

tricas y magnéticas al cambio de la idea de acción a distancia.

Así introdujo el concepto de campo eléctrico y magnético que tanto éxito tiene en la comprensión del mundo físico, no solamente en electromagnetismo, sino también en los fenómenos gravitacionales y nucleares.

Maxwell

El físico teórico inglés Maxwell se impresionó por las ideas de Faraday de las líneas de fuerza. Decía:

“Faraday con la luz de la mente vio las líneas de fuerza que atravesaban todo el espacio, donde los matemáticos no veían sino centros de fuerza que atraían a distancia; Faraday vio un medio donde ellos no vieron nada, sino la distancia”.

Desarrollando una imagen más clara de cómo intervienen las líneas de fuerza en el mecanismo de transmitir las fuerzas magnéticas y eléctricas, tradujo este concepto en la forma matemática de campos:

“Cuando consideré que había traducido al lenguaje de la matemática lo que consideraba era la idea de Faraday encontré que, en general, los resultados de los dos modelos coincidían de modo que se podían explicar los mismos fenómenos y deducir las mismas leyes”.

El conjunto de ecuaciones del *campo electromagnético* que Maxwell obtuvo de “su traducción”, forma la teoría electromagnética y contiene en forma condensada las leyes de todos los fenómenos eléctricos y magnéticos, que se conocían hasta entonces y un nuevo descubrimiento, las ondas electromagnéticas.

Como estas ondas se propagaban a la velocidad de la luz, Maxwell afirmó la identidad de las ondas electromagnéticas y de la luz.

Notemos que Maxwell y Faraday no podían aceptar la noción de campo desprovisto de existencia material y siempre creyeron en la existencia del *éter*, soporte material de las ondas electromagnéticas. (El *éter* se suprimirá cuando aparezca la Relatividad).

Los físicos quedaron escépticos con respecto a esta teoría, admiraban la originalidad pero dudaban por falta de bases experimentales; nadie había visto una acción eléctrica o magnética propagarse como lo indi-

caba Maxwell. Finalmente éste murió en 1870 sin ver el triunfo de su teoría.

Hertz

En 1888, el alemán Hertz produce gracias a su *excitador* una serie de descargas eléctricas y con un *resonador* especial pudo notar, sin que haya ningún alambre intermedio, chispas, lo que indicaba que "algo" del emisor había modificado el espacio que lo rodeaba.

Mostró la naturaleza ondulatoria de esta nueva radiación y realizó todos los experimentos que se hacen

con la luz. La teoría de Maxwell recibió así una brillante confirmación.

Desde el punto de vista práctico, estos experimentos habrían nuevos horizontes; era el principio de la comunicación a distancia sin necesidad de ningún alambre.

En 1890, el francés Branly descubrió el detector y en 1895 el ruso Popoff imagina la antena. Finalmente en 1899 el italiano Marconi, reúne y coordina todos los trabajos de sus antecesores y envía un mensaje de Inglaterra a Francia; era la primera comunicación a grande distancia, que se perfeccionó considerablemente más tarde con los progresos de la *electrónica*.

Unidad 9

El electrón y sus aplicaciones

DIECISIETE

Electrónica

La electrónica es el estudio de la conducción eléctrica en el vacío, en los gases y en los semiconductores.

Nuestro estudio empezará por el fundamento de la conducción eléctrica en los tubos al vacío y se continuará con un análisis de los semiconductores y de la conducción eléctrica dentro de estos. Terminaremos dando las aplicaciones más conocidas de la electrónica.

17.1 Efecto termoiónico

Con la acción del calor (efecto Joule en la resistencia R), los electrones de la capa más externa de los átomos de un conductor, pueden adquirir suficiente energía cinética que les permita escapar del metal (figura 17.1).

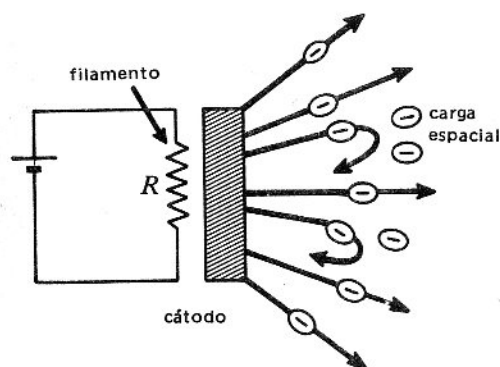


Figura 17.1

El conductor se carga entonces positivamente y atrae algunos de los electrones que habían salido produciendo

así un equilibrio entre los electrones que salen y entran en el conductor, y formando a la vez una nube estable negativa (de electrones) alrededor del conductor. A esta nube se le llama *carga espacial*.

17.2 Diodo

Si encerramos este conductor con su resistencia de calentamiento con otro conductor en un recipiente de vidrio o de metal, vaciado de aire, tendremos un *diodo*. El primer conductor se denomina entonces *cátodo*, la resistencia de calentamiento, *filamento* y el segundo conductor, *ánodo* o *placa*.

Apliquemos una diferencia de potencial V entre cátodo y ánodo (figura 17.2); cuando V es pequeño, algunos de los electrones emitidos por el cátodo alcanzan la placa y forman la corriente I que puede medir el amperímetro A .

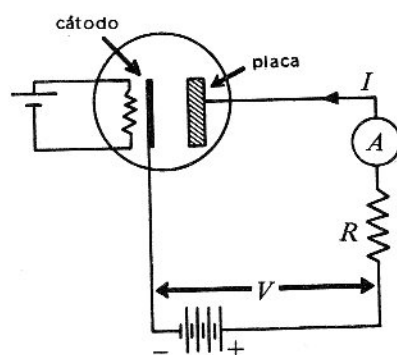


Figura 17.2

Al aumentar V , más electrones son atraídos hacia la placa y la carga espacial disminuye. Cuando ésta es despreciable, todos los electrones emitidos por el cátodo llegan a la placa. La corriente ha llegado a su máximo valor; es la *corriente de saturación* I_s (figura 17.3).

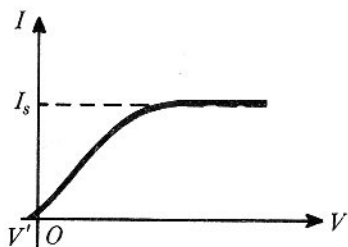


Figura 17.3

Es de notar que I no es nula cuando $V = 0$; esto se debe a que los electrones abandonan el cátodo con cierta velocidad inicial y algunos de ellos pueden penetrar la carga espacial y alcanzar la placa. Es necesario una diferencia de potencial V' contraria a la anterior (negativo en nuestro gráfico), para frenar los electrones y así impedir que lleguen hasta la placa.

Función rectificadora del diodo

Del estudio de la curva (figura 17.3), se deduce que para V negativo, I es prácticamente 0.

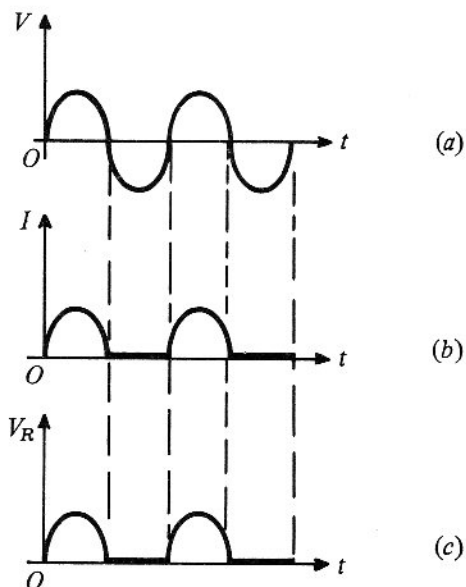


Figura 17.4

En consecuencia, si V es un voltaje alterno (figura 17.4(a)), la intensidad será cero cuando el voltaje sea negativo y de ese modo, obtendremos la gráfica de la figura 17.4(b).

Entre los bornes de la resistencia R , llamada resistencia de carga, se obtiene un voltaje $V_R = RI$, tal como lo representa la figura 17.4(c). Este voltaje que es siempre positivo, es en consecuencia, un voltaje continuo pero no constante.

Se dice entonces que el voltaje alterno V se ha *rectificado*.

Si se quiere que el voltaje en los bornes de R sea más constante, se puede poner en paralelo con R un condensador (figura 17.6). En el punto M de la gráfica (figura 17.5), el condensador se carga al máximo. Cuando el voltaje disminuye, el condensador entrega cargas a la resistencia y la disminución de voltaje se hace según MN en vez de MP .

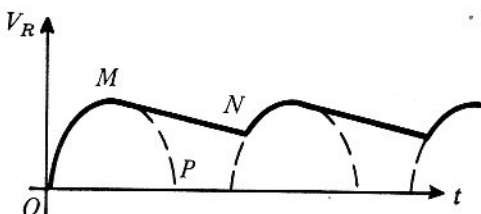


Figura 17.5

En N el voltaje aumenta debido al voltaje positivo y así sucesivamente. Este voltaje "ondulado" es prácticamente constante.

En la práctica, los montajes de los diodos rectificadores (símbolo $\rightarrow|$) son los de las figuras 17.6 y 17.7.

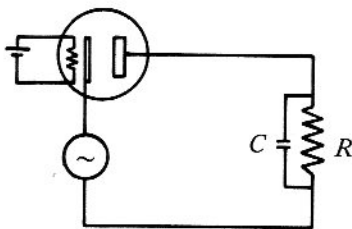


Figura 17.6

17.3 Triodo

Póngase un tercer electrodo en forma de rejilla entre el cátodo y la placa (figura 17.8). Este conjunto se

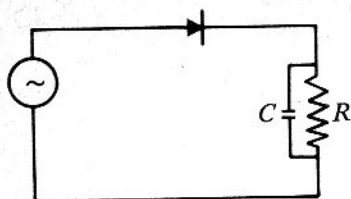


Figura 17.7

denomina *triode*. Si el potencial de esta rejilla varía entre ciertos límites, se observa que la corriente de la placa varía considerablemente. En consecuencia, el potencial de la rejilla controla eficazmente el paso de los electrones a través de ella. En la práctica, este potencial es siempre negativo con el fin de que no pase corriente en la rejilla que pueda perturbar el rendimiento del triodo.

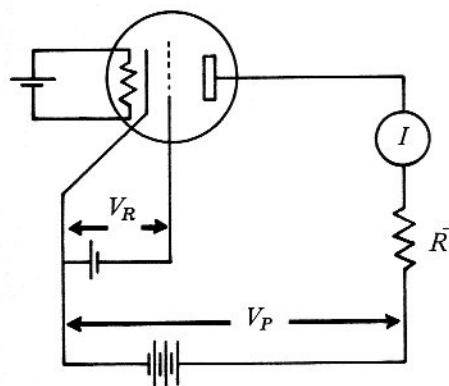


Figura 17.8

La gráfica de la figura 17.9 muestra la curva de I en función del potencial de rejilla (V_r) para un potencial de placa (V_p) constante.

Función amplificadora del triodo

Si el voltaje de rejilla varía, por ejemplo de -3v a -1v figura 17.9, la corriente de placa varía de 5 a 15 mA, es decir que un ΔV_r de 2v produce un ΔI de 10 mA. Si esta corriente pasa por una resistencia de carga $R = 10.000\text{ohmios}$, tendremos una variación de voltaje en los bornes de la resistencia de carga $\Delta V_R = 10 \times 10^{-3} \times 10^4 = 100\text{v}$ y la amplificación en voltaje de ese triodo será $\Delta V_R / \Delta V_r = 100/2 = 50$.

Así, la variación de voltaje de rejilla se ha aumentado 50 veces.

Si la variación de voltaje de rejilla es sinusoidal de am-

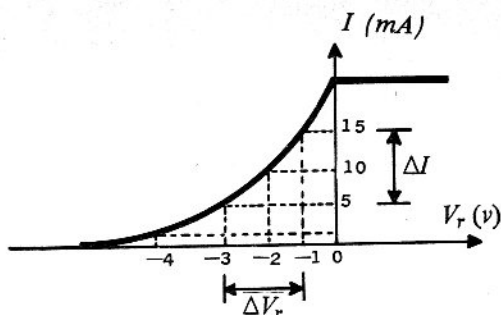


Figura 17.9

plitud 1v, tendremos en los bornes de R un voltaje sinusoidal de amplitud 50v.

El razonamiento anterior, supone que el voltaje de placa se mantiene constante. En la práctica, este potencial varía debido a la caída de potencial IR de la resistencia de carga, es decir, que el potencial de placa es realmente $V_p - IR$. Esto introduce algunas pequeñas modificaciones.

Finalmente, un voltaje variable puesto en el circuito de rejilla, produce un voltaje de la misma forma, amplificado en los bornes de una resistencia de carga. Es la función *amplificadora del triodo* (figura 17.10).

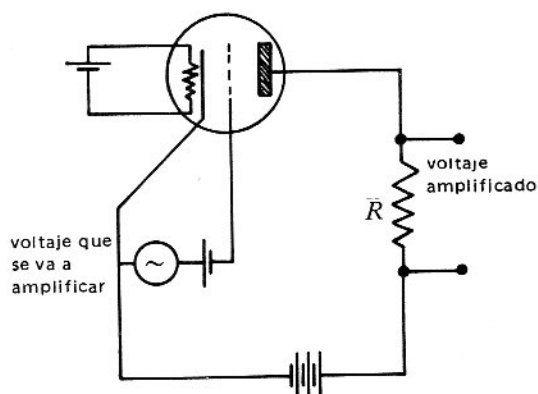


Figura 17.10

Se construye también, para mejorar las funciones del triodo y para diferentes usos, tubos de vacío (algunas veces con gases) con varios electrodos: se denominan *tetodos*, *pentodos*, . . . etc.

17.4 Semiconductores

Entre los conductores y los aisladores eléctricos, existe una tercera categoría de resistividad intermedia: los semiconductores.

La experiencia demuestra que la *resistividad de los conductores metálicos aumenta con la temperatura*, lo que puede explicarse por la gran probabilidad de choques de los numerosos electrones libres con los iones fijos del metal, al aumentar la vibración térmica de estos últimos.

En los semiconductores, los portadores de carga (por ejemplo los electrones) son muy poco numerosos, como se verá a continuación y por tanto las probabilidades de choque son insignificantes cuando la temperatura aumenta. Pero, de otro lado, se producen más portadores de carga y en consecuencia la *conductibilidad* (inverso de la resistividad) *de los semiconductores aumenta con la temperatura*.

Existen tres tipos de semiconductores:

(a) Semiconductor intrínseco

El átomo de germanio posee cuatro electrones en su capa más externa. Los cuatro átomos vecinos le "prestán" cada uno, un electrón para completar su capa externa de ocho electrones. Esta configuración es típica de las capas estables. Una pequeña cantidad de energía térmica puede arrancarlo de esta capa y volverlo electrón libre, por tanto el germanio se vuelve medianamente conductor. Es el semiconductor intrínseco (figura 17.11) poco utilizado en la actualidad.

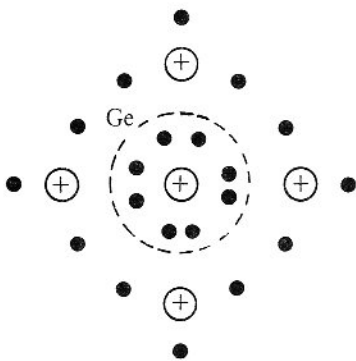


Figura 17.11

(b) Semiconductor de tipo n

En un cristal de germanio cambiamos algunos átomos de Ge por átomos de antimonio (Sb), que llamaremos *impureza* y que contienen cinco electrones en su capa más externa. Este átomo de Sb tendrá nueve electrones en su capa más externa con los cuatro electrones prestados a sus vecinos átomos Ge. Esta capa inestable liberará un electrón para conformar, entonces, una capa estable de ocho electrones.

Este electrón libre, de carga negativa (*n*), vuelve este

Ge, "dopado" de Sb, conductor; es el *semiconductor de tipo n* (figura 17.12).

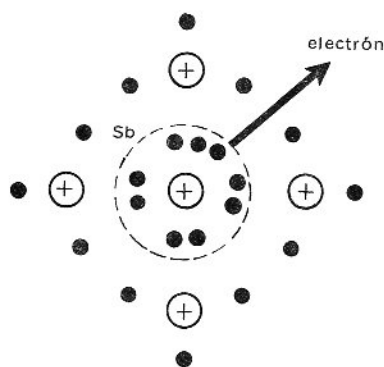


Figura 17.12

El átomo de Sb que perdió un electrón, es un ion positivo fijo.

(c) Semiconductor de tipo p

En un cristal de germanio, cambiamos algunos átomos de Ge por átomos de boro (B) que contienen tres electrones en su capa más externa. Este átomo de boro tendrá siete electrones ahora en su capa más externa con los cuatro electrones "prestados" a sus vecinos átomos Ge. Esta capa inestable tratará de capturar un electrón de otro átomo para conformar entonces, una capa estable de ocho electrones.

La falta de un electrón o "hueco" se trasladará ahora a otra capa externa y así sucesivamente, contrario al movimiento de los electrones que completan las capas.

Se puede por tanto, decir que los huecos se comportan como cargas positivas (*p*) móviles. Es la conducción

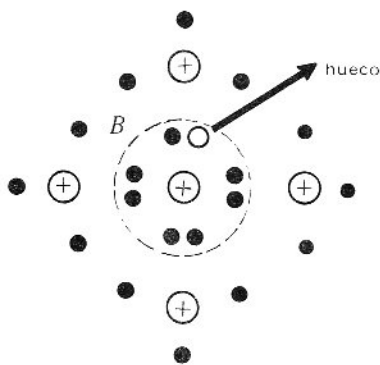


Figura 17.13

por hueco. Este germanio "dopado" de boro, es un semiconductor de tipo *p* (figura 17.13). El átomo de boro que capturó un electrón, es un ion negativo fijo.

En resumen, en los semiconductores tenemos:

Cargas fijas

Ion positivo en *n* \longrightarrow símbolo: \oplus
 Ion negativo en *p* \longrightarrow símbolo: Δ

Cargas móviles

Electrón (negativo) \longrightarrow símbolo: \bullet
 Hueco (positivo) \longrightarrow símbolo: \circ

De la unión de los semiconductores *n* y *p* se obtendrán diodo cristalino y transistores, elementos análogos al diodo y al triodo, con las mismas funciones que se vieron anteriormente.

17.5 Diodo cristalino (unión *n - p*)

En una unión *n-p*, los iones positivos de *n* alejan a los huecos (positivos) de *p* y los iones negativos de *p* alejan a los electrones (negativos) de *n*, (figura 17.14). Así en la separación *n-p* nos encontramos con una acumulación de iones positivos en *n* y de iones negativos en *p*; esto es una *barrera de potencial*.

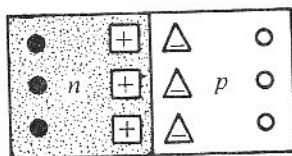


Figura 17.14

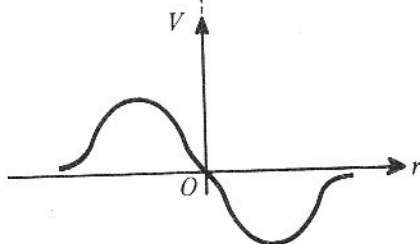


Figura 17.15

La figura 17.15 muestra la variación del potencial en función de la distancia en los alrededores de la unión.

Función rectificadora de la unión *n-p*

Conectemos una pila

1. El polo positivo se conecta a *p* y el polo negativo a *n*. Los electrones del polo negativo de la pila, "empujarán" los electrones de *n* que atravesarán la barrera de potencial y entonces se desplazarán hasta el polo positivo de la pila; *habrá paso de corriente* (figura 17.16).

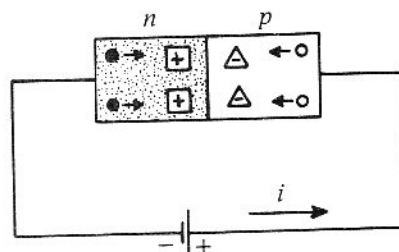


Figura 17.16

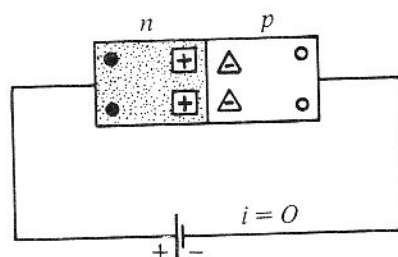


Figura 17.17

2. El polo positivo se conecta a *n* y el polo negativo a *p*.

El polo positivo atraerá los electrones de *n* y por tanto, ningún electrón atravesará la barrera de potencial; en consecuencia *no habrá paso de corriente* (figura 17.17).

Conectemos un voltaje alterno *V* (figura 17.18).

Durante una alternancia de *V*, cuando el polo positivo

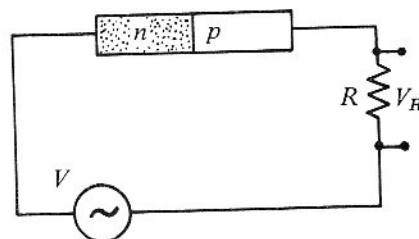


Figura 17.18

de V se conecta a p y el polo negativo a n habrá paso de corriente.

En la otra alternancia de V , las conexiones están invertidas y no habrá paso de corriente; por tanto, la corriente que pasa por la resistencia de carga R , va siempre en una dirección, es una corriente continua (figura 17.19).

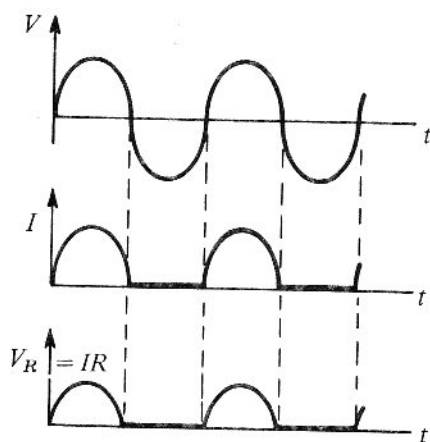


Figura 17.19

La diferencia de potencial V_R es también continua. Con un condensador en paralelo, con R y como ya vimos anteriormente en el diodo, se puede tratar de convertir este voltaje continuo en voltaje constante.

La unión $n-p$ se comporta como un diodo rectificador; es un *diodo cristalino* cuyo símbolo es el mismo que para el diodo tubo.

17.6 Transistor

El transistor se compone de dos semiconductores del mismo tipo (por ejemplo n) separados por un semiconductor del otro tipo (por ejemplo p) en lámina muy delgada (figura 17.20).

Los transistores " $n-p-n$ " y " $p-n-p$ ", se utilizan frecuentemente.

En el transistor $n-p-n$, las dos regiones n no son equivalentes; una es más conductora (es decir, más rica en impurezas) y emite con más facilidad electrones: es el *emisor*. Estos electrones atravesarán la región p llamada *base* y una segunda región n llamada *colector* los recibirá.

El símbolo del transistor " $n-p-n$ " se representa en la figura 17.21.

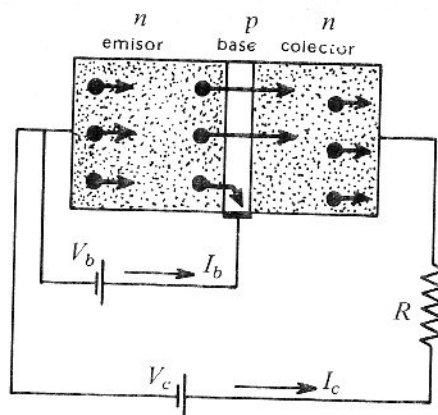


Figura 17.20

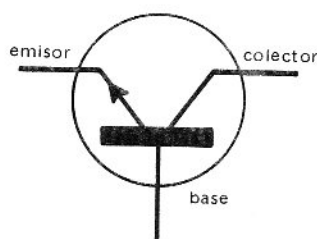


Figura 17.21

Función amplificadora del transistor

Hagamos el montaje de la figura 17.20. El voltaje de base V_b , conectado en el buen sentido, producirá una corriente de base I_b ; pero, la mayoría de los electrones del emisor podrán atravesar la base que es muy delgada y, reuniéndose con los electrones del colector, serán atraídos por el polo positivo del voltaje de colector V_c y formará de tal modo una corriente de colector I_c .

La experiencia muestra que una pequeña variación del voltaje V_b produce una gran variación de la corriente I_c y se obtiene una gran variación de voltaje en los bornes de la resistencia de carga R .

Por ejemplo: si $\Delta V_b = 0,2$ voltios, se obtiene $\Delta I_c = 0,01$ amperio y si la resistencia de carga es 1000 ohmios, ΔV_R será igual a $0,01 \times 1000 = 10$ voltios. La amplificación en voltaje de dicho transistor será $\Delta V_R / \Delta V_b = 10 / 0,2 = 50$.

Finalmente un voltaje variable puesto en el circuito de la rejilla, produce el mismo voltaje amplificado en los bornes de una resistencia de carga. Es la *función amplificadora del transistor* (figura 17.22).

En la práctica, las conexiones se simplifican como muestra la figura 17.22.

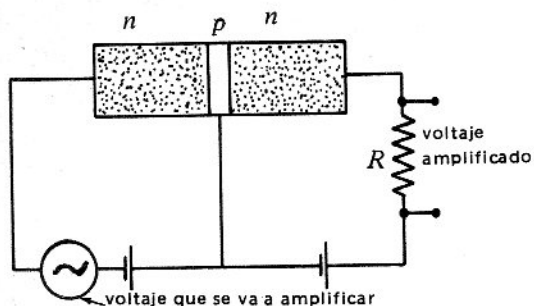


Figura 17.22

La figura 17.23 muestra el mismo montaje utilizando el símbolo del transistor.

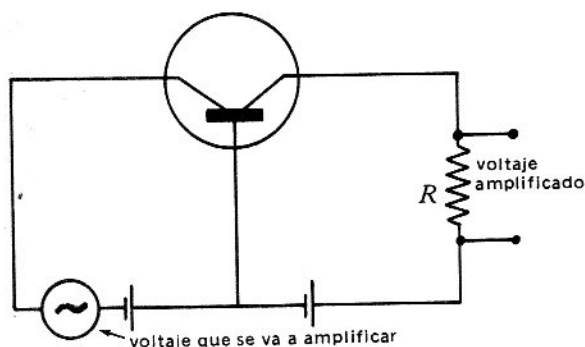


Figura 17.23

Aplicaciones

Las aplicaciones de la electrónica son muy numerosas. Mostraremos su uso en el osciloscopio y en el campo de la radio, la televisión y el radar.

17.1A Osciloscopio de los rayos catódicos

El osciloscopio es un aparato electrónico que permite "visualizar" las variaciones de un voltaje en función del tiempo, sobre la pantalla de un tubo de rayos catódicos (figura 17.1A).

El tubo de rayos catódicos, en cuyo interior se ha hecho un alto vacío, comprende los siguientes elementos:

1. *El filamento:* El cual permite el calentamiento del cátodo.
2. *El cátodo:* De cuya superficie caliente se desprenden los electrones. (Anteriormente se debía el nombre de rayos catódicos a los electrones desprendidos del cátodo, lo cual explica el nombre dado al osciloscopio.)
3. *La rejilla de control (Wehnelt):* Regula el número de electrones que llegan a la pantalla; es siempre negativa.
4. *El ánodo:* Acelera y enfoca los electrones sobre la pantalla. Está formado de varias rejillas positivas. El conjunto formado por los cuatro elementos anteriores, recibe el nombre de *cañón electrónico*.

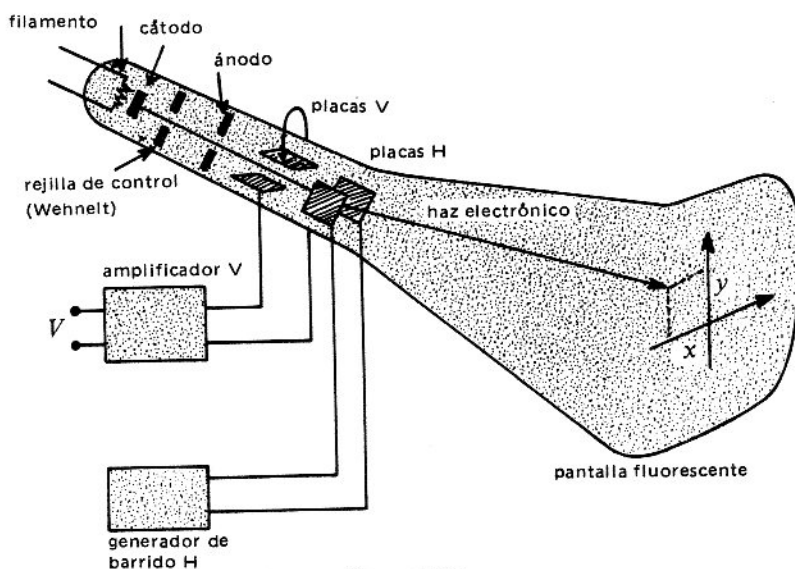


Figura 17.1A

5. *Las placas de deflexión horizontal (H)*: Entre las cuales puede crearse un campo eléctrico de modo que cuando los electrones salgan del ánodo y pasen por ellas, sean deflectados horizontalmente.

6. *Las placas de deflexión vertical (V)*: Entre las cuales puede crearse un campo eléctrico de modo que cuando los electrones salgan del ánodo y pasen por ellas, sean deflectados verticalmente.

7. *Pantalla fluorescente*: Sobre la cual llegan los electrones excitando los átomos de ésta. Cuando los átomos regresan a su estado normal, emiten luz, la cual es captada por el espectador.

El punto luminoso puede desviarse vertical u horizontalmente o simultáneamente en ambas direcciones, mediante las placas de deflexión.

La magnitud de esta deflexión x o y , es proporcional al campo eléctrico entre las placas y por tanto, proporcional a su diferencia de potencial V_x o V_y , o sea:

$$x = k V_x \quad y = k V_y$$

donde k es la constante de proporcionalidad.

Además del tubo catódico, el osciloscopio comprende:

1. *Amplificador vertical*: Sirve para amplificar o atenuar voltajes que se quieren visualizar y está conectado con las placas verticales. Este amplificador vertical está formado por triodos o transistores.

2. *Un generador de barrido*: Proporciona un voltaje en dientes de sierra (figura 17.2A) que al comienzo crece linealmente con el tiempo y luego vuelve a cero casi instantáneamente, repitiéndose el fenómeno en forma periódica con la frecuencia que se desee. La aplicación de este voltaje a las placas de deflexión horizontal, hace que el punto luminoso se desplace horizontalmente con movimiento rectilíneo uniforme y luego vuelva bruscamente al otro extremo de la trayectoria repitiéndose el proceso; por tanto:

$$V_x = K t$$

donde K es la constante de proporcionalidad.

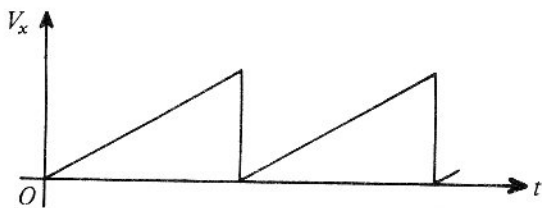


Figura 17.2A

"Visualización" de un voltaje

Sea un voltaje variable con el tiempo, por ejemplo:

$$V_y = A \text{ sen } \omega t$$

que queremos "ver". Para esto tendremos que cambiar la variable t por la variable x , de la siguiente forma:

Aplicaremos a las placas H , el voltaje de barrido, o sea que

$$x = k V_x = k K t$$

Aplicaremos a las placas V , el voltaje en estudio, o sea que

$$y = k V_y = k A \text{ sen } \omega t$$

eliminando la variable t tendremos sobre la pantalla la curva cuya ecuación es:

$$y = k A \text{ sen } \omega \frac{x}{k K}$$

que es del mismo tipo que la original.

Cuando la frecuencia del barrido es igual a la frecuencia del voltaje alterno, tendremos sobre la pantalla una sola onda sinusoidal; pero si la frecuencia del barrido es 2, 3, 4... veces más pequeña, tendremos sobre la pantalla 2, 3, 4... ondas sinusoidales.

Así, cualquiera que sea la forma del voltaje en función del tiempo (cuadrado, triangular o en forma de pulso irregular, como provenientes del cerebro o del corazón) y aplicándolo a las placas V y al mismo tiempo el generador de barrido a las placas H , tendremos la "visualización" de la forma del voltaje.

17.2A Radio

(a) Emisión

Una estación de radio, debe transmitir ondas electromagnéticas a una frecuencia alta y constante (radio frecuencia aproximadamente de 1000 kilociclos) característica de esta emisora; es la *onda portadora*.

En AM (*amplitud modulada*), las ondas audio de 20 - 20.000 ciclos que provienen de las ondas sonoras (palabras o música) por intermedio del micrófono modifican la amplitud de la onda portadora (figura 17.3A).

En FM (*frecuencia modulada*) la amplitud es constante, siendo la frecuencia de la onda portadora modificada ligeramente por las ondas audio (figura 17.3A). Esto introduce una mayor complejidad técnica, pero la reproducción del sonido es más fiel.

Finalmente, la onda portadora modulada se amplifica y transforma en onda electromagnética, por intermedio de la antena.

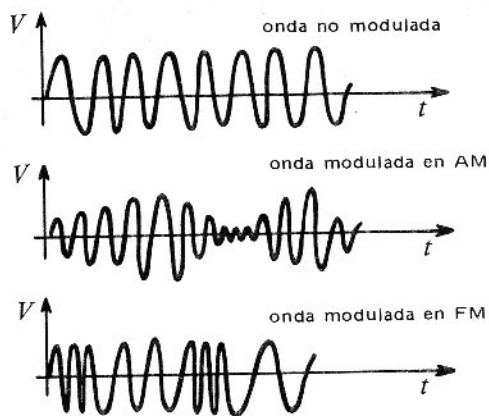


Figura 17.3A

En el diagrama de la figura 17.4A se muestra un esquema de la estación emisora.

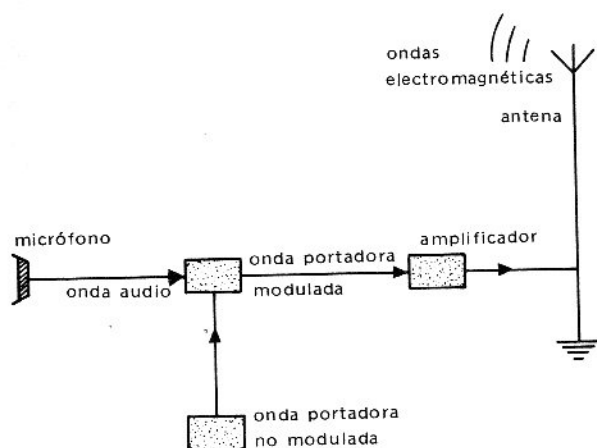


Figura 17.4A

(b) Recepción

En un receptor de radio, la antena recibe la onda portadora modulada que produce, cuando pasa por una resistencia, una diferencia de potencial en los bornes de ésta. Esta diferencia de potencial se amplifica por medio de triodos o transistores; es el *amplificador de radiofrecuencia*. Ahora se debe separar la onda de radiofrecuencia de la onda de audiofrecuencia, que es realmente la que interesa al auditor. Para esto se utiliza un diodo (tubo o cristal) con una resistencia de carga en paralelo con un condensador, como vimos en la figura 17.5, obteniendo un voltaje de salida proporcional a la señal de audio original (figura 17.5A). Esta rectificación de onda se denomina en este caso, *detección*.

Este voltaje amplificado (*amplificador de audiofre-*

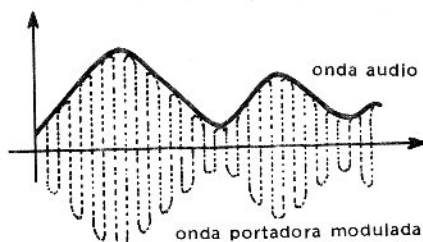


Figura 17.5A

cuencia) se aplica a un altavoz que produce ondas sonoras.

En la práctica, el circuito se completa con la introducción de un selector de frecuencia, que permite escoger la frecuencia de la onda portadora deseada.

La figura 17.6A muestra un diagrama de las diferentes funciones de un receptor de radio.

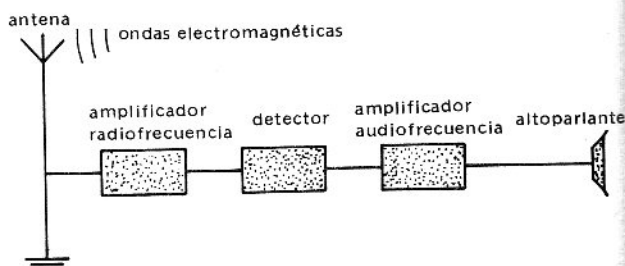


Figura 17.6A

17.3A Televisión

En televisión, la transmisión del sonido se hace de la misma manera que por radio, generalmente en FM. En consecuencia, nos interesaremos ahora por la transmisión de la imagen o *señal-video*.

(a) Emisión

Analizaremos el tubo emisor *iconoscopio*. Los tubos más modernos tales como *supericonoscopio*, *orticon*, ... etc., se basan en el mismo principio y se diferencian por modificaciones técnicas.

Un objetivo, semejante al de la cámara fotográfica, produce una imagen óptica sobre una superficie fotoeléctrica. Esta superficie, llamada *mosaico*, está formada de una multitud de pequeñas partículas o puntos fotosensibles, separados los unos de los otros, depositados sobre una placa dieléctrica. Una placa metálica *M*, se sitúa detrás del dieléctrico (figura 17.7A).

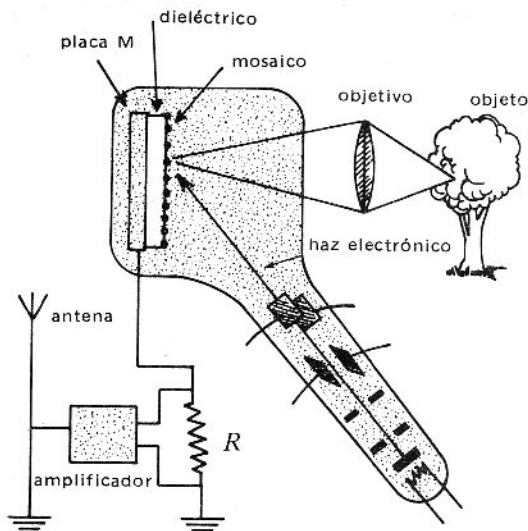


Figura 17.7A

Cada punto de la imagen óptica desprenderá electrones de un punto fotosensible, por efecto fotoeléctrico, proporcionalmente a su intensidad luminosa; por tanto, el punto fotosensible se volverá más o menos positivo y atraerá en la placa M y frente a él, una cantidad igual de cargas negativas (es un condensador en miniatura).

Se completa el tubo por un cañón de electrones semejante al del osciloscopio, que produce un haz muy fino de electrones y por medio de campos magnéticos o eléctricos se podrá "barrer" el mosaico de izquierda a derecha y de arriba a abajo.

Cuando el haz de electrones llega sobre un punto fotosensible, neutraliza su carga positiva. La carga negativa correspondiente que estaba sobre M , regresa a tierra y cuando pasa por una resistencia R produce una diferencia de potencial. Esta a su vez, se amplifica y transforma en onda electromagnética (en forma de pulso); es la señal de video.

En resumen, cada punto de la imagen óptica se transforma en un pulso electromagnético cuya amplitud es proporcional a la intensidad luminosa del punto de la imagen (figura 17.8A).

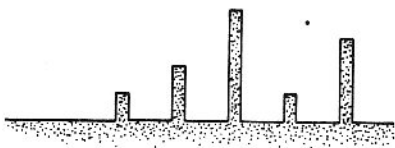


Figura 17.8A

En la práctica, como se proyectan 50 imágenes por segundo, el tubo emisor emite en $1/50$ de seg aproximadamente 250.000 (número de puntos sensibles) pulsos electromagnéticos.

(b) Recepción

La antena del receptor de televisión recibe la señal de video. Esta señal se aplica a la primera rejilla del tubo receptor (rejilla de Wehnelt, análoga a la del osciloscopio) volviéndose ésta más o menos negativa. Así, esta rejilla controla el paso de electrones que van a formar el punto luminoso en la pantalla fluorescente. Finalmente, la intensidad de este punto es proporcional a la señal de video que a su vez, era proporcional a la luminosidad del punto del objeto televisado.

Por medio de campos magnéticos, conectados al sistema de barridos, vertical y horizontal, sincronizados con los sistemas de barridos del emisor, se puede hacer recorrer al haz electrónico toda la pantalla (figura 17.9A).

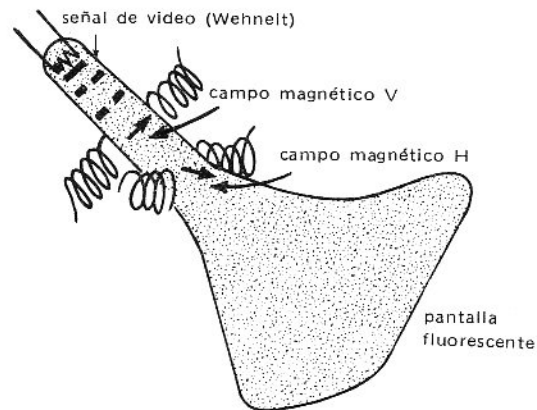


Figura 17.9A

17.4A Televisión en colores

Se sabe experimentalmente, que cualquier color se puede descomponer en los tres colores fundamentales, rojo, verde y azul. Recíprocamente, la suma de los tres colores fundamentales, en cantidades bien determinadas produce el color original.

Por tanto, se puede decir que el color de un objeto está formado por los tres colores fundamentales y por medio de filtros (por ejemplo vidrios coloreados) se puede efectuar la descomposición o separación del color en los tres fundamentales.

Esto es la base de todos los procedimientos de reproducción de colores en fotografía, cine, televisión e imprenta.

(a) Emisión

Tres tubos emisores, semejantes a los de televisión en blanco y negro, apuntan al objeto que se quiere televisar. Delante de cada uno de ellos, se encuentra un filtro rojo (*R*), un filtro verde (*V*) y un filtro azul (*A*), como muestra la figura 17.10A.

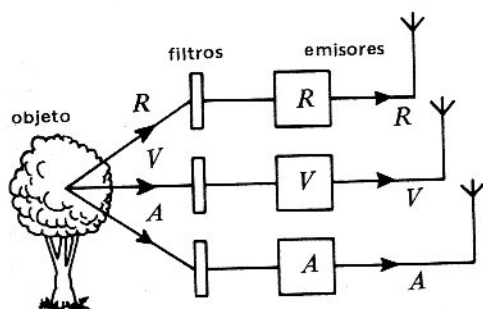


Figura 17.10A

Así, el tubo emisor *R*, recibe luz roja que proviene de la parte roja del objeto y emite pulsos electromagnéticos *R* proporcionales a la luz que recibió.

Análogamente, los tubos emisores (*V*) y (*A*) emitirán pulsos electromagnéticos proporcionales a las partes verdes y azules del objeto.

(b) Recepción

Se podría recibir la señal (*R*) en un receptor blanco y negro, poniendo un filtro rojo delante de la pantalla y se obtendría una imagen roja que corresponde a la parte roja del objeto. Con la ayuda de los otros dos receptores, que reciben las señales (*V*) y (*A*), se

obtienen las imágenes verdes y azules y por medio de espejos, se podrían reunir las tres imágenes en el ojo del televidente.

Como este procedimiento es poco práctico, actualmente se utiliza un solo tubo receptor con tres cañones de electrones, cada uno de los cuales recibe los pulsos electromagnéticos (*R*), (*V*) o (*A*); (figura 17.11A).

La pantalla fluorescente se compone de 400.000 puntos *R* de fluorescencia roja, es decir, que con la acción de los electrones, el punto excitado emite luz roja. Análogamente, tendremos 400.000 puntos *V*, de fluorescencia verde y 400.000 puntos *A*, de fluorescencia azul.

Entre la pantalla y los cañones de electrones se interpone una placa (shadow mask) metálica, perforada de 400.000 huecos. Los tres haces electrónicos que provienen de los cañones, convergen en un hueco de la placa y van a excitar, respectivamente un punto (*R*), (*V*) o (*A*).

Así, el haz que proviene del cañón *R* tocará solamente los puntos (*R*) gracias a un barrido horizontal y vertical sincronizado con el del emisor (*R*); lo mismo se repite para los haces (*V*) y (*A*).

Finalmente, sobre la pantalla se observarán las tres imágenes coloreadas. Debido a que los puntos están muy cerca los unos de los otros, la retina del televidente hará la síntesis de los tres colores fundamentales y verá el objeto en su color original. Igualmente sucede, cuando observamos de lejos vitrales de iglesias o pinturas de ciertos pintores impresionistas llamados *puntillistas*, que pintaban solamente con puntos de colores fundamentales.

Compatibilidad con el blanco y negro

Un receptor en blanco y negro, que capte solamente una de las tres señales, daría una imagen en blanco y

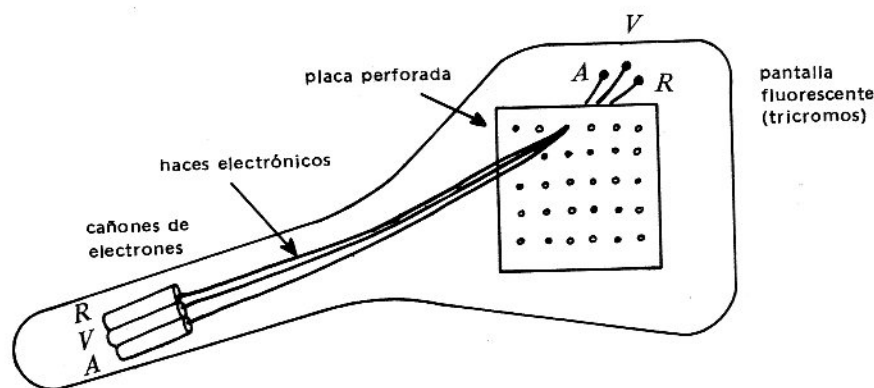


Figura 17.11A

negro pero con contrastes no normales. Para evitar esto y para que todos los receptores en blanco y negro puedan captar la televisión en color (lo que se denomina *compatibilidad*) se emite una señal

$L = R + V + A$, que es la suma de las tres señales anteriores; es la señal de *luminancia*. Para los receptores en colores, se emiten además de la señal L , las señales R y V por ejemplo, denominadas señales de *crominancia*. El receptor capta las señales R y V . Gracias a un pequeño mecanismo, el *codificador*, puede restar R y V de L , o sea: $L - R - V = A$.

Actualmente, existen tres tipos de televisión en colores, basados en el mismo principio que ya vimos: pero que se distinguen por la manera de emitir y de recibir las señales de luminancia y crominancia, y por el codificador. Estos tipos son:

N.T.S.C. (National Television System Committee) americano

P.A.L. (Phase Alternative Line) alemán

S.E.C.A.M. (Sequentiel Couleur A Mémoire) francés

17.5A Radar (*Radio Detection and Ranging*)

El radar sirve para detectar los objetos y medir las distancias por medio de radiaciones electromagnéticas. Consiste en un generador A de pulsos eléctricos de duración muy corta y gracias a la antena parabólica B , se transforma en un pulso electromagnético direccional hacia el objeto C .

Cuando el pulso llega al objeto (avión, barco, suelo, etc.) éste lo refleja en parte en la dirección de la antena parabólica B , que lo amplifica y lo dirige hacia un receptor D , análogo a un osciloscopio cuya

primera rejilla (el Wehnelt) es suficientemente negativa para no dejar pasar los electrones. En las placas de desviación horizontal, se aplica un voltaje V proporcional al tiempo (figura 17.12A).

Cuando la antena parabólica emite el pulso, se aplica inmediatamente el voltaje V . Regresando el pulso sobre la antena en seguida se dirige hacia la primera rejilla, neutralizándola. Esto produce la llegada de los electrones sobre la pantalla fluorescente del receptor y en consecuencia un punto luminoso.

La distancia del centro de la pantalla D al punto luminoso es proporcional al tiempo que demora el pulso para ir del generador al receptor que, a su vez, es proporcional a la distancia entre la antena y el objeto, porque $t = 2L/c$, donde c es la velocidad del pulso, o sea la velocidad de la luz. Por tanto, se puede calibrar la pantalla en km partiendo del centro con objetos situados a distancias conocidas.

La antena parabólica gira continuamente y el generador proporciona, por ejemplo, pulsos cada milésimos de segundo, de tal manera que cada objeto de la vecindad, recibe y refleja los pulsos. Si las placas de desviación horizontal giran, sincronizadas con el movimiento de la antena, se obtendrá sobre la pantalla una serie de puntos luminosos que formarán, el mapa de los alrededores del generador. Si la velocidad de rotación de la parábola es grande (más de diez vueltas por segundo) y debido a la persistencia de las imágenes en la retina, se podrá observar todo el mapa en conjunto.

Si el radar se monta sobre un avión, esto le permite tener un mapa de la región que sobrevuela, cualquiera que sea el tiempo y la hora, lo que es muy útil en tiempos nublados.

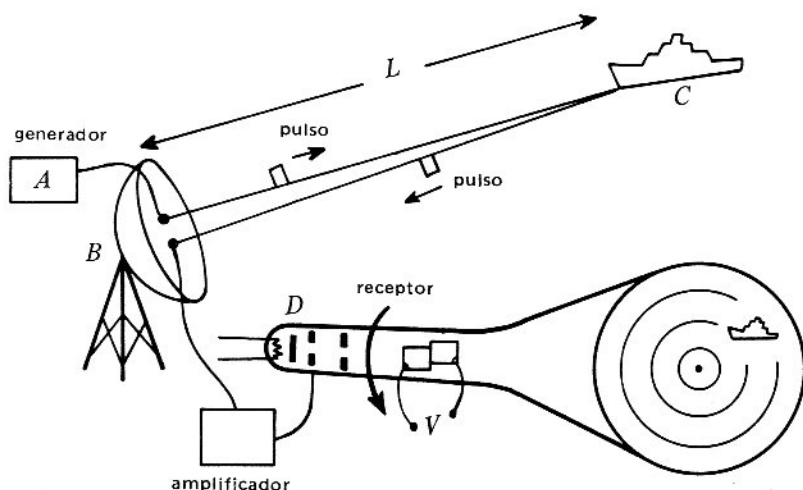


Figura 17.12A

Problemas

17.1 Comparar el triodo y el transistor.

17.2 Se dice que el triodo es un amplificador de voltaje y que el transistor es un amplificador de corriente. Mostrar la validez de esta afirmación.

17.3 Hacer el esquema de un amplificador de tres triodos.

17.4 Hacer el esquema de un amplificador de tres transistores.

17.5 Hacer el esquema de un radio receptor con tubos electrónicos.

17.6 Hacer el esquema de un radio receptor con semiconductores. Repetir el esquema usando los símbolos de diodo y transistor.

17.7 Sea la curva I (corriente de colector) en función de V_b (voltaje de base) de un transistor, conectada a una resistencia de carga de 1000 ohmios. ¿Cuál es la amplificación en voltaje de este transistor? Resp. 100.

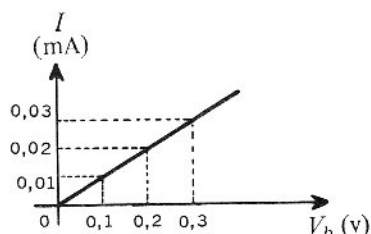


Figura 17.1P

17.8 Sea el diodo de la figura 17.2P y la curva I contra V (figura 17.3P).

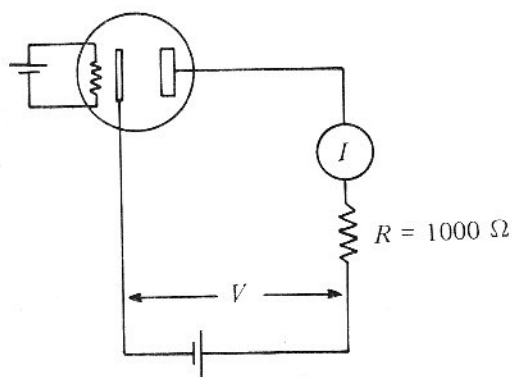


Figura 17.2P

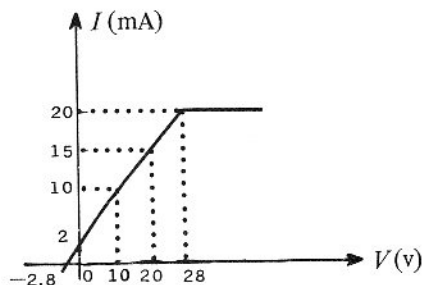


Figura 17.3P

Calcular:

- El voltaje de estabilización.
- La intensidad de saturación.
- La velocidad de salida de los electrones del cátodo.
- La velocidad de llegada de los electrones sobre la placa si $V = 28$ voltios.
- Para $V = 28$ voltios, ¿cuál es el voltaje en los bornes de R ?
- Si el voltaje V varía desde 0 hasta 20 voltios, ¿cuál es la variación del voltaje en los bornes de R ?
- Si el voltaje V varía desde -10 hasta +10 voltios, ¿cuál es la variación de voltaje en los bornes de R ?

Resp. (a) 28 v; (c) 10^6 m/seg; (e) 20 v; (f) 13 v.
(b) 20 mA; (d) $\sqrt{11} \times 10^6$ m/seg; (g) 10 v.

17.9 Sea el triodo de la figura 17.4P y las curvas I contra V_p (a V_r constante) (figura 17.5P). I contra V_r (a V_p constante) (figura 17.6P).

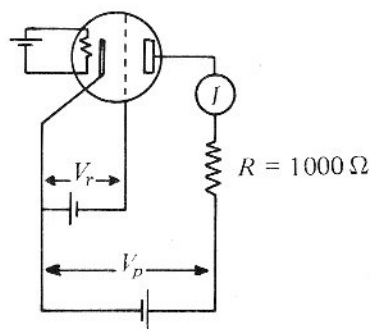


Figura 17.4P

Calcular:

- El voltaje de "estabilización" para V_r y V_p .

Resp. 0 v y 300 v.

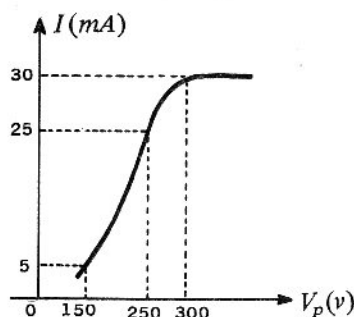


Figura 17.5P

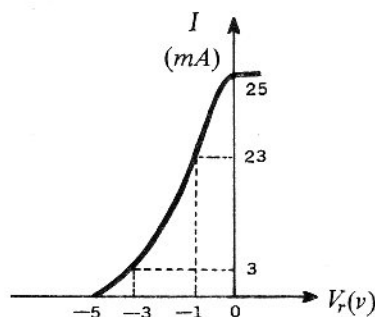


Figura 17.6P

(b) La intensidad de saturación de V_r y para V_p .
 Resp. 25 m/mA y 30 m/mA.

Historia de la electrónica

La necesidad de emitir, amplificar y captar las ondas electromagnéticas, fue la base para el desarrollo de la electrónica. Haremos una breve incursión en la historia de estas ondas.

En 1864, Maxwell demostró matemáticamente que cargas aceleradas producían campos magnéticos y eléctricos que se propagaban con la velocidad de la luz; esto es la onda electromagnética. 23 años después, Hertz comprobó experimentalmente esas predicciones.

En 1896, Marconi aprovechando los experimentos de Hertz, transmitió mensajes radioeléctricos entre Inglaterra y Francia, creándose, entonces, la telegrafía sin hilos.

Todo lo anterior no es aún la electrónica, se necesita descubrir el electrón. Fue J.J. Thomson quien identificó el electrón en 1897; por tanto se puede afirmar que esta fecha es el punto de partida de la electrónica.

(c) Si el voltaje V_r varía de -10 a -5 voltios, ¿cuál es la variación de voltaje en los bornes de R ?

Resp. 0 v.

(d) Si el voltaje V_r varía desde 0 hasta $+5$ voltios, ¿cuál es la variación de voltaje en los bornes de R ?

Resp. 0 v.

(e) Si el voltaje V_r varía desde -3 hasta -1 voltios, ¿cuál es la variación del voltaje en los bornes de R ?

Resp. 20 v.

(f) Si el voltaje V_p varía desde $+150$ hasta $+250$ voltios, ¿cuál es la variación de voltaje en los bornes de R ? (Comparar las respuestas (e) y (f).)

Resp. 20 v.

(g) La amplificación en voltaje de este triodo.

Resp. 10.

17.10 Un niño envía un mensaje a otro niño, utilizando el alfabeto Morse, por medio de una linterna encendiéndola o apagándola. Aquí se tiene un ejemplo de onda electromagnética modulada. ¿Emplea el niño una onda modulada en AM (amplitud modulada) o en FM (frecuencia modulada)?

17.11 Las señales luminosas de un semáforo cambian del rojo al verde. Este ejemplo de onda electromagnética, ¿es modulada en AM o en FM?

Los tubos electrónicos

En 1881, Edison hizo una observación fundamental sobre el paso de la corriente entre un filamento caliente y un electrodo frío, dentro de un tubo al vacío; para que la corriente pase se necesita que el electrodo frío sea positivo con respecto al filamento.

En 1890, Fleming interpreta esta observación diciendo que el filamento caliente emite cargas negativas: *efecto termoiónico*. En 1905, construye un tubo con dos electrodos para convertir corriente alterna en corriente continua: *el diodo*.

En la misma época, se sugirió la utilización de las desviaciones eléctricas y magnéticas de un haz electrónico para el estudio de corrientes eléctricas. Fue Wehnelt, quien mejorando la emisión termoiónica con el uso de óxidos alcalino-terrosos e inventando un electrodo que permitiera controlar la intensidad del haz catódico, realizó el primer cañón electrónico; así, estaba realizado el *osciloscopio catódico*.

En 1906, Lee de Forest inventó el primer *triodo*; escribió lo siguiente: "... para mejorar la sensibilidad de un detector, envolví el diodo en una hoja de papel de estaño y conecté este tercer electrodo a una antena. Me di cuenta que el rendimiento se podría aumentar si este tercer electrodo estaba introducido en el tubo. Tuve la idea de que este electrodo de control podía ser más eficiente entre la placa y el filamento. Pero evidentemente, este electrodo dispuesto así, no podía ser una placa llena. Ensayé una placa de platino perforada por numerosos huecos; este dispositivo funcionaba mucho mejor. Pero para simplificar y para que la construcción sea menos costosa, decidí realizar el electrodo intercalado, en forma de una rejilla constituida por un simple hilo en forma de zigzag puesto muy cerca del filamento. . .".

Por su fácil empleo, el triodo se impuso inmediatamente en la emisión y recepción de la radio. Con el descubrimiento de los tubos *tetrodo* en 1916 y *pentodo* en 1928, se amplificó y mejoró el campo de acción del triodo.

Para las frecuencias altas, en los triodos se presentan oscilaciones perjudiciales; éstas se deben a que el tiempo de tránsito de los electrones entre cátodo y ánodo es más corto que el período de la corriente que se quiere amplificar. En consecuencia, se inventaron nuevos tipos de tubos para frecuencias altas en 1939, el *klistrón* y el *magnetrón*.

La transmisión del sonido (radio) se perfeccionaba cada día. Había que descubrir el modo de transmitir imágenes (televisión). Haciendo una síntesis del osciloscopio y de la emisión fotoeléctrica, Zworykin, en 1933, inventó el *iconoscopio*; se podían emitir señales electromagnéticas proporcionales a la luminosidad del objeto. Los tubos actuales, supericonoscopio, orticón, vidicón, etc. tienen todos el mismo principio.

Los semiconductores

Los triodos presentan ciertos defectos: el calentamiento del cátodo no es una energía despreciable, el rendimiento de conversión de energía eléctrica en

energía radioeléctrica es bajo, mal funcionamiento en frecuencias altas y finalmente su gran tamaño; por tanto se buscó otra dirección.

Desde 1920, se están utilizando rectificadores secos sin que se conozca su mecanismo interno; están compuestos de una placa metálica recubierta de una capa semiconductor, como cobre-óxido de cobre, hierro-selenio, etc. En consecuencia, era necesario precisar la teoría de estos efectos, crear un nuevo campo: la *física del estado sólido*.

La invención del transistor, fue el resultado de importantes trabajos teóricos en este campo. En 1948, Bardeen, Brattain y Shockley dieron la descripción del transistor de puntas, así: "... se colocan dos contactos puntuales muy cerca el uno del otro (0,005 a 0,025 cm) sobre el lado superior de un pequeño bloque de germanio. Uno de ellos polarizado en el sentido directo se llama *emisor*. El segundo, polarizado en sentido contrario, se llama *colector*. Un contacto de gran superficie y de resistencia débil, sobre el lado inferior llamado *base*, es el tercer elemento del *transistor*. . .".

Este transistor fue rápidamente sustituido por el *transistor de uniones*, más estable, tal como vimos en el curso; pero se conservó y generalizó el simbolismo del transistor de puntas para todos los transistores.

El progreso de los elementos a semiconductores, depende en gran parte de la tecnología. Actualmente, se pueden fabricar en el mismo cristal regiones *n*, *p*, . . . , y realizar un circuito equivalente de amplificadores, resistencias, condensadores; esto es, el *circuito integrado*, que conduce a la microminiaturización de todos los equipos y a un cambio total de la electrónica aplicada.

Si vimos el uso de la electrónica en los campos de la radio, la televisión y el radar, no debemos olvidar los campos de la *automatización* y de los *computadores*. De este modo, la electrónica se encuentra entre la unión de la ciencia y de la técnica; utiliza inmediatamente todos los progresos científicos, contribuyendo igualmente al desarrollo de éstos: es la punta de lanza de la industria.

Quinta parte

Física moderna

Unidad 10

De la física clásica a la física cuántica

DIECIOCHO

Física cuántica

Varios fenómenos de la naturaleza no pueden explicarse lógicamente en la Física que vimos hasta hoy, llamada *física clásica*. Se deben *inventar* nuevas *explicaciones*, tales como la cuantificación de la energía.

Estudiaremos ahora, los hechos principales para cuya explicación es *necesaria y obligatoria* la introducción de los nuevos conceptos.

Hasta ahora la energía de una radiación electromagnética se considera como distribuida en forma *continua* en el espacio.

Sin embargo, el estudio de varios fenómenos como *la composición espectral de la radiación del cuerpo negro*, el *efecto fotoeléctrico* y el *efecto Compton* indican que estos fenómenos pueden ser explicados si suponemos que la energía de la radiación electromagnética está distribuida en el espacio en forma *discontinua*, o sea que la energía viene en *paquetes* de energía.

Finalizaremos este capítulo mostrando que esta dualidad de la luz, *onda-corpúsculo*, también tiene su equivalente para la materia y esto nos conducirá al principio de *incertidumbre*.

18.1 Radiación electromagnética según Maxwell

La teoría electromagnética de Maxwell, vista en el capítulo 16, muestra los siguientes hechos:

(a) **Carga con velocidad constante** Consideremos un conductor por el cual circula una corriente constante. Se sabe (y la teoría de Maxwell también lo predice)

que en el espacio que rodea al conductor se establece un *campo eléctrico* y un *campo magnético estático*.

(b) **Cargas aceleradas** Si se hace oscilar la corriente, o sea si se aceleran las cargas, la teoría de Maxwell, predice que *se radiará un tren de ondas cuya velocidad será la de la luz*. Matemáticamente hablando, la teoría produce ecuaciones de la misma forma de la ecuación general de una onda que se usó para describir movimientos tales como: olas en el agua, ondas sonoras, ondas en una cuerda y ondas luminosas. Toda ecuación de onda depende de la distancia, el tiempo y la velocidad de propagación de la onda, sin embargo, las demás variables dependen de la naturaleza de la onda que se estudia. Comparando el caso de la cuerda que vibra, con las ondas electromagnéticas, en la cuerda la ecuación nos daba la variación del desplazamiento de un punto, en función del tiempo y de la distancia y en la onda electromagnética podríamos escribir dos ecuaciones análogas, en las cuales el desplazamiento sería remplazado por el campo magnético B y el campo eléctrico E .

En el capítulo 16 se vio cuáles eran la estructura y las propiedades de esas ondas.

18.2 Radiación electromagnética según Planck

Desde principios del siglo XIX, se sabía que los cuerpos calientes, como los metales por ejemplo, emiten luz que se extiende en ambos lados del espectro visible, el *infrarrojo* y el *ultravioleta*. Generalmente, *todo*

cuerpo caliente emite radiaciones electromagnéticas. De todos los estudios hechos en este campo, Planck llegó al concepto de *cuanto de energía*.

(a) Radiación del cuerpo negro Si se construye una caja de cualquier material y forma y se deja un pequeño orificio, las radiaciones electromagnéticas que salen de la caja dependen solamente de la temperatura absoluta; es la *radiación del cuerpo negro*.

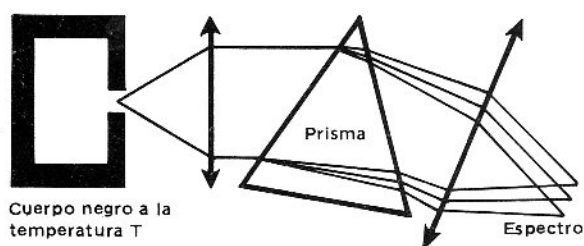


Figura 18.1

La figura 18.1 muestra el montaje que se utiliza para producir el espectro de la radiación del cuerpo negro.

Experimentalmente se estableció la curva de distribución de energía en función de la longitud de onda para ciertas temperaturas. Para explicarla teóricamente, varios investigadores atacaron este problema, sin obtener un éxito completo. En la figura 18.2 se representaron las curvas predichas por dos teorías: la de Wien y la de Rayleigh-Jeans. También se representó la curva experimental. Las dos teorías mencionadas fueron las que más se aproximaron a la solución del problema y como puede verse, la de Wien es válida únicamente para cortas longitudes de onda (altas frecuencias) y la de Rayleigh-Jeans para longitudes de onda muy grandes (muy bajas frecuencias).

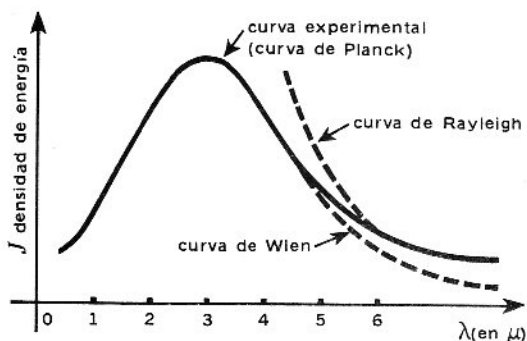


Figura 18.2

El físico alemán Max Planck fue uno de los investigadores que trató de resolver el problema de desarrollar una teoría adecuada para explicar la emisión de un espectro continuo.

(b) Hipótesis de Planck Los trabajos de Maxwell y Hertz llevaron a Planck a la convicción de que la radiación se origina en osciladores eléctricos microscópicos, (hoy diríamos electrones) supuso luego que cada oscilador tenía una frecuencia fija y que emitía radiaciones de esa frecuencia; todas las frecuencias estarían presentes, debido al enorme número de osciladores y por tanto el espectro sería continuo.

Nada de lo anterior va en contra de los principios clásicos. Pero el punto de vista clásico lleva implícitos otros dos postulados; uno, es aceptar que la energía E de un oscilador individual puede tener cualquier magnitud mayor que cero, y que ese oscilador puede absorber o emitir cualquier cantidad de energía.

El otro postulado clásico es: puesto que cualquier carga eléctrica sometida a la aceleración emite radiación electromagnética, un oscilador eléctrico debe emitirla constantemente mientras vibra. Planck partió de dos postulados que niegan el punto de vista clásico; esos postulados son:

(i) *Cada oscilador sólo puede tener ciertas energías* Estas energías permitidas, son múltiplos enteros de una cantidad hf , siendo h la constante universal, conocida como *constante de Planck*, y f la frecuencia del oscilador. Así la energía de un oscilador E en cualquier instante puede ser 0, $1 hf$, $2 hf$, $3 hf$, o en general, nhf , siendo n un número entero. Su energía nunca podrá tener valores fraccionarios como $1,85 hf$, o semejantes.

En resumen,

$$E = nhf$$

y la cantidad hf recibe el nombre de *cuanto de energía* correspondiente a la frecuencia f . En otras palabras, la energía total de un oscilador está *cuantificada* o dividida en *paquetes* cada uno con magnitud hf . Por tanto, cualquier cambio de energía ΔE , del oscilador no ocurre gradual y continuamente sino súbita y discontinuamente por ejemplo de $3 hf$ a $2 hf$.

(ii) *Un oscilador radia energía solamente cuando pasa de uno de los valores o niveles de energía permitidos a otro menor*, y la energía E que pierde se emite como un pulso de radiación electromagnética de energía hf . Inversamente, un oscilador puede absorber cuantos de energía hf , de la radiación incidente, pasando inmediatamente a un nivel de energía superior.

Con la ayuda de estas suposiciones, Planck dedujo rigurosamente la ecuación de la curva experimental de la figura 18.2.

Actualmente se acepta que la idea de la cuantificación de la energía se aplica, no solamente a fenómenos microscópicos, sino a cualquier sistema físico en el cual la energía está asociada con un período de oscilación, vibración o rotación; el pequeño valor de h hace que los efectos de cuantificación de la energía sólo sean importantes en sistemas microscópicos en los cuales los cambios individuales de energía son muy pequeños.

En resumen, Planck supone que un oscilador no puede absorber o emitir energía sino en cuantos de magnitud hf y admite que una vez emitida la energía, se distribuye uniformemente a través del frente de onda como lo exige la teoría de Maxwell.

18.3 Efecto fotoeléctrico

Dos experimentos fundamentales confirman plenamente la hipótesis de Planck, el *efecto fotoeléctrico* y el *efecto Compton*. Dada su importancia, se analizan ahora.

La figura 18.3 muestra una disposición típica para el estudio del efecto fotoeléctrico. Un tubo de vidrio vacío contiene dos electrodos:

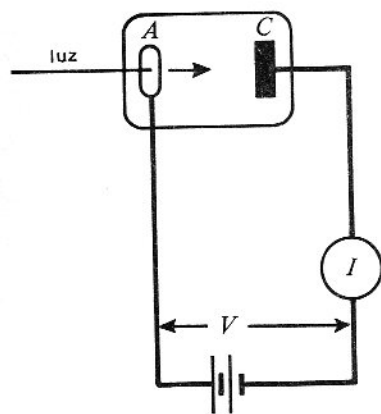


Figura 18.3

el cátodo C es la superficie fotoeléctrica que se va a investigar y el ánodo o placa A es un anillo que deja pasar la luz y recoge los electrones emitidos por C.

Haremos dos series de experimentos:

(a) De la intensidad de la luz incidente Si una luz

monocromática de longitud de onda λ e intensidad ϕ_1 incide sobre la superficie C de la figura 18.3, los electrones emitidos por la superficie sufrirán la acción del campo eléctrico aplicado entre el cátodo C y el ánodo A. Si A se hace positivo con respecto a C, los electrones serán acelerados hacia A y si A se hace negativo, los electrones se retardarán. La corriente registrada por el amperímetro es proporcional al número de electrones por segundo que alcanzan el ánodo. Si se construye una gráfica de la corriente fotoeléctrica en función de la diferencia de potencial, V , entre A y C (figura 18.4) se encuentra que para todos los valores positivos de V , la corriente es constante, pero al hacerse A negativo con respecto a C, la corriente decrece rápidamente anulándose para cierto valor V_0 . Si la intensidad del rayo de luz monocromática aumenta desde ϕ_1 hasta ϕ_2 , y la experiencia se repite, la corriente fotoeléctrica sufre un incremento en la misma proporción para todos los valores de V . Cuando V se hace negativo, la corriente fotoeléctrica decrece bruscamente y alcanza un valor nulo para el mismo valor V_0 de la tensión que se puede llamar *potencial de corte* para esta longitud de onda particular.

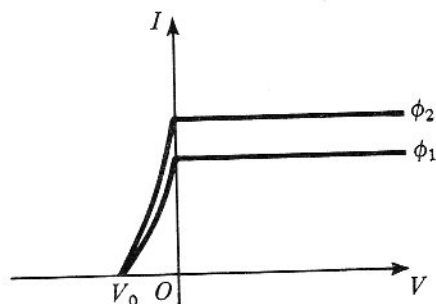


Figura 18.4

En esta experiencia se obtuvieron dos resultados de gran importancia.

(i) La proporcionalidad directa entre la corriente máxima y la intensidad de la luz indica que el número de electrones emitidos por segundo sobre la superficie C es directamente proporcional a la intensidad del rayo de luz incidente.

(ii) El hecho de que el potencial de corte V_0 sea independiente de la intensidad del rayo, sólo puede interpretarse suponiendo que la energía cinética de los electrones emitidos por la superficie no excede de cierto valor máximo, dado por:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2_{\text{máx}} = e V_0$$

(b) **De la longitud de onda de la luz incidente** Las superficies fotoeléctricas se iluminan con luces de diferentes longitudes de onda y se determina el potencial de corte V_0 para cada longitud particular. Los resultados se comprenden mejor, representándolos gráficamente como en la figura 18.5 que es el gráfico de E_c en función de la frecuencia f de la luz incidente sobre la superficie dada.

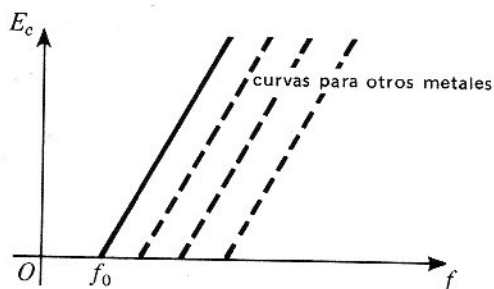


Figura 18.5

Estudiando la figura, puede verse que cuando la frecuencia de la luz disminuye gradualmente, la energía cinética máxima también disminuye, hasta que para una frecuencia crítica f_0 la energía cinética de los electrones emitidos es nula. En otras palabras, una luz de frecuencia igual o menor que f_0 no puede liberar electrones del metal, por intenso que sea el haz luminoso. Esta frecuencia crítica f_0 recibe el nombre de *frecuencia del umbral fotoeléctrico* para el metal usado.

Cuando se estudia el comportamiento de diferentes metales, en el efecto fotoeléctrico, se encuentra que para cada metal la frecuencia del umbral fotoeléctrico es diferente y que la pendiente de la recta es la misma para todos los metales, por tanto, si dibujamos los gráficos para diferentes metales sobre un mismo par de ejes de coordenadas obtendremos una familia de rectas (líneas punteadas de la figura 18.5).

Finalmente se observó que cuando la frecuencia de la luz excede a f_0 aún los rayos de poca intensidad liberan electrones *casi instantáneamente*.

Estos hechos experimentales están en desacuerdo con la teoría de Maxwell, según la cual la energía estaría distribuida uniforme y continuamente en un frente de onda. En efecto:

(i) Si la luz incidente no es intensa, tendríamos que esperar un tiempo considerable para permitir que un electrón almacenara la energía necesaria para liberar-

se del átomo al cual pertenece y esto como hemos visto no sucede en la realidad.

(ii) La teoría de Maxwell no puede explicar por qué la velocidad máxima de los electrones varía con la frecuencia de la radiación incidente.

(iii) La teoría de Maxwell no puede explicar por qué la velocidad máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la radiación incidente.

(c) Hipótesis de Einstein

Einstein extendió la idea de cuantificación de Planck a la *propagación* de la radiación electromagnética. Al contrario de Planck, supuso que el cuanto de energía emitido por un oscilador no se distribuía sobre el frente de onda, sino que seguía siendo un cuanto o *paquete* de energía de magnitud hf . A este cuanto de energía, se le dio el nombre de *fotón* pero no debe confundirse con los fotones de la teoría de Newton, ya que estos eran partículas materiales.

Aplicando el principio de la conservación de la energía, Einstein supuso que el fotón entregaba toda su energía al electrón, energía que se distribuía de la siguiente manera:

(i) Liberando el electrón para realizar un trabajo contra las fuerzas electromagnéticas que lo une al metal. Para un electrón situado sobre la superficie del metal, este trabajo es mínimo y se denomina *trabajo de extracción* W_e .

(ii) Proporcionando al electrón liberado, una energía cinética que es máxima para el electrón de la superficie (figura 18.6).

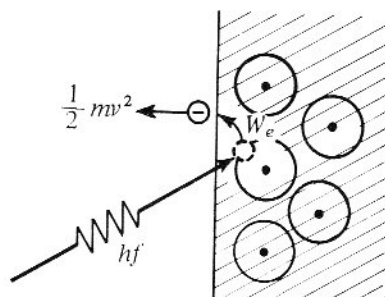


Figura 18.6

En consecuencia, se puede escribir la *ecuación de Einstein*:

$$hf = W_e + \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

Cuando la frecuencia del fotón disminuye, la energía cinética del electrón liberado también disminuye y para una cierta frecuencia umbral f_e el electrón liberado no tendrá energía cinética. De la ecuación anterior se deduce:

$$hf_0 = W_e \quad (3)$$

Así se aclara el significado de la frecuencia umbral. Puesto que los metales difieren en su composición química y en su estructura electrónica, es de esperarse que el trabajo de extracción y por tanto *la frecuencia umbral varíe de un metal a otro*, como vimos experimentalmente.

Si la energía del fotón es menor que W_e el electrón no puede liberarse y por tanto no puede ser emitido: *no habrá efecto fotoeléctrico*.

Combinando las ecuaciones (1), (2), (3) se obtiene

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = eV_0 = hf - hf_0$$

que muestra que E_c en función de f es la ecuación de una recta de pendiente h constante para todos los metales.

Por otra parte una mayor intensidad de la radiación luminosa implica que incidan un mayor número de fotones por unidad de tiempo y por lo tanto el número de electrones liberados debe aumentar con la intensidad de la luz como se observa en la práctica.

En resumen, la ecuación de Einstein sintetiza todos los hechos acerca del efecto fotoeléctrico.

Nota: Es interesante ver que la teoría de Einstein considera los frentes de onda de las radiaciones luminosas como tachonados de fotones, como si un globo lleno de puntos en su superficie se dilatara con la velocidad de la luz. A medida que el frente de onda se expande, la energía luminosa por unidad de área disminuye debido a que la separación entre los fotones aumenta. Los haces luminosos generalmente usados en experimentos sobre reflexión, refracción, interferencia, etc. . . , tienen tantos fotones que la individualidad de estos no se manifiesta y la energía parece estar distribuida continuamente en la misma forma en que un objeto parece estar constituido por materia continua y no por átomos. Por tanto, la teoría clásica sigue siendo útil para los fenómenos puramente ópticos, sin embargo se debe usar la teoría cuántica para entender la interacción entre la luz y la materia.

18.4 Rayos X

En la sección anterior se vio que un haz de radiación electromagnética puede liberar electrones de los áto-

mos de un metal; podríamos preguntarnos si este fenómeno es o no reversible, o sea, si una corriente de electrones podría entrar a formar parte de átomos metálicos emitiendo radiación electromagnética. Efectivamente, en 1895, Roentgen descubrió que una corriente de electrones (conocidos en esa época como rayos catódicos) al chocar con un obstáculo producían una radiación que Roentgen llamó X, porque no conocía su naturaleza. Los estudios posteriores demostraron que estos rayos son simplemente otro tipo de radiación electromagnética análoga a las ondas de radio, etc. . . , y que provenían de los saltos de los electrones en las capas internas del átomo (capas K, L, M. . .).

La producción de los rayos X ya se ha vuelto familiar, pero recordemos que se producen acelerando los electrones emitidos por un filamento caliente a través de una diferencia de potencial alta, de manera que vayan finalmente a golpear un ánodo metálico o anticátodo (figura 18.7). La energía de los rayos X emitidos, (energía hf de los fotones) depende de la energía cinética de los electrones, la cual a su vez depende de la diferencia de potencial que se use para acelerarlos. Es el fenómeno inverso del efecto fotoeléctrico.

$$eV = \frac{1}{2} m v^2 = hf \quad (W_e \text{ es despreciable})$$

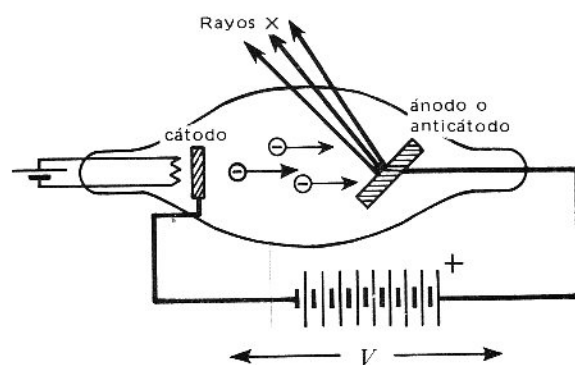


Figura 18.7

18.5 Efecto Compton

Hemos visto ya dos interacciones entre fotones y partículas materiales (efecto fotoeléctrico y producción de rayos X). En ambos casos el fotón o se genera o desaparece como tal; podríamos preguntarnos ahora si será posible que haya una interacción diferente entre un fotón y un electrón, ¿podrán ellos chocar como si fueran dos bolas de billar?

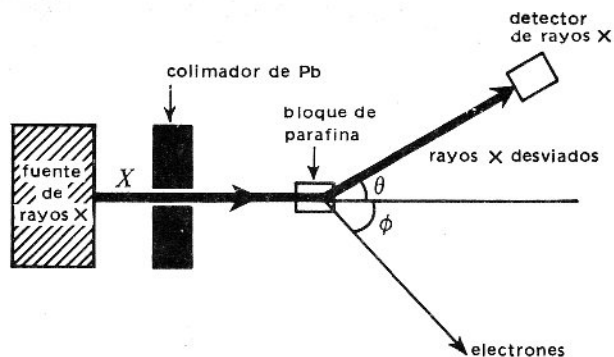


Figura 18.8

En 1923 A. H. Compton, estudiando la radiación X dispersada por diferentes objetos, observó que la frecuencia de la radiación dispersada por un bloque de parafina es menor que la de la radiación incidente y que salían electrones del bloque de parafina con cierta energía cinética (figura 18.8). La explicación del fenómeno la dieron casi simultáneamente Compton y Debye, pero antes de enunciarla se deben introducir otros conceptos.

En su teoría especial de la relatividad, Einstein (1905) había demostrado que la energía y la materia son equivalentes, pudiéndose considerar la materia como una condensación de la energía. La ecuación que relaciona la energía y la materia es:

$$E = mc^2$$

La validez de esta ecuación ha sido comprobada muchas veces y los experimentos nucleares la han hecho tan conocida que no es necesario decir más acerca de ella. También, con los instrumentos modernos, se ha logrado condensar grandes cantidades de energía y sintetizar, partículas materiales.

Ahora bien, si la energía y la materia son equivalentes, podemos asignarle una *masa* a un fotón, de manera que esa masa equivalga a su contenido de energía. Sabemos que la energía de un fotón es hf , por tanto se puede escribir

$$E = hf = mc^2$$

de donde

$$m = \frac{hf}{c^2}$$

y la cantidad de movimiento es:

$$p = mc = \frac{hf}{c}$$

Teniendo ya una masa para el fotón no parece tan contradictorio hablar de un choque entre un fotón y un electrón. El efecto Compton se ha explicado con base en esta suposición y aplicando a la colisión entre el fotón y los electrones del bloque de parafina los principios de mecánica usuales, es decir, la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento (choque perfectamente elástico).

En la figura 18.9, se ha hecho una representación de la colisión.

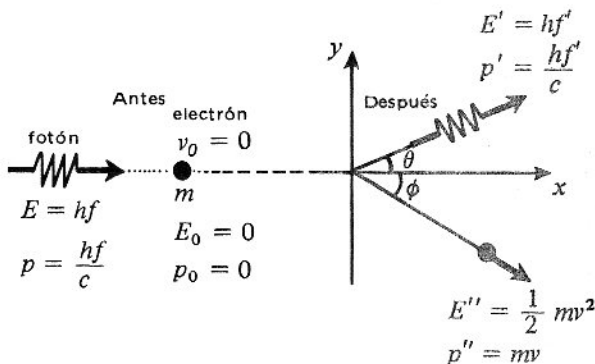


Figura 18.9

Las ecuaciones son

$$\frac{hf}{c} = \frac{hf'}{c} \cos \theta + mv \cos \phi$$

$$0 = \frac{hf'}{c} \sin \theta - mv \sin \phi$$

$$hf = hf' + \frac{1}{2} mv^2$$

Se han efectuado experiencias de gran precisión, que comprobaron la validez de los razonamientos enunciados atrás.

18.6 Onda de materia

Hemos visto que la radiación electromagnética tiene un carácter dual, comportándose a veces como partícula o como onda. En 1924 el francés De Broglie lanzó la hipótesis de que este *carácter dual, onda y corpúsculo*, no estaría confinado únicamente a la radiación, sino que también se daría para todas las entidades físicas fundamentales. Según esta hipótesis, los electrones, átomos y moléculas tendrían un cierto *tipo de movimiento ondulatorio asociado* a los mismos. De Broglie enunció esta hipótesis fundamentada en consideraciones basadas sobre la teoría de la Relatividad especial y la teoría cuántica, y sobre la analogía con los fotones.

Para los fotones tenemos:

$$E = hf = mc^2$$

$$\text{o sea } f = \frac{mc^2}{h}; \text{ pero como } \lambda = \frac{c}{f}$$

$$\text{tendremos } \lambda = \frac{ch}{mc^2}$$

La longitud de onda de un fotón es por tanto:

$$\lambda = \frac{h}{mc}$$

La longitud de onda para una partícula por analogía será:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

siendo v la velocidad y p la cantidad de movimiento de la partícula.

Davisson y Germer, en 1927, comprobaron la existencia de la onda asociada a los electrones, y la longitud de onda predicha por la teoría, con experiencias de *interferencia y difracción*.

Experimentos posteriores demostraron que otras partículas, tales como protones, átomos y moléculas también presentan una onda asociada, frecuentemente llamada *onda de materia*.

18.7 El principio de incertidumbre

Analizando detenidamente los procedimientos de medidas, vamos a ver que la dualidad onda-córpúsculo de la luz como de la materia, nos conduce al descubrimiento de un nuevo principio de la naturaleza.

Consideremos un haz de partículas (materiales o fotones) paralelo, que incidan sobre una rendija de ancho Δx , cada una con una cantidad de movimiento $p = mv$.

Sabemos que se forma una figura de difracción (ver sección 8.8) cuya banda central tiene un ancho angular de

$$\text{sen } \theta = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

Esto nos indica que las partículas al atravesar la rendija adquieren una cantidad de movimiento Δp_x que se extiende de 0 (para las partículas que llegan a M) hasta el valor $\Delta p_x = p \text{ sen } \theta$ (para las partículas que llegan a N).

Así vemos que existe una incertidumbre Δp_x sobre la cantidad de movimiento en la dirección X de la partícula que pasa por la rendija Δx . La posición de la partícula es también incierta: puede pasar a través de cualquier punto dentro del ancho Δx .

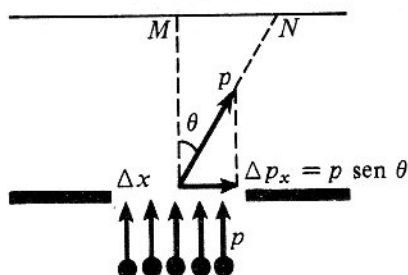


Figura 18.10

Si tratamos de localizar mejor la partícula haciendo Δx más estrecho, aumentamos el ángulo θ por la relación anterior de la difracción y por tanto Δp_x .

Reuniendo las dos ecuaciones anteriores

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\text{sen } \theta}$$

$$\Delta p_x = p \text{ sen } \theta$$

multiplicando miembro a miembro y utilizando la relación de De Broglie $\lambda = h/p$, obtenemos

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h$$

Esta relación representa una limitación a nuestro saber. Anteriormente encontramos algunas limitaciones naturales. Podemos citar: las leyes de conservación, el rendimiento de una máquina Carnot es $(T_c - T_f)/T_c$, la velocidad máxima de una partícula es 300.000 km/seg (ver Relatividad).

Estas limitaciones son inherentes a la Naturaleza y forman los principios de la Física.

Generalizando el experimento anterior, el alemán Heisenberg enunció el *principio de incertidumbre* así:

Es imposible conocer simultáneamente con exactitud la posición y la cantidad de movimiento de una partícula. El producto de la incertidumbre sobre la posición Δx por la incertidumbre sobre la cantidad de movimiento Δp_x es superior o igual a la constante de Planck h , o sea

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

Esta relación indica que la trayectoria de una partícula nunca podrá ser predecida con exactitud como lo hacía las ecuaciones de Newton y esto conduce a modificar la ley de causalidad cuando se trata de partículas en movimiento, y trasformarla en ley de probabilidad.

Aplicaciones

18.1A Aplicaciones del efecto fotoeléctrico

Se pueden fabricar células fotoeléctricas sensibles a la luz visible y a la luz invisible como los rayos infrarrojos. Esto permite un uso muy variado y generalizado de las células.

(a) Para hacer funcionar un electroimán

La luz proveniente de una bombilla *B*, incide sobre una célula *C* y produce una corriente *I*. Esta al ser amplificada, actúa sobre un electroimán *E* atrayendo por tanto el interruptor *S* y manteniendo abierto el circuito eléctrico *X* (figura 18.1A).

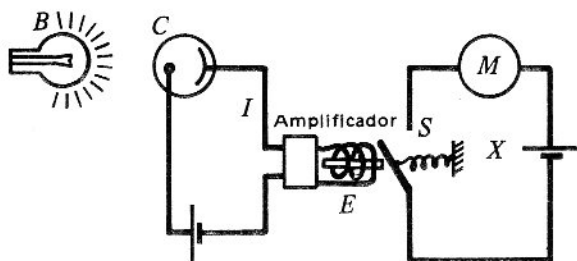


Figura 18.1A

Cuando un objeto o una persona, pasa entre la bombilla *B* y la célula *C*, se interrumpe el flujo luminoso, lo que a su vez suprime la corriente *I* y el interruptor *S* no atraído por el electroimán, cierra el circuito eléctrico *X*; esto hace funcionar un motor *M* que a su vez abre puertas, hace funcionar escaleras en los grandes almacenes, cuenta personas en una exposición u objetos fabricados en serie, o pone en movimiento una alarma.

(b) Reproducción del sonido

En la página 89 se mostró el uso de la célula fotoeléctrica para la reproducción y la grabación del sonido.

(c) Tubo fotomultiplicador

La luz cae sobre una superficie fotoeléctrica *S* muy delgada, y produce la salida de electrones que son atraídos por el ánodo a_1 (a un potencial por ejemplo de +100 voltios con respecto a la superficie) (figura 18.2A). Esos electrones primarios, chocan con el ánodo a_1 y producen la salida de tres o cuatro electrones secundarios por cada uno de ellos, que son atraí-

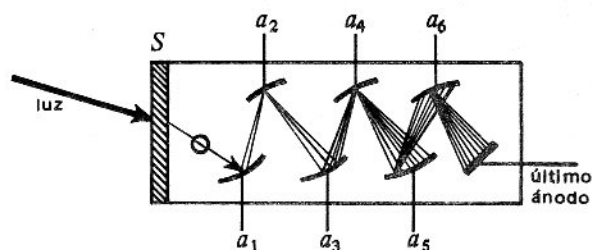


Figura 18.2A

dos por el ánodo a_2 (a +200 voltios). Chocando con este ánodo, tendremos otros electrones secundarios y así sucesivamente. Si tenemos 10 ánodos, tendremos por ejemplo 3^{10} electrones en el último ánodo por cada electrón primario; es decir, que la corriente primaria fue multiplicada por 3^{10} .

Esos tubos son muy sensibles y se utilizan para medir luz muy débil.

18.2A Transformador de imagen infrarrojo

Las radiaciones infrarrojas de una imagen caen sobre una superficie fotoeléctrica muy delgada que emite electrones. Por medio de campos eléctricos o magnéticos, se pueden focalizar estos electrones sobre una pantalla fluorescente y así tendremos una imagen visible (figura 18.3A).

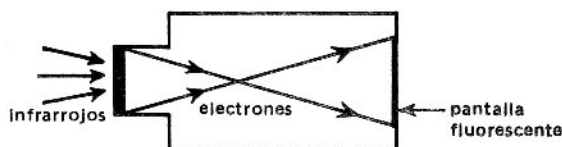


Figura 18.3A

Este aparato se utiliza para ver en la oscuridad, iluminando los objetos con infrarrojo, por ejemplo, para el estudio de la vida animal nocturna, etc.

Como se puede deducir, en tiempos de guerra, su uso es muy generalizado.

18.3A Intensificador de rayos X

Semejante al transformador anterior. De una imagen formada por rayos X sobre una superficie fotoeléctrica, se obtiene una imagen de electrones que llegan contra una pantalla fluorescente, produciendo una imagen visible y alejada de los rayos X. Al reducir

la imagen y focalizar fuertemente los electrones, la iluminación de la imagen visible se puede intensificar hasta 1000 veces (figura 18.4A).

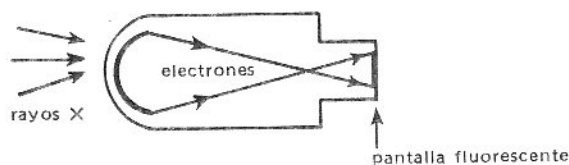


Figura 18.4A

El intensificador de rayos X permite tener una imagen reducida y muy nítida y evitar el peligro de los rayos X.

18.4A Aplicaciones de los rayos X

(a) Aplicaciones médicas

Si se instala al paciente entre el tubo de rayos X y una pantalla fluorescente se tiene la *radioscopia* y si se remplace la pantalla fluorescente por una placa fotográfica, se tiene la *radiografía* (figura 18.5A).

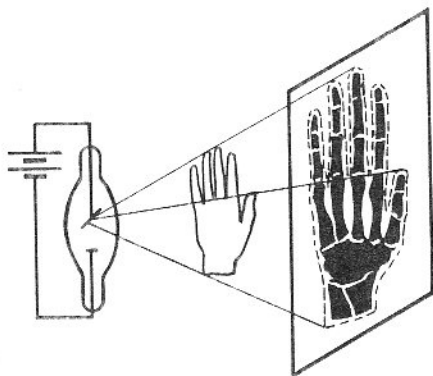


Figura 18.5A

Los huesos producen una sombra más clara que los tejidos blandos, porque absorben más rayos X. Así, se localiza fácilmente una fractura, un proyectil, etc. Para aumentar el contraste entre las vías digestivas y sus alrededores, se puede hacer ingerir al enfermo una solución de sulfato de bario que absorbe los rayos X.

La exposición prolongada a los rayos X provoca quemaduras, anemias, etc. Los tejidos cancerosos se des-

truyen más rápido que los tejidos sanos y de allí los tratamientos de *radioterapia*.

(b) Aplicaciones industriales

En la industria se hacen radiografías de piezas metálicas. Ejemplo, una mancha oscura en una pieza determina la falta de materia.

También se pueden tener informaciones sobre la estructura cristalina de los metales o aleaciones (metalurgia). En los cristales, los átomos están dispuestos regularmente en los vértices de las mallas de una red cristalina.

En el cristal los planos paralelos equidistantes que pasan por estos átomos, son los planos atómicos (figura 18.6A).

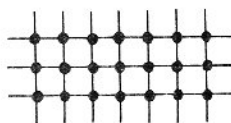


Figura 18.6A

Si los rayos X paralelos, inciden sobre estos planos, tendremos:

Los rayos X que se reflejan sobre un plano atómico según las leyes de la reflexión (figura 18.7A).

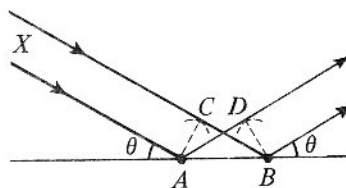


Figura 18.7A

Sea el frente de onda AC llegando sobre los átomos A y B . Estos radian en todas las direcciones. Con la construcción de Huygens se tiene un frente de onda reflejado BD semejante al de la reflexión óptica y por lo tanto, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

Ecuación de Bragg

Sean dos rayos X paralelos, que llegan cada uno sobre un átomo de dos planos atómicos vecinos separados una distancia d . (figura 18.8A)

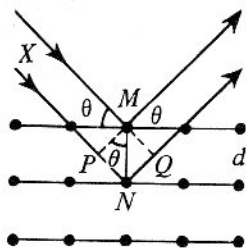


Figura 18.8A

Los dos rayos reflejados estarán en interferencia constructiva si la diferencia de camino $PN + NQ$ es un número entero de longitud de onda, o sea que $PN + NQ = n\lambda$

pero como $PN = NQ = d \sin \theta$

finalmente: $2d \sin \theta = n\lambda$

Esta ecuación se conoce con el nombre de ecuación de Bragg y expresa las condiciones para la reflexión de los rayos X. Si se conoce la distancia entre dos planos atómicos, se puede calcular la longitud de onda de los rayos X y con este dato, medir la distancia atómica de otros cristales.

18.5A El experimento de Davisson y Germer:

Electrones acelerados bajo una cierta diferencia de potencial, llegan sobre un cristal de níquel y se reflejan según la ecuación de Bragg, como si fueran rayos X. La longitud de onda de estos electrones coincide exactamente con el valor previsto por De Broglie (figura 18.9A).

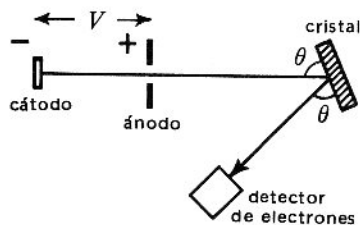


Figura 18.9A

Se ha repetido el experimento con átomos de H, moléculas de H, átomos de helio, neón, argón y también con neutrones. Siempre fue verificada la relación de De Broglie.

Esta difracción de electrones y neutrones es muy utilizada para el estudio de capas muy delgadas; per-

mite precisar la estructura de las moléculas, la posición de los diferentes átomos en la molécula y la repartición electrónica alrededor del núcleo.

Ejercicio

El experimento original se hizo con electrones acelerados con una diferencia de potencial de 54 voltios, y se encontró un ángulo $\theta = 30^\circ$. Demostrar que la distancia entre los planos atómicos del cristal es 1,66 Å. (Se tomará $n = 1$; n = número de orden de la difracción).

Problemas

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ jul} \cdot \text{seg} \quad m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/seg} \quad e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ cul}$$

$$\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

Un electrón-voltio (ev) es la energía que adquiere un electrón acelerado por una dp de 1 voltio, o sea

$$1 \text{ ev} = eV = 1,6 \times 10^{-19} \text{ cul} \times 1 \text{ v}$$

$$1 \text{ ev} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ jul}$$

18.1 ¿Cuál es la energía de un fotón de luz cuya longitud de onda es 5000 Å? Resp. $4 \times 10^{-19} \text{ jul}$.

18.2 ¿Cuál es la energía de un fotón de luz azul cuya longitud de onda es 4000 Å? Resp. 3,1 ev.

18.3 Mostrar que la energía en ev de un fotón de longitud de onda en Å está dada por la relación

$$E(\text{ev}) = \frac{12,400}{\lambda(\text{Å})}$$

18.4 Un transmisor de radio de 10 kw emite una frecuencia de 1,5 Megaciclos. ¿Cuál es la cantidad de fotones emitidos por segundo? Resp. 10^{31} fotones.

18.5 Iluminando una superficie con luz de cierta frecuencia, se necesita un cierto potencial para frenar todos los electrones emitidos. Se varía la frecuencia de la luz y se observa que el potencial de corte ha variado 6,63 voltios. ¿Cuál fue la variación de frecuencia? Resp. $1,6 \times 10^{15} \text{ hz}$

18.6 ¿Cuál es la longitud de onda umbral del tungsteno si el trabajo de extracción es 4,52 ev? Resp. 2740 Å.

18.7 Sea una luz de longitud de onda variable. Cuando su longitud de onda es 4000 Å los electrones empiezan a liberarse de la superficie que recibe la luz. ¿Cuál será la energía cinética de los electrones liberados por esta superficie si la luz tiene una longitud de onda de 3000 Å? Resp. 1,03 ev.

18.8 El trabajo de extracción del sodio es 2,5 ev.
 (a) ¿Cuál es la longitud de onda umbral para una superficie de este metal?
 (b) ¿Cuál es la energía cinética de los electrones liberados por esta superficie para una luz de 4000 Å?
Resp. 4960 Å, 0,6 ev.

18.9 Mostrar que la longitud de onda mínima en Å de los rayos X producidos por electrones acelerados por una diferencia de potencial V en voltios es

$$\lambda(\text{Å}) = \frac{12.400}{V(\text{v})}$$
 (comparar con el problema 18.3)

18.10 (a) ¿Cuál es la mínima diferencia de potencial entre el filamento y el anticátodo de un tubo de rayos X para que el tubo produzca rayos X de longitud de onda 0,5 Å?
 (b) ¿Cuál es la longitud de onda más corta producida en un tubo de rayos X que funciona a 2 millones de voltios.

18.11 Un fotón de 500 kev choca con un electrón en reposo y éste adquiere una energía de 400 kev.
 ¿Cuál es la longitud de onda del fotón desviado?
Resp. 0,13 Å.

18.12 Un fotón de frecuencia inicial $3 \times 10^{19} \text{ seg}^{-1}$ entra en colisión con un electrón en reposo, y se desvía 90° con respecto a su dirección inicial. Hallar su nueva frecuencia.

18.13 Un haz de rayos X cuya longitud de onda es 0,6 Å se desvía 45° en una colisión con respecto a un electrón en reposo. Hallar la nueva longitud de onda.

18.14 Calcular la longitud de De Broglie de una bola de ping-pong de 10 gramos cuando se mueve a 6,63 m/seg. *Resp.* 10^{-32} m .

18.15 (a) Un electrón se mueve con una velocidad de $3 \times 10^8 \text{ cm/seg}$. ¿Cuál es su longitud de onda de De Broglie?

(b) Un protón se mueve con la misma velocidad. Determinése su longitud de onda de De Broglie.

18.16 ¿Cuál es la longitud de De Broglie de una partícula de masa igual a la del electrón y de carga doble a la del electrón, acelerado bajo una diferencia de potencial de 91 voltios. *Resp.* 0,9 Å.

18.17 Mostrar que la longitud de De Broglie de una carga q que se mueve en un círculo de radio R dentro de un campo magnético B es $\lambda = \frac{h}{BqR}$.

18.18 En una caja de longitud L , un electrón de masa m va y viene con cierta velocidad. Para que exista este electrón se necesita que se establezca un sistema de ondas estacionarias con su onda de De Bro-

glie, (semejante a las ondas estacionarias de una cuerda vibrante) (figura 18.1P).

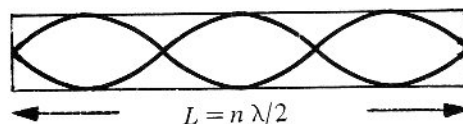


Figura 18.1P

Mostrar que la energía cinética del electrón es:

$$E = \frac{h^2}{8mL^2} n^2 \text{ siendo } n = 1, 2, 3, \dots$$

Este problema nos indica que:

- (a) la energía de un sistema tiene valores discretos.
- (b) el más pequeño valor de la energía cinética es superior a cero.

18.19 El electrón del problema anterior, por su carga producirá una onda electromagnética. Mostrar que la frecuencia mínima de esta radiación es: $f = \frac{3h}{8mL^2}$.

18.20 Un haz de electrones de masa m y de carga e acelerados por una diferencia de potencial V , se dirigen hacia dos ranuras separadas por una distancia s , llegando a una pantalla fluorescente situada a la distancia D y formando una serie de franjas brillantes y oscuras.

(a) Hacer un esquema del experimento.

(b) Mostrar que la distancia entre una franja brillante

y la siguientes es:
$$\frac{hD}{s\sqrt{2emV}}$$

siendo h la constante de Planck.

18.21 ¿Cuál es la incertidumbre en la velocidad de un electrón confinado en una caja de 100 Å?

18.22 Mostrar que la relación de incertidumbre puede escribirse como $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$ y que establece que la incertidumbre ΔE de una medida de energía por la incertidumbre Δt del tiempo en que se hace es igual o mayor que h .

18.23 Un campeón de tiro dispara balas de masa m con velocidad v sobre un blanco situado a una distancia L . Mostrar que a pesar de todo el cuidado que pone, las balas fallaron por una distancia mínima cuyo orden de magnitud es: $\sqrt{\frac{hL}{mv}}$

siendo h la constante de Planck. Estimar esta distancia usando valores razonables. (Sugerencia: Calcular la componente de v en el plano del blanco).

La historia de los cuantos

El siglo XIX fue el período más exitoso de la física clásica, es decir, la que trata de los fenómenos que podemos medir directamente a nuestra escala.

Su desarrollo era el prolongamiento natural de la mecánica de Newton de los siglos XVII y XVIII, que se basaba sobre consideraciones del punto material y de una suma de puntos materiales; en síntesis, sobre una estructura discontinua de la materia.

Pero la idea del continuo se estaba imponiendo lentamente en física, particularmente en los campos de hidrodinámica, acústica, óptica física, termodinámica y electromagnetismo de Maxwell. Se eliminaba toda idea de discontinuidad de la materia y de la energía.

A esta corriente que llevaban los científicos hacia una representación continua del mundo físico, se estaban oponiendo hechos en favor de la discontinuidad.

Discontinuidad de la electricidad

Entre 1880 y 1900, se acumularon las experiencias en favor de la existencia de una estructura discontinua en la electricidad.

El estudio de la electrólisis daba la idea de que en los gases y líquidos podían existir iones transportadores de cargas eléctricas, en números múltiples de una unidad fundamental.

La descarga en los gases, indicaba que la electricidad negativa siempre se transportaba por pequeños corpúsculos, a quienes se les dio el nombre de electrones. Estos se encontraron en la emisión fotoeléctrica de ciertos metales iluminados por luz de longitud de onda corta, en la emisión termoiónica de los filamentos calientes y más tarde en la emisión de ciertos cuerpos radiactivos (rayos Beta). Se podían seguir sus trayectorias o desviarlos por campos eléctricos o magnéticos.

Los experimentos de Millikan de la gota de aceite, en 1917, permitió conocer con exactitud el valor de la carga del electrón.

Discontinuidad de la materia

A partir de 1900, todos los químicos usaban la hipótesis atómica y los físicos estaban reuniendo una gran cantidad de pruebas experimentales indirectas pero convergentes, en favor de la existencia de átomos y moléculas.

En esta época, se midió con bastante exactitud el número de Avogadro, constante fundamental del atomismo.

Aplicando esta hipótesis a los gases, Boltzman desarrolló la teoría cinética de los gases, interpretando sus leyes, y Einstein pudo explicar el movimiento browniano (agitación caótica de las moléculas); todo esto milita en favor de la estructura discontinua de la materia.

Poco a poco, a pesar de la resistencia de los partidarios del continuo, los atomistas afirmaban que detrás de las apariencias de los fenómenos observables a nuestra escala, se escondía a una escala microscópica, una realidad en donde las discontinuidades debían tener un papel muy importante.

Discontinuidad de la energía

El origen de los cuantos se encuentra en las investigaciones hechas por los físicos sobre el cuerpo negro (interior de un horno mantenido a temperatura constante). Se buscaba la ley de repartición de la energía que emitía el horno, entre las diferentes longitudes de ondas.

Wien obtuvo una fórmula pero era arbitraria y no coincidía perfectamente con la experiencia.

Los teóricos Rayleigh y Jean, basándose en que las absorciones y emisiones de las radiaciones se hacían de manera continua, obtuvieron una ley teórica pero que no estaba de acuerdo con la experiencia.

Planck, suponiendo que los electrones emitían o absorbían energía en cantidad finita, dedujo su famosa relación que representa exactamente la repartición espectral de la energía del cuerpo negro.

Era un nuevo tipo de discontinuidad completamente diferente a la que se encontraba en la estructura de la materia y de la electricidad. Planck admitía que el cuanto de energía se distribuía uniformemente sobre el frente de onda de la radiación emitida de acuerdo con la teoría de Maxwell. ¿Cómo admitir que la materia puede absorber un cuanto de energía si la energía llega en forma continua?

Einstein, que venía de hacer conocer su teoría de la relatividad, supuso que en cualquier radiación la energía llegaba siempre en granos, cuantos o fotones; así pudo explicar el efecto fotoeléctrico.

En conclusión, la discontinuidad no solamente existe en la estructura de la materia y de la electricidad, sino también en la luz y en general en cualquier radiación.

DIECINUEVE

Física atómica

Partiendo de las propiedades aparentes de los cuerpos, los físicos poco a poco han penetrado en el corazón de las estructuras de la física clásica, química, física del átomo y en fin, física del núcleo. Cada etapa de esta penetración ha marcado el desarrollo de una ciencia nueva.

(a) **Física clásica:** Estudia solamente las propiedades aparentes de los cuerpos; observa sus diferentes estados, dilatación en función de la temperatura, viscosidad de los líquidos, compresibilidad de los gases, etc. La física clásica se interesa en los conjuntos de moléculas, pero no busca disociar estas moléculas.

(b) **Química:** Penetra más adelante en la composición de las moléculas, descubre las reglas de asociación de los átomos en el interior mismo de las moléculas, disocia y asocia en conjuntos nuevos, etc.

(c) **Física atómica:** Llega hasta la estructura misma del átomo y se consagra especialmente a su parte periférica, es decir, los electrones.

(d) **Física nuclear:** Penetra en el corazón del átomo, o sea, el núcleo, estudia las modificaciones espontáneas del núcleo, la radiactividad y puede provocar nuevas modificaciones, tales como la fisión y la fusión.

En la física atómica, se estudiará especialmente la estructura del átomo.

19.1 Series espectrales

A diferencia de los espectros de los sólidos y líquidos, los de los gases no son continuos (excepto en condiciones extremas de densidad y temperatura, como ocurre en el Sol), sino que consisten en una serie de rayas o franjas situadas siempre a determinadas longitudes de onda. Estos espectros (de emisión) pueden obtenerse excitando el gas por varios medios, por ejemplo, calentando el gas a una temperatura relativamente elevada o produciendo una descarga a través del gas.

En el siglo pasado se hicieron muchos estudios para determinar los espectros de gran cantidad de elementos y compuestos, estudiándose más el hidrógeno por ser el elemento más simple de todos.

Alrededor de 1885, Balmer obtuvo una relación sencilla entre los números de onda (inversos de las longitudes de onda) de las líneas de la región visible del espectro de hidrógeno. La ecuación de Balmer, expresada con la notación moderna es:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

donde λ es la longitud de onda y R_H es una constante para el hidrógeno, conocida con el nombre de *Constante de Rydberg*, y n , un número entero mayor de 2. El valor empírico de la constante de Rydberg para el hidrógeno es:

$$R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Además de la serie de Balmer, se han descubierto otros grupos o series de líneas espectrales del hidrógeno. La serie de Lyman está enteramente en la región del ultravioleta y las de Paschen, Brackett y Pfund en el infrarrojo. Podemos escribir la ecuación de Balmer en una forma más general que cubra todas las series mencionadas; esa forma es:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (1)$$

Esta ecuación se verifica experimentalmente con suma precisión.

$n_f = 1$	$n_i = 2, 3, 4 \dots$	serie de Lyman
$n_f = 2$	$n_i = 3, 4, 5 \dots$	serie de Balmer
$n_f = 3$	$n_i = 4, 5, 6 \dots$	serie de Paschen
$n_f = 4$	$n_i = 5, 6, 7 \dots$	serie de Brackett
$n_f = 5$	$n_i = 6, 7, 8 \dots$	serie de Pfund.

19.2 Teoría de Bohr sobre el átomo de hidrógeno

La primera deducción, de la ecuación de Balmer la dio Bohr (1913), en su teoría del átomo de hidrógeno. Esta teoría ha ocupado un lugar muy importante en el desarrollo de la física atómica, que vale la pena exponer, aun cuando más tarde fue modificada y generali-

zada con el desarrollo de la mecánica cuántica. Bohr adoptó el modelo atómico nuclear de Rutherford; el átomo de hidrógeno consistía en un núcleo con una sola carga positiva y un electrón exterior al núcleo. Suponiendo aplicables en el dominio atómico la ley de Coulomb y las leyes del movimiento de Newton, la trayectoria del electrón alrededor del núcleo debería ser un círculo de radio r con el núcleo fijo en el centro del círculo, figura 19.1. Si e es la carga del núcleo y $-e$ la del electrón, según la ley de Coulomb la magnitud de la fuerza sobre el electrón es:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

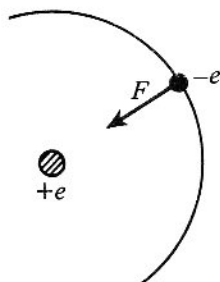


Figura 19.1

y según la segunda ley de Newton

$$F = ma = m \frac{v^2}{r}$$

se tiene

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

o sea

$$mv^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2)$$

lo que nos indica que la energía cinética del electrón es

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Se sabe que la energía potencial del átomo es: (ver energía potencial eléctrica, sección 11.1)

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Por consiguiente la energía total E , suma de las energías cinética y potencial es:

$$E = E_c + E_p = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} + \left(-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right)$$

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

Debe advertirse que $E = 0$ cuando $r = \infty$; esto es, la energía del átomo ionizado se toma como nivel cero. El signo *menos* significa que la energía del átomo decrece a medida que el electrón se aproxima al núcleo.

Según las ecuaciones de Maxwell, el electrón estando acelerado (aceleración centrípeta) debería radiar energía; en consecuencia la energía decrecería y según (3) el radio r debería disminuir finalmente, chocaría con el núcleo. . . y no existiría el átomo!

Para evitar esta contradicción y para explicar las líneas definidas observadas en el espectro del hidrógeno, Bohr introdujo dos postulados fundamentales.

Primer postulado De todas las órbitas electrónicas, solamente se permiten aquellas para las cuales el producto mvr del electrón es un múltiplo entero de $h/2\pi$ (se dice que el momento angular $L = mvr$ es *cuantizado*) y no se radia ninguna energía mientras el electrón permanece en una de estas órbitas permitidas. Expresando este postulado en forma matemática, tenemos:

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad (4)$$

donde n es un número entero. Estas órbitas también se llaman *órbitas estacionarias*.

Segundo postulado Cualquiera que sea la energía radiante emitida o absorbida por un átomo, esta energía es emitida o absorbida en cuanto de energía hf , y la energía del átomo cambia siempre según esta cantidad. Así pues,

$$E_i - E_f = hf \quad (5)$$

donde E_i representa el valor inicial de la energía del átomo, y E_f el valor final de esta energía; f es la frecuencia de la radiación emitida o absorbida por el átomo y h , la constante de Planck. Si E_i es mayor que E_f se radia energía, y si E_i es menor que E_f la energía la absorbe el átomo. Entonces, según la teoría de Bohr, el átomo radia energía únicamente cuando el electrón salta de una órbita estacionaria de energía superior a otra de energía inferior.

19.3 Consecuencias de la teoría de Bohr

(a) **Radio de las órbitas** Elevando la ecuación (4) al cuadrado tenemos:

$$m^2 v^2 r^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2}$$

y dividiendo esta ecuación por (2):

$$mv^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

resulta:

$$m r^2 = \epsilon_0 \frac{n^2 h^2 r}{\pi e^2}$$

de donde:

$$r = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \cdot n^2 \quad (6)$$

La órbita menor será aquella para la cual $n = 1$. Su radio r_1 , puede calcularse sustituyendo las constantes h , m y e por sus valores determinados empíricamente. Se obtiene así:

$$r_1 = 0,529 \times 10^{-11} \text{ m} = 0,529 \text{ \AA}$$

y este valor es del mismo orden de magnitud que el obtenido a partir de la teoría cinética de los gases.

(b) Energía de las órbitas La energía E del átomo cuando el electrón está en una órbita estacionaria, puede determinarse eliminando r entre las ecuaciones (3) y (6).

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\pi m e^2}{\epsilon_0 n^2 h^2}$$

$$E = -\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

De acuerdo con el segundo postulado de Bohr, la frecuencia f de la energía radiada, cuando el electrón pasa de una órbita n_i a una órbita n_f , es:

$$f = \frac{E_i - E_f}{h}$$

de manera que

$$f = \frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{f}{c} = \frac{1}{\lambda} = \frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 c h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (7)$$

Esta ecuación tiene la misma forma que la ecuación de Balmer generalizada (1).

La identidad de las ecuaciones (1) y (7) sólo puede establecerse comparando el valor numérico de la constante de Rydberg (R_H), obtenida espectroscópicamente, con el valor numérico del factor

$$\frac{m e^4}{8\epsilon_0^2 c h^3}$$

que se obtuvo utilizando los valores de m , e , c y h determinados por experimentos independientes. Haciendo la sustitución, resulta que, dentro de los límites de error de los experimentos, está en excelente concordancia con el valor de R_H .

En este sencillo modelo del átomo de hidrógeno, el núcleo está en el centro del átomo, mientras que el electrón puede hallarse en una de las órbitas circulares caracterizadas por los números cuánticos $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$. Mientras el electrón permanece en su órbita no radia energía, pero cuando el electrón salta de una órbita exterior a una interior, se radia energía en forma de luz. Una línea de la serie de Balmer, corresponde a un salto del electrón desde una órbita inicial de número cuántico n mayor que 2, hasta una órbita final, para la cual $n = 2$ y en forma semejante se explican las líneas de las otras series. Estos saltos se esquematizaron en la figura 19.2.

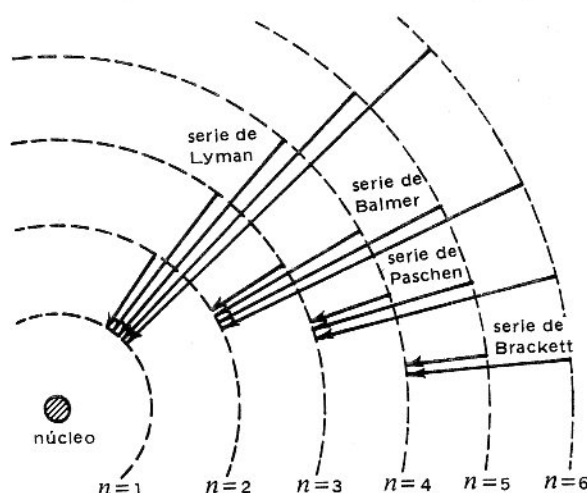


Figura 19.2

Un átomo en un instante dado puede emitir un solo fotón de frecuencia f , pero, como la cantidad de hidrógeno que se examina espectroscópicamente contendrá muchos átomos, habrá siempre otros átomos que emitirán otros fotones de diferentes frecuencias, dando como resultado la serie de líneas que se observa en cada caso. El número relativo de átomos en los que los electrones pasan de un estado inicial dado a un estado final, también dado, determina la intensidad relativa de la línea espectral correspondiente a esta transición electrónica particular.

19.4 Niveles de energía

La teoría de Bohr nos muestra que el contenido de energía interna de un átomo no puede cambiar continuamente: cambia solamente de manera discontinua. Estas energías internas sucesivas que puede tomar un átomo se denominan *niveles de energía* y se representan en un diagrama como el de la figura 19.3.

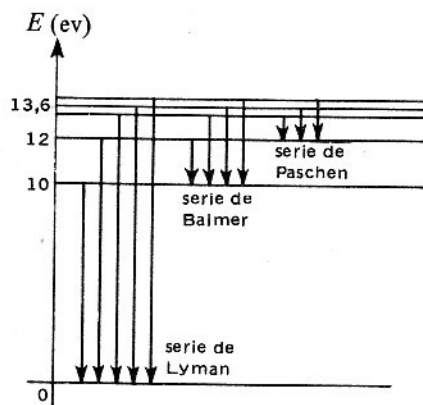


Figura 19.3

El estado fundamental se toma como el cero de la energía y por encima de él, se dibujan con rayas horizontales los diferentes estados excitados.

Las líneas verticales muestran las energías de los fotones que pueden emitirse cuando el átomo pasa de un estado de energía superior a uno inferior.

En el caso del átomo de hidrógeno, estas líneas verticales representan las series de Lyman, Balmer, ...

19.5 El experimento de Frank-Hertz

Esta experiencia permite poner en evidencia los niveles de energía en un átomo. El aparato que es semejante a un tubo electrónico lleno de gas o de vapor metálico, comprende: (figura 19.4)

- (a) un cátodo C , de cuya superficie caliente se desprenden los electrones.
- (b) una rejilla R , llevada a un potencial positivo variable V con el fin de acelerar los electrones.
- (c) una placa P ; un pequeño potencial retardatorio V' frena un poco los electrones a medida que se acercan a la placa.

Un amperímetro permitirá medir la corriente I de placa.

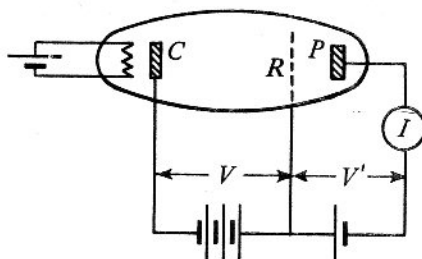


Figura 19.4

Se obtiene la curva de I en función de V , de la figura 19.5, que se explica de la siguiente manera:

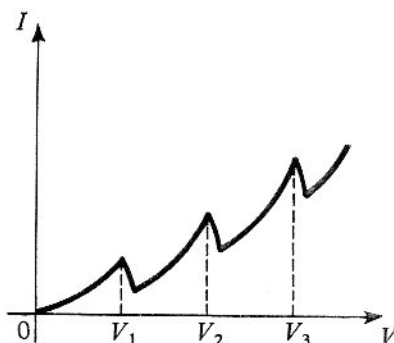


Figura 19.5

(a) cuando el potencial V crece desde 0 hasta V_1 los electrones del cátodo no pueden entregar ninguna energía a los átomos del gas y llegan a la placa un poco frenados; entonces la corriente I crece.

(b) en V_1 , estos electrones empiezan a entregar toda su energía para excitar los átomos del gas. Llegan con poca velocidad a R , insuficiente para proseguir hacia la placa, entonces la corriente decrece.

El electrón del átomo excitado, regresa a su órbita original emitiendo un fotón de energía igual a la que recibió durante el choque.

(c) desde V_1 hasta V_2 , los electrones del cátodo, entregan una parte de sus energías a fin de excitar los átomos del gas y el excedente de energía les permite llegar hasta la placa.

(d) En V_2 , estos electrones excitan sucesivamente dos átomos del gas y pierden todas sus energías; la corriente I pasa por un mínimo.

(e) En V_3 , excitarán tres átomos y así sucesivamente. ...

El experimento de Frank-Hertz muestra que la excitación de los átomos produce los espectros ópticos; además *confirma la estructura del átomo en niveles de energía discontinuas*.

Aplicaciones

19.1A La clasificación periódica

Las propiedades químicas y físicas de los elementos dependen de la configuración electrónica de los átomos. La Mecánica cuántica permite este estudio e introduce ciertos números cuánticos que veremos a continuación.

Números cuánticos

A un electrón en un átomo, se le puede asignar los siguientes enteros o semienteros, llamados números cuánticos:

(a) *El número cuántico principal, n* . Es análogo al número cuántico de Bohr y tiene relación con la energía de este electrón; es entero y empieza desde $n = 1 \dots$

Los electrones de igual n forman una *capa*; se acostumbra designar la capa para la cual $n = 1$ la capa K , para $n = 2$ la capa L , para $n = 3$ la capa M , \dots

(b) *El número azimutal o de momento angular, l* . Tiene relación con el momento angular orbital del electrón; es entero y sus valores son:

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

Los electrones de igual l , forman una *subcapa*. Se acostumbra designar la subcapa para la cual $l = 0$ la subcapa s , para $l = 1$ la subcapa p , para $l = 2$ la subcapa d , \dots

(c) *El número cuántico magnético orbital, m* . Tiene relación con la proyección del momento angular orbital sobre la dirección de un campo magnético; es entero y sus valores son:

$$m = -l, -l + 1, \dots, -1 + 2, \dots, 0, \dots, l - 1, l$$

(d) *El número cuántico magnético espín, m_s* . Tiene relación con la proyección del momento angular del espín (rotación interna del electrón) sobre la dirección de un campo magnético; es semi-entero y sus valores son:

$$m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

En resumen, tenemos cuatro números cuánticos que *definen completamente el estado* de un electrón dentro de un átomo.

Ahora, si admitimos el *principio de exclusión de Pauli*, que establece que para un átomo, no puede haber dos electrones en el mismo estado, vemos que en un átomo no puede haber dos electrones que tengan el mismo grupo de los cuatro números cuánticos; esto permite prever el número máximo de electrones que puede tener una capa.

19.2A Distribución de los electrones en un átomo

Con el estudio de los espectros ópticos, de los espectros de rayos X, y del comportamiento mecánico y químico de un elemento se pueden llegar a distribuir los electrones en las capas y subcapas de los átomos de este elemento y asignar los números cuánticos apropiados.

Para los primeros elementos de la clasificación periódica, tenemos:

Hidrógeno $Z = 1$ El único electrón tendrá:

$$n = 1, \quad l = 0, \quad m = 0, \quad m_s = +\frac{1}{2}$$

Helio $Z = 2$ El primer electrón tendrá los mismos números cuánticos que para el hidrógeno. El segundo electrón tendrá:

$$n = 1, \quad l = 0, \quad m = 0, \quad m_s = -\frac{1}{2}$$

La capa $n = 1$ está completa, esta es una configuración muy estable, por lo tanto, es un gas inerte, de poca actividad química.

Litio $Z = 3$ Los dos primeros electrones tendrán los mismos números que los del helio. El tercer electrón inicia una segunda capa.

$$n = 2, \quad l = 0, \quad m = 0, \quad m_s = +\frac{1}{2}$$

El litio podrá perder fácilmente este electrón solitario, y volverse ion Li^+ , para conformar la capa completa y estable del helio.

Berilio $Z = 4$ Para el cuarto electrón,

$$n = 2, \quad l = 0, \quad m = 0, \quad m_s = -\frac{1}{2}$$

La primera subcapa $l = 0$ está ahora completa.

Boro $Z = 5$ Para el quinto electrón,

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m = -1, \quad m_s = +\frac{1}{2}$$

Se inicia la subcapa $l = 1$ de la capa $n = 2$

Carbono $Z = 6$ Para el sexto electrón,

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m = -1, \quad m_s = -\frac{1}{2}$$

Dos electrones en la subcapa $l = 1$, pero cuatro electrones en la capa $n = 2$, semejante al germanio; por tanto, su comportamiento es análogo.

Nitrógeno $Z = 7$ Para el séptimo electrón,

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m = 0, \quad m_s = +\frac{1}{2}$$

Oxígeno $Z = 8$ Para el octavo electrón,

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m = 0, \quad m_s = -\frac{1}{2}$$

Flúor $Z = 9$ Para el noveno electrón,

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m = +1, \quad m_s = +\frac{1}{2}$$

Siete electrones en la capa $n = 2$ faltándole un electrón para completar esta capa, por tanto, el flúor se transformará fácilmente en ion F^- , capturando un electrón exterior para adquirir la conformación estable del neón.

Neón $Z = 10$ Para el décimo electrón,

$$n = 2, \quad l = 1, \quad m = +1, \quad m_s = -\frac{1}{2}$$

Las dos subcapas $l = 0$ y $l = 1$ de la capa $n = 2$ están completas con dos y seis electrones respectivamente; esta es una configuración muy estable, por tanto es un gas inerte.

Y así sucesivamente...

Como las propiedades químicas de los elementos vienen determinadas principalmente por los electrones de la última capa, los elementos se clasifican:

Horizontalmente, según el número creciente de electrones de la última capa.

Verticalmente, a los que tienen igual número de electrones en la última capa.

Problemas

19.1 Para justificar el primer postulado de Bohr, De Broglie propuso que "un electrón puede girar indefinidamente alrededor de un núcleo sin radiar energía, si su órbita contiene un número entero de longitudes de onda de De Broglie". Mostrar que esta afirmación conduce al primer postulado de Bohr.

19.2 Determinar la longitud de onda de la línea espectral correspondiente a la transición en el hidrógeno del estado $n = 6$ al $n = 3$.

19.3 ¿Qué energía se requiere para extraer un electrón del átomo de hidrógeno en el estado $n = 2$?

19.4 Un haz de electrones bombardea una muestra de hidrógeno. ¿A qué diferencia de potencial deben acelerarse los electrones si se desea que se emita la primera línea de la serie de Balmer?

19.5 Un protón puede capturar un mesón $\mu^- (m = 207 m_e)$ para formar un *átomo méscico*. Determinar el radio de la primera órbita de Bohr.

19.6 (a) Demuéstrese que la frecuencia del movimiento de revolución de un electrón en su órbita circular correspondiente al modelo del átomo de hidrógeno de Bohr es $f = me^4 / 4e_0^2 n^3 h^3$.

(b) Pruébese que, si n es muy grande, la frecuencia de revolución es igual a la frecuencia radiada que se deduce de la ecuación (2.11) para un paso de $n = n' + 1$ a n' . (Este problema ilustra el *principio de correspondencia* de Bohr, que se utiliza a menudo como comprobación de cálculos cuánticos. Cuando n es pequeño, la física cuántica da resultados que difieren mucho de los de la física clásica. Si n es grande, las diferencias no son importantes y ambos métodos *coinciden*.)

19.7 ¿Cuál es la energía de la radiación emitida, cuando un electrón en reposo situado en el infinito, se une a un ion de H^+ para formar un átomo de H en su estado fundamental? Resp. $E = h c R_H$.

19.8 Calcular la energía mínima necesaria para ionizar un átomo de hidrógeno. Resp. $E = h c R_H$.

19.9 Una superficie cuyo trabajo de extracción es 2 eV, es iluminada por la radiación que proviene de un átomo de hidrógeno cuando el electrón pasa de la órbita $n = 3$ a la órbita $n = 2$. ¿Habría efecto fotoeléctrico?

19.10 Un electrón libre, de $E_c = 2,4 \times 10^{-20}$ jul, se une a un ion H^+ para formar un átomo de H emitiendo toda su energía cinética y potencial en forma de un fotón. ¿Cuál es la frecuencia de éste?

(Esto explica la producción de espectros continuos juntos a los espectros discontinuos del hidrógeno). Resp. $3,35 \times 10^{15}$ c/seg.

19.11 Mostrar que el espectro del helio ionizado una vez, sigue la relación $\frac{1}{\lambda} = R Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$ siendo Z el número atómico.

Esta relación es aproximada para el espectro del helio y de los otros cuerpos. ¿Por qué?

19.12 Mostrar que los rayos X , que se producen cuando los electrones pasan de $n = 2$ a $n = 1$, tienen por frecuencia (aproximadamente):

$$f = k Z^2 \quad \text{siendo } k \text{ una constante } Z = \text{número atómico.}$$

En 1913, Moseley propuso la relación $f = k (Z - a)^2$ siendo k y a constantes que la experiencia verifica muy bien. ¿Cómo se explica la introducción de la constante a ? Mostrar que su valor es alrededor de uno.

19.13 Frank-Hertz hicieron su experimento con vapor de mercurio y encontraron $V = 4,9$ voltios. Demostrar que la longitud del fotón emitido es de 2537 \AA .

Historia de la física atómica

En la antigüedad, (siglo VI y V a C) los griegos Leucipo, Demócrito y más tarde Epicuro y el poeta romano Lucrecio, admitían que la materia no podía ser subdividida indefinidamente y hablaron por primera vez de átomos. Afirmaban:

“... Dividir la materia equivale a eliminar los intervalos vacíos que existen entre sus partículas; si fuera posible poner al descubierto todos estos intervalos, los fragmentos no podrían ser divididos. Estas últimas partículas indivisibles de la materia, son los *átomos* que están en continuo movimiento, infinitos en número, empujados por un destino ciego y constituyen toda la sustancia del universo. Las propiedades de los cuerpos se explican por la forma geométrica, posición y tamaño de sus átomos indivisibles...”

Sin bases experimentales, estas hipótesis cayeron en el olvido.

Hacia 1895, después de los trabajos de Dalton, Proust y Avogadro, las nociones de átomos y moléculas son universalmente adoptadas, pero la estructura del átomo era aún desconocida. Se le consideraba como último elemento de cada cuerpo simple.

En 1900, J. J. Thompson que venía de descubrir el electrón, imaginó un modelo de átomo en el cual, los electrones se repartían en el interior de una esfera cargada positivamente (modelo de pastel con uvas pasas).

Para verificar esta hipótesis, Rutherford en 1911, lanzó partículas positivas (rayos alfa) contra los núcleos de una lámina metálica muy delgada. Del estudio de las desviaciones de estas partículas, dedujo la existencia de un núcleo muy pequeño, cuya masa era casi igual a la del átomo y cuya carga positiva era igual en valor absoluto a la suma de las cargas de los electrones que se encontraban en una órbita alrededor del núcleo.

Antigua teoría cuántica

Inspirándose en las ideas de Planck y de Einstein, y aplicándolas al átomo de Rutherford, Bohr en 1913,

propuso sus dos famosos postulados y así pudo construir una teoría cuántica del átomo que explicó inmediatamente, una gran cantidad de hechos que parecían misteriosos; series espectrales, excitación y ionización de los átomos, etc.

En 1916, Sommerfeld, cambiando las órbitas circulares de Bohr por órbitas elípticas, amplió y precisó la teoría cuántica; explicó la estructura fina de las series espectrales. Sin embargo esta teoría a muchos físicos les parecía un poco artificial. Utilizaba las concepciones y las leyes de la mecánica newtoniana, imponiéndole algunas restricciones cuánticas.

La mecánica ondulatoria

Hacia 1923 esta teoría, antigua teoría cuántica, había llegado a su límite; muchas de sus previsiones no estaban de acuerdo con los hechos experimentales. En esta época, De Broglie inició una teoría sintética de las ondas y partículas, sean estas de luz o de materia. Afirmaba que el corpúsculo y la onda eran aspectos complementarios de la realidad, de una realidad que escapaba a toda descripción.

En 1926, Schrödinger estableció sobre rigurosas bases matemáticas el formalismo de esta mecánica ondulatoria.

La mecánica cuántica

En 1925, Unlenbeck y Gousmit, atribuyeron al electrón una especie de rotación interna, el espín, para poder explicar ciertos fenómenos espectroscópicos y magnéticos.

Para tener en cuenta el espín del electrón, y generalizar y profundizar más a toda la física, Dirac en 1929, construye un formalismo matemático completamente abstracto, sin tener en cuenta ninguna idea de ondas ni de partículas. El único objeto que tiene esta mecánica cuántica, es el explicar y prever matemáticamente los fenómenos experimentales, sin ninguna representación física del mundo que nos rodea.

Esta mecánica conduce a la interpretación probabilística de la física; para una misma causa los efectos pueden ser diferentes.

Quizá la intervención de las probabilidades en cualquier ciencia, es la expresión de nuestra ignorancia del mecanismo causal.

VEINTE

Física nuclear

En 1911, el inglés Rutherford, mostró que el núcleo atómico de radio muy pequeño, se encontraba en el centro del átomo. En él se concentraba toda la carga positiva del átomo así como la mayor parte de su masa.

El descubrimiento de las radiaciones nucleares permitió un estudio más profundo de la estructura del núcleo.

En este capítulo, examinaremos la estructura del núcleo y las radiaciones que ciertos núcleos pueden emitir. Continuaremos con el estudio de las interacciones entre núcleos o sea las reacciones nucleares y en particular la fisión y la fusión.

Terminaremos mostrando las nuevas partículas fundamentales y llegar así al concepto de antimateria.

20.1 Estructura del núcleo

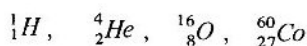
Debido a numerosos experimentos, se admite que el núcleo del átomo está constituido por un conjunto de *protones* de carga positiva igual a la del electrón y de masa 1840 veces la del electrón y de *neutrones* de masa casi igual a la del protón pero neutro. Cualquiera de estas partículas se denomina *nucleón*.

Un núcleo se define por su *número atómico* Z igual al número de protones que contiene y por su *número de masa* A igual al número total de protones y neutrones.

Si el cuerpo es X , su núcleo se escribirá como

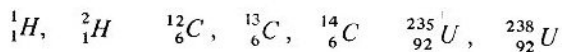


Ejemplos



Los núcleos del mismo Z se llaman *isótopos*. Como son de la misma naturaleza química (definida por el número de electrones del átomo) su estudio se efectúa por medios físicos, por ejemplo, con el espectrómetro de masa.

Ejemplos



20.2 Radiaciones nucleares

Ciertos núcleos son estables, otros inestables. Esa inestabilidad constituye el fenómeno de la radiactividad. Estos núcleos emiten radiaciones que pueden ser estudiadas mediante el siguiente experimento (figura 20.1). Se coloca una muestra radiactiva en el centro de un bloque de plomo (el plomo deja pasar muy pocas radiaciones). El haz de radiaciones entra en una región en donde existe un campo magnético B perpendicular al plano de la figura. Se nota, por medio de la fotografía, que existen tres tipos de radiaciones, formados de partículas positivas, negativas y de una radiación electromagnética. Un estudio más profundo permite mostrar la estructura de estas radiaciones denominadas:

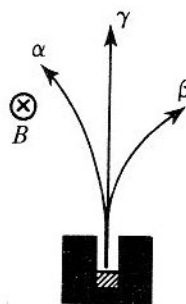


Figura 20.1

(a) **Rayos Alfa (α)** Son núcleos de helio ${}^4_2\text{He}$ (figura 20.2). El núcleo que emitió un alfa, perdió dos protones y dos neutrones. Las partículas alfa por ser muy pesadas las podría frenar una simple hoja de papel.

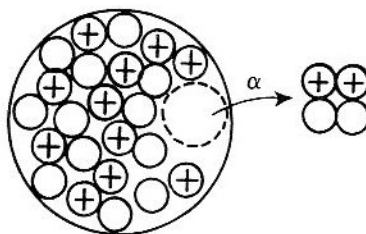


Figura 20.2

(b) Rayos Beta (β) Son electrones de altas velocidades, muy livianos y más penetrantes que los rayos alfa. Proviene del cambio de un neutrón a un protón según la ecuación: (figura 20.3)

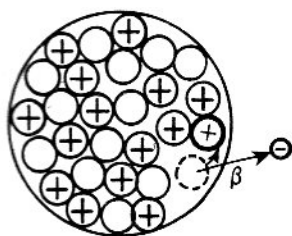
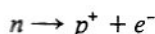


Figura 20.3

(c) Rayos Gamma (γ) Son radiaciones electromagnéticas, de gran energía y por tanto muy penetrantes. Proviene de un cambio de energía de un protón a un neutrón (figura 20.4) semejante a la luz o los rayos X que provienen de un cambio de energía del electrón del átomo.

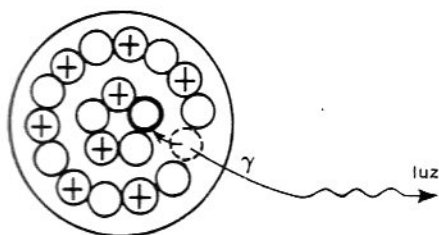


Figura 20.4

20.3 Detección de las radiaciones

El bombardeo de núcleos por medio de partículas, produce reacciones nucleares emitiendo radiaciones, que son analizadas por medio de aparatos de detección de radiaciones. Miremos brevemente los diferentes aparatos usados.

(a) Aceleradores de partículas Ya se vieron los principales aceleradores de partículas: el Van de Graaff, el ciclotrón, el sincrociclotrón y el betatrón.

(b) Detectores de radiaciones Los principales son:

1. **Emulsión fotográfica** La película fotográfica se impresionará por cualquier radiación. Los recorridos en la película se analizan con un microscopio.

2. **El contador Geiger** Un tubo de metal contiene un gas a baja presión y comprende un filamento F en su centro, llevado a un alto potencial positivo alrededor de 1000 v (figura 20.5). Cuando la radiación penetra, ioniza el gas y el ion negativo se dirige hacia el filamento.

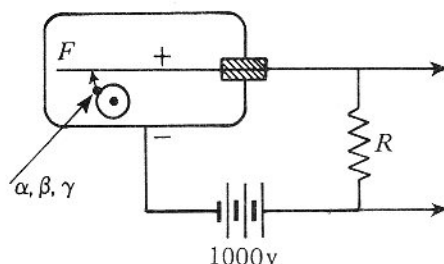


Figura 20.5

Durante su recorrido provoca otras ionizaciones como una especie de avalancha.

Estos iones producen una pequeña corriente que pasa a través de la resistencia R creando una diferencia de potencial que se amplifica y puede hacer funcionar un altoparlante o un contador numérico.

3. **El contador de centelleo** Este contador comprende un cristal cuyos átomos pueden excitarse bajo la acción de una radiación. Cuando el átomo deja de excitarse emite luz que puede ser captada por una célula fotoeléctrica o un tubo fotomultiplicador (figura 20.6).

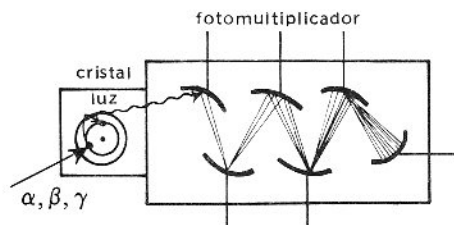


Figura 20.6

4. **La cámara de niebla** Esta cámara visualiza el recorrido de las partículas cargadas. Cuando una de estas partículas atraviesa un vapor sobresaturado de

agua, ioniza los átomos de agua y estos sirven de centro de condensación del agua (figura 20.7). El efecto es semejante a la formación de las estelas blancas que un avión a chorro deja detrás de su pasaje. La sobresaturación del agua puede provocarse por la acción de un pistón movido bruscamente hacia abajo.

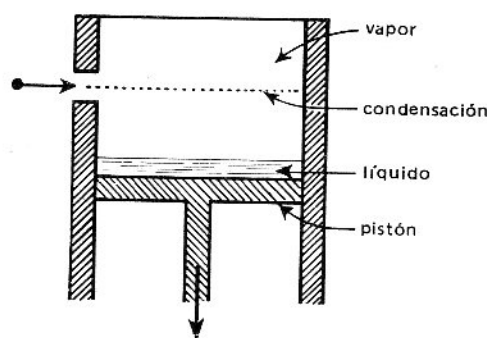


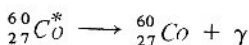
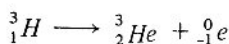
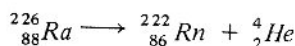
Figura 20.7

5. La cámara de burbujas Esta cámara utiliza líquido sobrecalentado listo para hervir. El pasaje de una partícula ionizante se notará por una estela de pequeñas burbujas de ebullición que se pueden fotografiar y así visualizar la trayectoria.

Estas cámaras dentro de un campo magnético permiten medir la velocidad de las partículas por el estudio del radio de curvatura de las trayectorias.

20.4 Radiactividad

Un elemento radiactivo (natural o artificial) emite partículas alfa, beta o gamma. La ecuación de desintegración, puede ser:



(Co^* es un estado de energía superior a Co)

Ningún proceso sencillo macroscópico, físico o químico, tales como elevación de la temperatura, combinación química con otras sustancias químicas, etc. . . puede modificar o alterar en algo la actividad de una muestra. Como resultado de eso, *la radiactividad es un proceso nuclear* que trae consigo las *transmutaciones* de los elementos.

Dado un gran número de átomos de un elemento radiactivo, el número medio de átomos dN , que se desintegrarán en un intervalo elemental de tiempo dt es proporcional al número de átomos N , presente en el instante t ; esto es:

$$dN = -\lambda N dt$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\log \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

donde λ es la constante del elemento radiactivo y N_0 representa el número de átomos presentes en el instante $t = 0$ (figura 20.8).

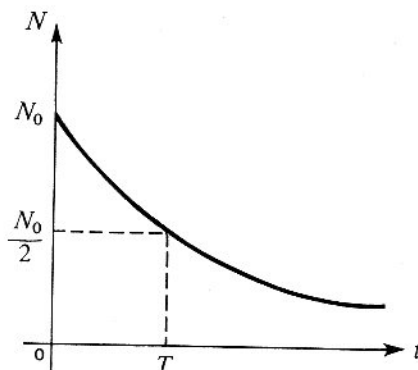


Figura 20.8

Esta ecuación nos dice que el número de átomos de una sustancia radiactiva decrece exponencialmente con el tiempo. La mitad del material se desintegrará al cabo de cierto intervalo de tiempo T , que se puede determinar haciendo $N = N_0/2$ y $t = T$ en la ecuación:

$$\log \frac{N_0}{2 N_0} = -\lambda T$$

$$T = \frac{0,693}{\lambda}$$

A T se le llama de muchas maneras, período de vida probable, período de semidesintegración o simplemente *período*. Citamos algunos ejemplos:

Elementos	Radio	C ₁₄	Co60	I ₁₃₁	C ₁₅
Partículas que emiten	α	β	γ	β	β
Período	1620 años	5580 años	5,3 años	8 días	2,5 seg

20.5 Reacciones nucleares

Cuando un núcleo estable es bombardeado por un haz de partículas elementales, ocurren una serie de fenómenos en un tiempo muy corto. (10^{-20} seg).

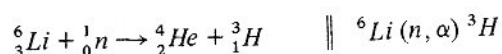
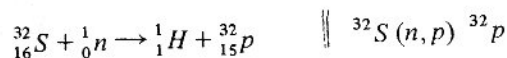
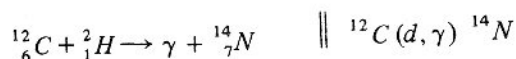
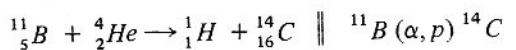
En la primera etapa, la partícula incidente penetra dentro del núcleo y forma un núcleo compuesto que dispone un exceso de energía.

En la segunda etapa, el exceso de energía se reparte entre todos los nucleones, pero con las fluctuaciones estadísticas, un nucleón puede, en un momento dado, recibir una energía importante.

En la tercera y última etapa, uno o varios nucleones que han acumulado la energía necesaria, escapan de la atracción del núcleo. Hay destrucción del núcleo compuesto y formación del núcleo final, en general radiactivo.

Estas reacciones nucleares pueden representarse por ecuaciones análogas a las reacciones químicas y son regidas por las leyes de conservación de la energía, de la cantidad de movimiento, del momento angular, de la carga eléctrica y del número de partículas. Pueden escribirse en forma condensada como se muestra a continuación:

Ejemplos:



20.6 Fisión

Hasta ahora, todas las reacciones nucleares consideradas, han originado la expulsión de partículas relativamente livianas tales como partículas alfa, beta, protones o neutrones.

Pero no sucede siempre así. Hahn y Strassman (Alemania 1939), bombardearon uranio con neutrones y

descubrieron que el núcleo se había roto en dos partes de peso comparable y en dos o tres neutrones rápidos. Se dice que el uranio experimenta una *fisión* (figura 20.9). Las medidas efectuadas demostraron que queda libre una enorme cantidad de energía (200 Mev).

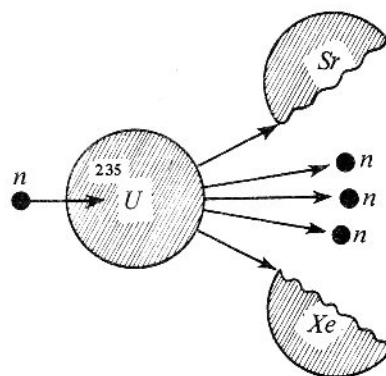


Figura 20.9

De la relación de Einstein, entre masa y energía ($E = mc^2$, ver Relatividad), se deduce que la masa en reposo del núcleo de uranio, excede a la suma de las masas en reposo de los productos de la fisión, transformándose la energía desprendida durante la fisión, en energía cinética de los fragmentos producidos.

En consecuencia, esta energía es:

$$E = (Mc^2 + m_n c^2) - (m_1 c^2 + m_2 c^2 + 3 m_n c^2)$$

en donde

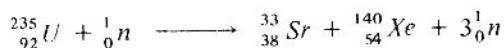
M = masa del núcleo del uranio

m_n = masa del neutrón

m_1 = masa del primer fragmento

m_2 = masa del segundo fragmento

Ejemplo



La fisión del uranio se realiza con mayor probabilidad con *neutrones lentos*.

Una reacción de fisión controlada conduce a la *pila atómica* o *reactor nuclear*, no controlada a la *bomba atómica A*.

20.7 Fusión (Reacción termonuclear)

Es la combinación de dos núcleos livianos para formar un núcleo más complejo, pero cuya masa en reposo es inferior a la suma de las masas en reposo de los núcleos iniciales (figura 20.10).

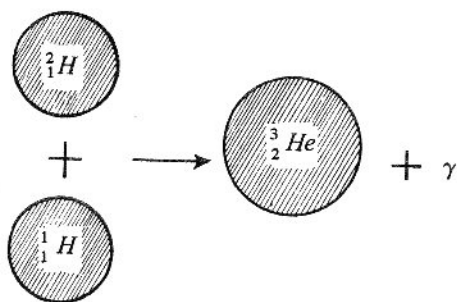


Figura 20.10

La energía es:

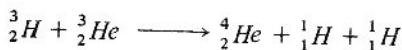
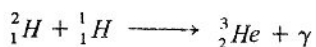
$$E = (m_1 c^2 + m_2 c^2) - M c^2$$

m_1 = masa de un núcleo liviano

m_2 = masa de otro núcleo liviano

M = masa del núcleo resultante.

Los siguientes son ejemplos de tales reacciones, liberadoras de energía:



Estas reacciones suceden en el interior del Sol y en muchas otras estrellas. Se necesitan temperaturas de millones de grados para iniciar la fusión.

En la Tierra se pueden lograr estas temperaturas en el momento de la explosión de una *bomba de fisión* (bomba A). Si se rodea esta bomba con proporciones adecuadas de isótopos de hidrógeno, puede haber fusión; es la *bomba de hidrógeno* (bomba H).

Actualmente no se han podido controlar estas reacciones.

20.8 Fuerzas nucleares y modelos

Para mantener los protones y neutrones dentro del núcleo, se necesitan fuerzas atractivas. No pueden ser

eléctricas (el neutrón es neutro y los protones se repelen) ni tampoco gravitacionales. (Las fuerzas gravitacionales son 10^{40} veces más pequeñas).

Estas fuerzas nuevas atractivas son las *fuerzas nucleares*; son de *corto rango*, es decir, que actúan fuertemente en una distancia muy corta (del orden de un radio nuclear), y se anulan en una distancia ligeramente superior.

La naturaleza de tales fuerzas nucleares es aún desconocida y no permite explicar satisfactoriamente el comportamiento de los núcleos.

Por esto se han ideado varios modelos del núcleo que tratan de *visualizar* su interior con el fin de explicar todos los hechos nucleares.

(a) Modelo de la gota líquida

Es una analogía entre el núcleo y una gota de agua. Este modelo es sugerido porque los núcleos se presentan en forma muy condensada y las fuerzas de atracción nucleares de corto rango son semejantes a las fuerzas moleculares de corto rango que une a las moléculas de agua de una gota. Este modelo permite explicar la fisión nuclear. En efecto, si el núcleo está excitado por la introducción de un neutrón, la gota cambia de forma y puede llegar a fisionarse en dos bajo la acción de las fuerzas repulsivas eléctricas de los protones.

(b) Modelo en capas

Sugerido por el modelo atómico. Se considera que los protones y neutrones se agrupan en capas concéntricas. Este modelo permite explicar los estados excitados del núcleo y la producción de los rayos gamma.

Pero este modelo no explica la fisión ni muchas otras reacciones nucleares.

(c) Modelo colectivo

Se mantiene el modelo en capas y se le añade movimiento colectivo de rotación y de vibración de todos los protones y neutrones.

20.9 Materia y antimateria

En las reacciones nucleares anteriores, se admitió que el número de partículas elementales se conservaba. Pero cuando se bombardean los núcleos con partículas de *altas energías* el número de partículas no se conserva: el núcleo se rompe produciendo nuevas partículas de vida muy corta, por tanto inestables.

En la mayoría de los casos, el comportamiento exacto de estas partículas es aún desconocido.

Esta física de altas energías ha producido hasta ahora más de un centenar de partículas: podemos citar el electrón $+$, el protón $-$, los mesones, los hipermesones, ...

Si se comparan las partículas fundamentales estables con las creadas, se observa que existen electrones $+$ y $-$, protones $+$ y $-$. Estas partículas, electrones $+$ y protones $-$, llamadas *antipartículas* tienen la propiedad, cuando se encuentran con un electrón $-$ o un protón $+$ respectivamente, de aniquilarse (ambos) produciendo rayos gamma y otras partículas.

El neutrón también tiene su *antineutrón* neutro cuya característica será desintegrarse con un neutrón.

Así podemos imaginar una *antimateria* formada por átomos, cuyos núcleos estarían constituidos de protones $-$ y antineutrones, y de electrones $+$ girando en órbitas y así tendríamos un antihidrógeno, un antihelio, etc.

El descubrimiento de la antimateria muestra la simetría de la naturaleza y esto nos hace pensar que podrían existir galaxias muy lejanas compuestas de antimateria. Si ello fuese cierto, el hombre sería muy sabio si no las explorara. ¿Por qué?

Aplicaciones

20.1A Reactores nucleares

La fisión del uranio 235 por neutrones lentos, produce un promedio de 2,5 neutrones rápidos que una vez frenados, pueden provocar de nuevo otras fisiones, si no se escapan del uranio, es decir, si la masa de éste es superior a un cierto valor llamado *masa crítica*; se establece por tanto una reacción en cadena (figura 20.1A).

Se denomina reactor nuclear, el dispositivo que contiene materia *fisionable* como uranio o plutonio, y

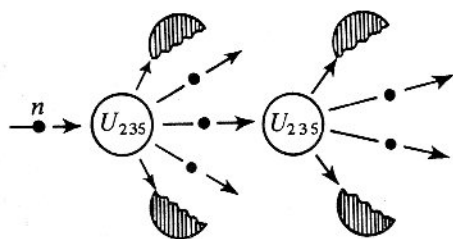


Figura 20.1A

que mantiene y controla una reacción en cadena. Está compuesto de:

Uranio natural o enriquecido en U235, en forma de barras o placas.

Moderador Es más probable la fisión por neutrones lentos; en consecuencia, se deben frenar los neutrones rápidos que provienen de la fisión; objeto del moderador, utilizándose grafito, agua pesada o agua ligera.

Reflector Para evitar las pérdidas de neutrones se rodea el conjunto de los elementos anteriores con un material capaz de reflejar los neutrones hacia adentro. Se utilizan los mismos materiales que para el moderador.

Barras de control El tamaño de los reactores es siempre superior al tamaño crítico, por tanto, para controlar la reacción en cadena, se introduce dentro del reactor una sustancia que absorbe los neutrones, tales como cadmio, boro, etc.

Canales de experimentación Permiten introducir cerca del uranio, los cuerpos que se quieren bombardear con neutrones.

Refrigerante En los reactores potentes, se debe evacuar el calor producido con gas carbónico, agua pesada o sodio fundido que se puede utilizar para producir electricidad por medio de turboalternadores. Esta energía eléctrica puede hacer funcionar submarinos, barcos de superficies, satélites artificiales, etc.

La figura 20.2A muestra un reactor de experimentación denominado de piscina y la figura 20.3A un reactor de potencia.

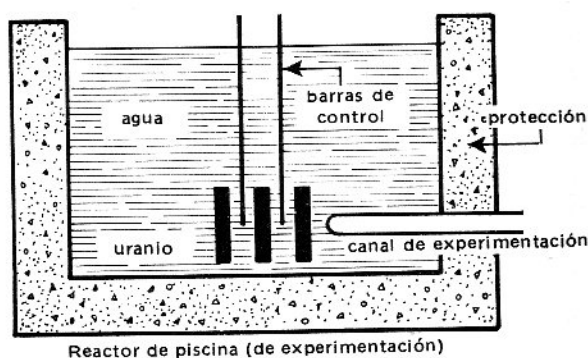


Figura 20.2A

20.2A Aplicaciones industriales de las radiaciones

Las radiaciones de los cuerpos radiactivos (radioisótopos) se utilizan por sus diferentes propiedades:

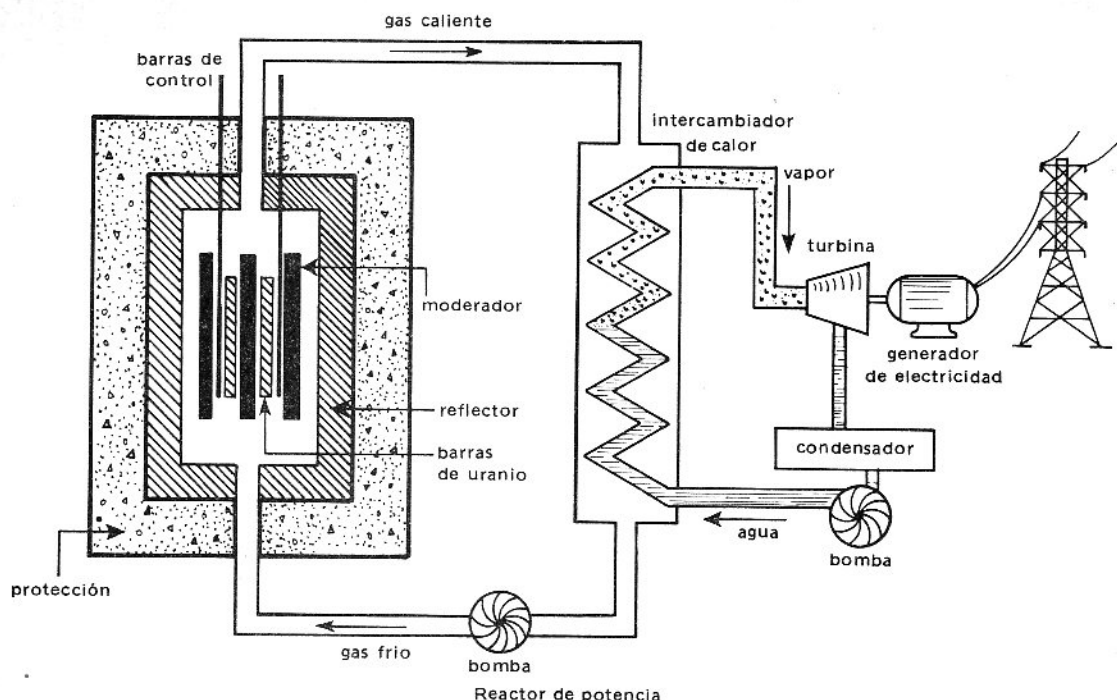


Figura 20.3A

(a) Propiedades ionizantes

Electricidad estática Si cerca de un cuerpo cargado de electricidad estática, se ioniza el aire éste se vuelve conductor y elimina la carga del cuerpo. En las fábricas de textiles, papel, pólvora, etc, el rozamiento produce grandes cantidades de cargas eléctricas y la descarga brusca de esta electricidad puede conducir a graves accidentes. Se puede eliminar esta electricidad poniendo sustancias radiactivas cerca del lugar donde se produce.

Luz atómica Los radioisótopos mezclados con sustancia fluorescente, como el sulfuro de zinc, excitan los electrones exteriores de la sustancia que al dejar de excitarse produce luz (pinturas fluorescentes).

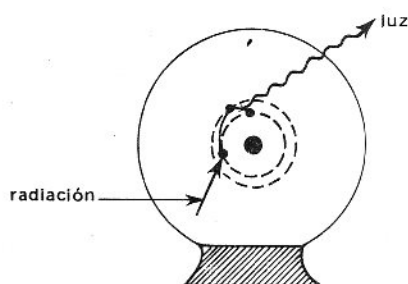


Figura 20.4A

Se puede utilizar gas radiactivo mezclado con gas fluorescente. Las bombillas de *luz atómica* son utilizadas para señalar las pistas de campos de aterrizajes, siendo muy interesantes por su independencia de cualquier fuente de corriente y su larga duración (figura 20.4A).

Pilas eléctricas Se toma un condensador; una de las armaduras se cubre con sustancia radiactiva que emite partículas beta y por tanto, se vuelve positiva. La otra armadura, recibe estos electrones y se carga negativamente. Estas pilas se utilizan como fuentes de energía en los satélites artificiales y para algunos tratamientos de enfermedades cardíacas, como los marcapasos.

Producción de rayos X Una fuente muy transportable de rayos X puede realizarse, bombardeando un metal con los electrones de un radioisótopo.

(b) Interacción con la materia

Medición de espesor Las radiaciones son parcialmente absorbidas por la materia, según el espesor de ésta. El detector de radiación puede dar la medida directa del espesor (figura 20.5A). Las aplicaciones importantes son: la medida del espesor del papel, de los plásticos, del vidrio, del caucho y del hierro laminado caliente.

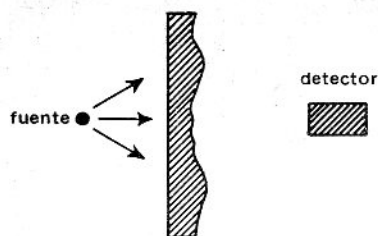


Figura 20.5A

Medidas de volúmenes líquidos El volumen del contenido líquido de un recipiente se puede determinar mezclándole una cantidad conocida de un radioisótopo y midiendo después la actividad de una muestra.

Gammagrafía Es posible preparar fuentes intensas de rayos gamma en pequeño volumen. En consecuencia, se pueden hacer radiografías semejantes a las de rayos X. No se utiliza corriente eléctrica y se hacen radiografías de piezas de acero de varios centímetros de espesor. La gammagrafía se utiliza en soldadura, fundición y control de piezas metálicas (figura 20.6A).

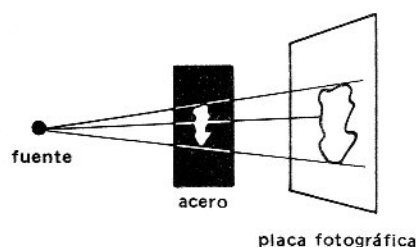


Figura 20.6A

(c) Aplicación de trazadores

La incorporación de un radioisótopo a una sustancia que se mueve o se transforma permite detectar con precisión el trayecto de esta sustancia y su modo de transformación.

Hidrología Se puede *marcar* el agua de un río o del mar con un radioisótopo y seguir con un detector el movimiento de esta agua. El desplazamiento de arena de las playas se puede estudiar utilizando vidrio radiactivo de la misma granulometría de la arena.

Desgaste de piezas metálicas Herramientas, anillos de motores, piones, etc., son *radiactivados* en un reactor nuclear. Durante su uso normal, la medida de la actividad del aceite de lubricación permite apreciar el desgaste de la pieza.

Determinación de la edad de huesos y maderas En la atmósfera, la concentración del Carbono 14 es constante, debido a la desintegración del nitrógeno por los rayos cósmicos. Esta concentración C_v es también constante en los vegetales que asimilan el CO_2 del aire y en los animales porque se nutren de vegetales. Después de la muerte, la asimilación del gas carbónico por los vegetales (y la ingestión de estos por los animales) cesa y el carbono 14 que contenían se elimina por radiactividad (período de 5600 años): Sea C_m su concentración a un momento dado. Conociendo la relación C_m/C_v se puede deducir la época en la cual estos huesos o maderas existieron. Por ejemplo, si se encuentra que $C_m/C_v = 1/2$ se puede afirmar que estos huesos pertenecían a un ser que vivió 2800 años antes.

Edad de la Tierra El plomo 208 ó 207 proviene del uranio 238 ó 235 (período de 10^9 años). Cuando la Tierra nació, es decir, que se separó de la masa en fusión, se admite que ciertos minerales estaban formados exclusivamente de uranio. En el transcurso del tiempo, parte de este uranio se desintegró en plomo. Analizando en un mineral la concentración de plomo y de uranio se puede determinar la edad en la cual el plomo aún no existía. Es la edad de la Tierra. Se ha encontrado una edad máxima de cuatro billones de años. Estos resultados están de acuerdo con los de otros métodos como los geológicos o los de expansión del universo.

20.3A Aplicaciones biológicas de las radiaciones

Las principales aplicaciones pueden ser resumidas de la siguiente manera:

(a) Investigaciones biológicas Las moléculas radiactivas introducidas en un organismo vivo, no son discriminadas de las moléculas estables de la misma especie y a cada instante tienen una probabilidad igual y bien definida de participar en un proceso biológico como flujo de líquidos a través de membranas, velocidad de una reacción bioquímica, renovación molecular de los tejidos, etc.

Esta probabilidad, en un punto dado se traduce en función del tiempo, por una variación de la concentración de las moléculas radiactivas. El análisis de estas curvas permite medir con una buena precisión los diferentes procesos.

Ejemplos de estudios: intercambio iónico entre los tejidos.

Medida de la actividad de las glándulas, en particular del tiroides.

Investigación sobre el metabolismo, etc.

Conservación de los alimentos; la esterilización de los alimentos por las radiaciones es una técnica muy interesante, particularmente para las papas.

(b) Aplicaciones médicas En medicina, las radiaciones se pueden utilizar para el diagnóstico y para la radioterapia.

Las radiaciones emitidas por un radioisótopo permiten fácilmente detectarlo y situarlo.

Así nacieron numerosas pruebas funcionales para el diagnóstico de varias afecciones.

Las radiaciones destruyen ciertas células hacia un fin terapéutico.

1. Para el diagnóstico

Medida de volúmenes biológicos; como el agua y la sangre en el cuerpo, se introduce en el organismo una cantidad conocida de radioisótopo que se mezcla rápidamente con la sangre, el agua, etc.

Después de cierto tiempo se toma una muestra, se mide su actividad y se compara con la cantidad original.

Examen funcional del tiroides y del hígado; después de una inyección de yodo radiactivo, se puede medir con un detector colocado cerca al tiroides el porcentaje de fijación del yodo por el tiroides en función del tiempo (figura 20.7A) y análogamente para el hígado.

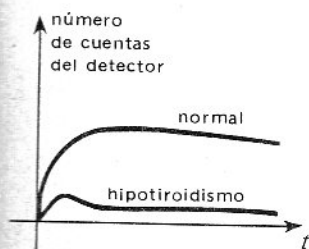


Figura 20.7A

Se puede también hacer un estudio topográfico de la distribución del yodo en el tiroides y en el hígado, desplazando el detector punto por punto cerca de los órganos citados y anotando su radiactividad (figura 20.8A).

Estudio del sistema cardiovascular: una sustancia radiactiva inyectada próxima al corazón, atravesará



Figura 20.8A

las cavidades derechas del corazón, pasará a la circulación pulmonar para regresar a las cavidades izquierdas. Un detector puesto cerca del corazón registrará la variación de actividad en función del tiempo: esto es, un *radiocardiograma* (figura 20.9A).

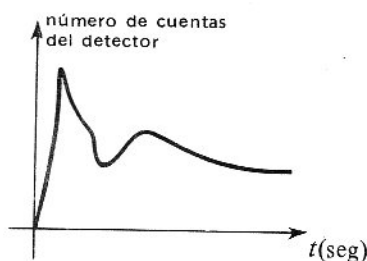


Figura 20.9A

2. Para la radioterapia

Radioterapia interna Absorbido el radioisótopo se fija en un cierto órgano o tejido y puede destruir las células anormales.

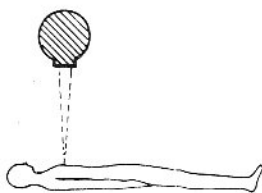


Figura 20.10A

Radioterapia externa (cobaltoterapia) La fuente radiactiva llamada *bomba de cobalto* es muy potente y se encuentra en el interior de una envoltura gruesa de plomo. Por un hueco de ésta se pueden dirigir las radiaciones hacia lesiones profundas en el cuerpo y destruir células cancerosas (figura 20.10A).

Problemas

20.1 Calcúlese la energía cinética de un neutrón en un núcleo de radio. *Resp.* 6×10^{-15} m.

Suponer que el núcleo es una caja de longitud R y usar la onda Broglia.

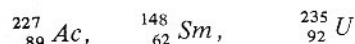
20.2 Si la vida media del radio es 1600 años, ¿qué fracción de una muestra de radio se habrá desintegrado al transcurrir 3200 años? *Resp.* $3/4$.

20.3 Considérese una muestra formada por N núcleos radiactivos cuya vida media es T . ¿Cuántos quedarán después de que haya transcurrido un intervalo de tiempo $T/2$? (Sugerencia: durante la primera mitad se desintegra la misma fracción que durante la segunda mitad). *Resp.* $N/\sqrt{2}$.

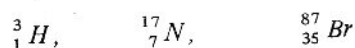
20.4 En una bomba termonuclear, 18 kg de explosivo liberan una energía equivalente a la de un millón de toneladas, de TNT. Una tonelada de TNT libera 10^9 calorías. ¿Cuántos gramos de ese explosivo termonuclear se han convertido en energía?

20.5 Cuántas desintegraciones por segundo emite un gramo de radio (Masa atómica = 226 g, $T = 1600$ años, $\log 2 = 0,693$, $N = 6,02 \times 10^{23}$). Este número de desintegración por segundo se denomina un curie. *Resp.* $3,7 \times 10^{10}$ des/seg.

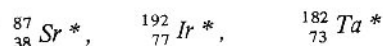
20.6 Identificar los núcleos que resultan de la desintegración alfa del



20.7 Identificar los núcleos que resultan de la desintegración beta del



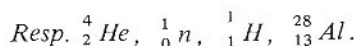
20.8 Identificar los núcleos que resultan de la desintegración gamma del



20.9 El ${}_{92}^{235}\text{U}$ sufre sucesivamente ocho desintegraciones alfa y seis desintegraciones beta. ¿Qué cuerpo resulta? *Resp.* ${}_{82}^{206}\text{Pb}$.

20.10 La fisión de un núcleo de $\text{U}235$ libera 200 Mev. Si todos los núcleos de 1 kg de $\text{U}235$ se fisio- nan, ¿qué cantidad de masa desaparecerá? (masa del protón o del neutrón $1,67 \times 10^{-27}$ kg). *Resp.* 1 g

20.11 Completar las siguientes reacciones y escribirlas en forma condensada:



20.12 Se ha puesto 0,01 miligramo de radio en el centro de una esfera de vidrio de 9 cm de radio interior. Sobre la pared interna de la esfera, se ha pegado una pantallita de sulfuro de zinc que se observa al microscopio. Se hace el vacío en la esfera. El radio emite partículas α en todas las direcciones y cada vez que una partícula α toca la pantalla, se percibe un centelleo. Sobre cada elemento de superficie $0,01 \text{ mm}^2$, se cuentan 9 centelleos por minuto.

(a) Calcular el número de partículas α emitidas por un miligramo de radio en un minuto.

(b) Las partículas α llevan una carga positiva. Se recibe sobre una armadura de un condensador de capacidad $10^{-5} \mu\text{f}$ la mitad de las partículas α emitidas en el vacío por un miligramo de radio, estando la otra armadura puesta a tierra. Al cabo de dos minutos, la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador es 293 voltios. ¿Cuál es la carga de una partícula α ?

(c) Se ha determinado en un año el volumen total del helio desprendido por miligramo de radio. Se encontraron $0,172 \text{ mm}^3$ a 0°C , bajo presión normal. Determinar el número de Avogadro N , es decir, el número de átomos reales contenidos en un átomo-gramo de helio, de masa atómica igual a 4 y de volumen 22.400 cm^3 en las condiciones normales.

Calcular la masa de una partícula α .

(d) Un decigramo de radio, puesto en un calorímetro, desprende 14,5 calorías por hora. Admitiendo que el 90% de este calor proviene de la energía cinética de las partículas α , determinar la velocidad de estas partículas.

Respuestas

$$(a) n = 9161 \times 10^6 \text{ partículas}$$

$$(b) q = 3,2 \times 10^{-19} \text{ coulombios}$$

$$(c) N = 6 \times 10^{23} \text{ átomos/átomo-gramo}$$

$$m = 6,6 \times 10^{-24} \text{ g}$$

$$(d) v = 1,73 \times 10^7 \text{ m/seg}$$

Historia de la física nuclear

El descubrimiento de la radiactividad cambió totalmente la concepción que los filósofos y los sabios habían hecho de la materia. El núcleo después del átomo que parecía indivisible, se ha vuelto un mundo complejo.

Tres meses después del descubrimiento de los rayos X por Roentgen, Becquerel en 1896, que buscaba rayos X en sustancias fluorescentes pone en evidencia un nuevo tipo de radiación más penetrante que los rayos X: es el descubrimiento de la *radiactividad*.

Pierre y Marie Curie deciden profundizar este tema y descubren en 1898 dos cuerpos fuertemente radiactivos: el polonio y el radio.

Naturaleza de las radiaciones

Quedaba el problema de la naturaleza de la emisión espontánea de los cuerpos radiactivos. En 1900, los Curie establecen que las cargas transportadas por los rayos beta son negativas. Medidas posteriores hacen aparecer que la carga de un rayo beta es igual a la carga elemental y muy pronto se asimilan los rayos beta a los electrones.

En el mismo año, Villard identifica los rayos gamma a una radiación electromagnética, análoga a los rayos X. En 1909, Rutherford muestra que los rayos alfa son átomos de helio completamente ionizados. Durante varios días, deja que las partículas alfa se acumulen en un recipiente y examinando el interior, confirma la presencia de helio.

Trasmutación

La radiactividad abre nuevos horizontes: los átomos no son indestructibles; un elemento emite un fragmento de sí mismo que corresponde a otro cuerpo; es la *trasmutación* natural.

En 1919, Rutherford provocó trasmutaciones artificiales bombardeando nitrógeno con rayos alfa y obtuvo hidrógeno. El sueño de los alquimistas se hacía realidad; las técnicas mejoradas pudieron facilitar la producción de cualquier cuerpo partiendo de otro elemento. Más aún, se pudo producir elementos desconocidos en la naturaleza; para eso se creó toda una *artillería de bombardeo* tales como acelerador Van de Graaf, ciclotrón, betatrón, cosmotrón, etc.

La constitución del núcleo

¿De dónde provenían las radiaciones?

La emisión de las radiaciones estaba acompañada de la producción de calor, que si parecía débil en valor absoluto era muy grande cuando se relacionaba con

la masa del átomo. Ya P. Curie había escrito *la emisión continua de una gran cantidad de calor no puede explicarse por una transformación química*. En consecuencia, debía provenir del núcleo.

Hacia 1913 los ingleses J. J. Thompson, Sody y más tarde Aston, descubrieron que algunos cuerpos de masas diferentes se comportaban químicamente igual, eran los *isótopos*. En su constitución se admitió que los núcleos estaban formados de protones y electrones.

En 1930 bombardeando berilio con partículas alfa, se emitía una nueva radiación muy penetrante; se supuso que eran rayos gamma, pero los rayos gamma no podían arrancar protones con las velocidades observadas, de los cuerpos ricos en hidrógeno como la parafina. En 1932 el inglés Chadwich identificó esta radiación como formada de *neutrones*. Este descubrimiento permitía introducir un nuevo componente del núcleo. Un núcleo podía estar construido con protones y neutrones sin necesidad de electrones.

¿Por qué hay radiaciones?

Se admite que los núcleos radiactivos están en un estado de energía que no corresponde a un estado de energía mínima, siguiendo su evolución hacia este estado liberando energía en forma de radiaciones.

La liberación de la energía nuclear

En 1934 los franceses I. Curie y F. Joliot bombardearon aluminio con rayos alfa. Después del bombardeo, el aluminio emitía radiaciones como si fuera un cuerpo radiactivo, así se descubre la *radiactividad artificial*. Se encontró que la mayoría de los cuerpos simples, bombardeados por partículas como protones, electrones, neutrones, etc., poseen isótopos radiactivos: estos son los radioisótopos de tanta importancia en la ciencia, medicina e industria.

Con el mismo método se pudieron preparar los cuerpos de número atómico superior a 92, como el neptunio, plutonio, americio, curio, berkelio, californio, einstenio, fermio, mendelevio, nobelio, etc.

En 1939 los alemanes Hahn y Strassmann encontraron que los núcleos de uranio, bombardeados por neutrones podían romperse en núcleos más livianos liberando una enorme cantidad de energía, llamada *fiisión*. Poco tiempo después se mostró que la ruptura del núcleo de uranio producía de dos a tres neutrones que eran capaces a su vez, de provocar otras rupturas: esta es la *reacción en cadena*.

Fue en 1942 que el primer reactor nuclear, construido bajo la dirección del italiano Fermi en Chicago,

funcionó; era una reacción en cadena controlada. Las bombas atómicas, en 1945 de Hiroshima y Nagasaki, reacción en cadena no controlada, mostró al mundo el poder devastador de la liberación masiva de la energía nuclear.

La bomba atómica H mostró una *reacción de fusión* no controlada. El mundo espera ahora que se pueda controlar esta fusión.

El mundo de las partículas

Las técnicas mejoradas, las de aceleración hasta altas energías y las de los detectores de partículas, el estudio de los rayos cósmicos (que vienen de los espacios

siderales) y de la ruptura de los núcleos, muestra un gran número de *nuevas partículas* de vida muy corta: el electrón positivo, los mesones, los hiperones, etc.

Esas partículas se transforman las unas en las otras y frecuentemente de varias maneras. Actualmente no existe ninguna teoría que permita explicar el hecho de que haya tantas partículas, ni de dar una visión coherente de sus transformaciones e interacciones.

Delante de estas dificultades, podemos concluir como lo escribía Oppenheimer: "¡Es evidente que nos encontramos en la víspera de una revolución muy grave, probablemente muy heroica y de toda manera imprevisible, de nuestras interpretaciones y de nuestras teorías en física!".

Unidad 11

Nuevo concepto de espacio y tiempo

VEINTIUNO

Teoría de la relatividad

Antes de 1900, la física estaba dividida en las ramas: mecánica, termodinámica, electricidad, magnetismo y óptica.

Hacia 1900, los físicos trataron de unificar esos diferentes campos. Mostrando que los fenómenos térmicos podían tener una interpretación mecánica, Maxwell mostró que la electricidad, el magnetismo y la óptica eran aspectos diferentes de la *teoría electromagnética*.

Se afirmaba que toda la física estaba comprendida dentro de las dos grandes teorías: mecánica y electromagnética.

Pero había una dificultad: eran fundamentalmente incompatibles. Por ejemplo, la velocidad de la luz (fenómeno electromagnético) no se sumaba como la velocidad de las partículas (fenómeno mecánico).

Einstein profundizando los conceptos de espacio y tiempo, redujo estas incompatibilidades aparentes entre la mecánica y el electromagnetismo y formuló su teoría de la relatividad.

La teoría de la *relatividad especial o restringida* se dedica al estudio de las observaciones realizadas desde sistemas de referencia que se mueven los unos con respecto a los otros con velocidad constante.

La teoría de la *relatividad general* incluye sistemas de referencia acelerados.

En este capítulo solo se estudiará la teoría de la relatividad especial.

21.1 Transformación de Galileo

Llamaremos *sistema de referencia inercial* a un sistema en donde se verifican las leyes de Newton de la mecánica.

Una imagen de un sistema inercial es un sistema con movimiento uniforme, con respecto al sistema de las "estrellas fijas".

Un sistema que gira no es inercial; es un sistema acelerado y la segunda ley de Newton no es válida dentro de este sistema.

A partir de ahora, se considerarán todos nuestros sistemas de referencia inerciales.

En un sistema de referencia S un suceso A tiene coordenadas x, y, z en el tiempo t . Un observador situado en otro sistema S' que se mueve con velocidad constante v en la dirección x encontrará que el mismo suceso ocurre en el tiempo t' y que tiene coordenadas x', y', z' . Se quiere saber cómo están relacionadas las medidas x, y, z y t , con las x', y', z' y t' .

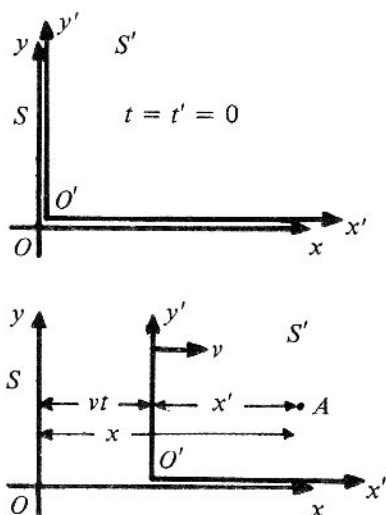


Figura 21.1

Si los tiempos se miden en los dos sistemas, de modo que $t = t' = 0$, cuando los orígenes de O y O' coinciden, la figura 21.1 indica:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Si a estas relaciones se añade

$$t' = t$$

relación evidente a priori, se obtiene lo que se denomina la transformación de Galileo.

Transformación de las velocidades

Si A se mueve durante un Δt , el incremento de las abscisas es:

$$\Delta x' = \Delta x - v \Delta t$$

y dividiendo por Δt , se tiene

$$\frac{\Delta x'}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} - v \frac{\Delta t}{\Delta t}$$

y si Δt tiende a cero, se obtiene la relación entre las velocidades en la dirección x .

$$v'_x = v_x - v$$

Esta transformación indica que si A es una señal luminosa, la velocidad de la luz medida en los dos sistemas será diferente. Muchos experimentos demuestran que la velocidad de la luz es siempre la misma en todas las direcciones e independiente de los movimientos uniformes de los observadores y de la fuente.

Por tanto, la transformación de Galileo no es correcta y será necesario cambiarla por otra: la transformación de Lorentz que conserva la velocidad de la luz constante en todos los sistemas inerciales.

Ahora se citará el experimento de Michelson-Morley que mostró por primera vez este hecho.

21.2 Experimento de Michelson y Morley

La Tierra viaja alrededor del Sol en una órbita casi circular con una velocidad v de 30 km/seg aproximadamente.

Si suponemos que el éter, medio en el cual la luz se propaga con la velocidad $c = 300.000$ km/seg, está en reposo en el universo, la luz debería tener una velocidad, con respecto a la Tierra, comprendida entre $c - v$ y $c + v$ según la dirección de propagación de la luz y aplicando las ecuaciones de transformación de Galileo.

Para comprobar este hecho, en 1877, Michelson y Morley realizaron su famoso experimento.

Su objetivo era medir la velocidad de la luz con respecto a la Tierra en dos direcciones perpendiculares de propagación o lo que es equivalente, medir el tiempo de recorrido de la luz en las dos direcciones anotadas y compararlas.

Como los tiempos que se iban a medir eran muy poco diferentes, Michelson construyó el aparato descrito en la sección 8.5A, que utiliza el principio de las interferencias.

La luz de la fuente F incide sobre una lámina semiplataada S que divide el haz en dos partes iguales que se dirigen hacia los espejos M y N situados a una distancia L (figura 21.2).

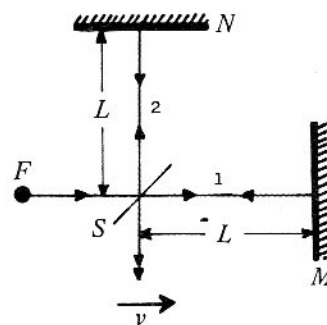


Figura 21.2

(a) **Haz 1**, en la dirección de la velocidad v de la Tierra con respecto al Sol.

Cuando el haz se dirige hacia M su velocidad es $c - v$, mientras que es $c + v$ en el regreso. Por tanto el tiempo transcurrido es

$$t_1 = \frac{L}{c - v} + \frac{L}{c + v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} = \frac{2L}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

(b) **Haz 2**, en la dirección perpendicular a v .

Cuando la luz se dirige de S a N y regresa a S' , el interferómetro avanza de S a S' con velocidad v (figura 21.3). Por Pitágoras, en el triángulo SNH , se tiene:

$$c^2 \left(\frac{t_2}{2}\right)^2 = v^2 \left(\frac{t_2}{2}\right)^2 + L^2$$

$$t_2 = \frac{2L}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

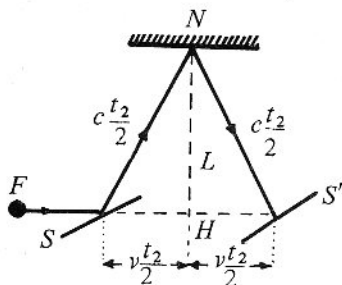


Figura 21.3

Se nota que los tiempos t_1 y t_2 son diferentes y por tanto cuando se encuentren los dos haces de luz estarán desfasados y producirán una figura de interferencia diferente de la figura de interferencia cuando estén en fase.

La experiencia muestra que los dos tiempos son iguales. El experimento se repitió de día, de noche, durante todas las estaciones del año, y con diferentes técnicas y siempre dio resultados negativos.

Se concluye por tanto:

1. La velocidad de la Tierra con respecto al éter es $v = 0$, o sea que podemos interpretar este hecho como la *no existencia del éter*, es decir que no existe un sistema de referencia en reposo con respecto al cual todos los demás están en movimiento relativo.
2. La medida de la velocidad de la luz en el vacío es la misma para todas las direcciones en cualquier sistema inercial, e independiente del movimiento de la fuente y del observador.

21.3 Postulados de la relatividad

De las conclusiones anteriores, ausencia de un sistema de referencia y la constancia de la velocidad de la luz, nació la teoría de la relatividad especial. Einstein generalizó estas ideas y formuló los dos postulados siguientes, base de la teoría de la relatividad.

1. Postulado de la relatividad

Todos los fenómenos de la física se presentan de la misma manera en todos los sistemas con movimiento uniforme.

Este postulado, enunciado por Galileo para la mecánica, lo amplía Einstein en toda la física.

El postulado establece que es imposible determinar por medidas físicas si un sistema de coordenadas está en reposo o posee un movimiento uniforme; lo único que se sabe es que el uno se mueve con respecto al otro.

Las medidas dentro de un sistema no permitirán distinguirlo de otro sistema, en movimiento uniforme con él.

Todas las leyes de física se expresarán de manera idéntica en todos los sistemas en movimiento uniforme.

2. Postulado de la constancia de la velocidad de la luz

La velocidad de la luz en el vacío tiene el mismo valor independientemente de la velocidad del observador y de la velocidad de la fuente.

Como se verá, estos postulados alteran todos nuestros conceptos de tiempo y de espacio que nos hemos formado de la experiencia cotidiana. También indican que la transformación de Galileo no puede ser correcta.

Nuestro estudio de la relatividad por tanto será:

1. Revisar nuestros conceptos de tiempo y espacio.
2. Establecer la transformación de coordenadas entre dos sistemas inerciales.
3. Examinar de nuevo las leyes de la física, en particular las leyes de conservación a la luz de los postulados anteriores.

21.4 Dilatación del tiempo

Se consideran dos observadores S y S' de modo que S' se mueve con respecto a S con la velocidad v y desea comparar los intervalos de tiempo medidos por sus relojes. Para esto se efectúa el siguiente experimento: S' está dentro de un tren con velocidad v , en cuyo techo hay un espejo E y S está sobre la tierra, fuera del tren (figura 21.4). En un momento dado, S' manda una señal luminosa que se dirige hacia el espejo, se refleja y regresa hacia S' quien registra el intervalo de tiempo T_0 entre la emisión y la recepción de la señal que es:

$$T_0 = \frac{2L}{c}$$

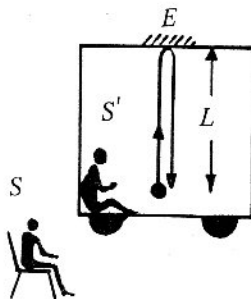


Figura 21.4

donde c es la velocidad de la luz para cualquier observador.

Nótese que la recepción y la emisión de la señal se hicieron en el mismo lugar del sistema de referencia S' y que el tiempo medido en estas condiciones es lo que se denomina *tiempo propio* T_0 .

Consideramos el mismo experimento, pero en este caso visto por S , en su sistema de referencia. Mientras la luz parte de A viaja hacia el techo del tren móvil y recorre una distancia $c \frac{T}{2}$, el tren avanza una distancia $v \frac{T}{2}$ (figura 21.5).

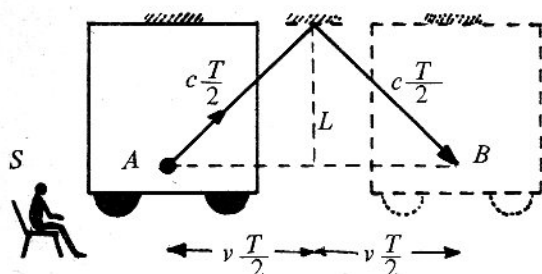


Figura 21.5

La luz se refleja y regresa hasta B después de un tiempo total T medido por S .

Por Pitágoras se tiene

$$c^2 \left(\frac{T}{2} \right)^2 = v^2 \left(\frac{T}{2} \right)^2 + L^2$$

y se deduce que T es:

$$T = \frac{2L}{c \sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Nótese que la emisión y la recepción de la señal luminosa se hicieron en dos lugares diferentes (A y B) del sistema de referencia de S .

El tiempo medido en estas condiciones se denomina *tiempo impropio* T y se relaciona con el tiempo propio por medio de la ecuación:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Este resultado notable de la teoría de la relatividad indica que:

El intervalo de tiempo T medido en dos lugares distintos por un observador en movimiento es mayor que el intervalo de tiempo T_0 (tiempo propio) medi-

do por otro observador en el mismo lugar de su sistema de referencia. Este efecto se denomina dilatación del tiempo.

¿Qué pasa si S lanza una señal luminosa y se instala un espejo fijo sobre la Tierra a una distancia L ? Para el observador de la Tierra, S mide un tiempo propio T porque en su sistema la emisión y la recepción de la señal se hace en el mismo lugar. Para el observador del tren S' , la emisión y la recepción de la señal se hará en dos lugares distintos con respecto a su sistema y medirá un tiempo impropio T_0 ligado a T por la relación anterior.

En resumen, el intervalo de tiempo es más corto para aquel observador para quien los eventos ocurren en el mismo lugar.

Esta relatividad del tiempo se ha comprobado experimentalmente por la observación de partículas que se producen en la alta atmósfera (véanse el problema 21.3 y la aplicación 21.1A).

21.5 Contracción de las distancias

Considérese un cohete que viaja con velocidad v entre las ciudades A y B , separadas una distancia L para él (figura 21.6). En su sistema de referencia el cohete recorre la distancia L en un tiempo T_0 .

Este tiempo es propio para el astronauta porque lleva el reloj con él y mide los dos sucesos (los pasajes por A y B) en el mismo lugar de su sistema (el cohete).

$$T_0 = \frac{L}{v}$$

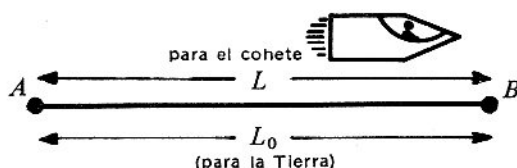


Figura 21.6

Para un observador sobre la tierra, él mide primero el paso del cohete por A y después por B ; por tanto mide un tiempo impropio T . Mide también la distancia L_0 entre las dos ciudades, distancia en reposo con respecto a su sistema lo que llamamos "distancia propia".

$$T = \frac{L_0}{v}$$

$$\text{Como } T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

se deduce que

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{L_0}{L}$$

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Vemos que la distancia L medida por un observador en movimiento paralelo a su longitud es menor comparada con su longitud propia medida en un sistema donde está en reposo.

Este efecto se denomina *contracción de las distancias de Lorentz-Fitzgerald*. Es evidente, por razones de simetría, que las distancias perpendiculares al movimiento no sufren modificación alguna.

21.6 Simultaneidad

Tenemos que investigar ahora el problema de la medida del tiempo. Cuando afirmamos que "la clase empezó a las ocho" queremos decir que "la clase empezó cuando simultáneamente un reloj cercano apuntó las ocho". Así de inmediato se sabe si dos sucesos producidos en el mismo lugar son simultáneos.

En cambio, si dos sucesos ocurren en distintos lugares, la simultaneidad no es tan obvia. Einstein propuso la siguiente definición: dos sucesos producidos en A y B son simultáneos si un observador situado en la mitad de AB divisa estos sucesos en el mismo tiempo.

Preguntémonos si dos sucesos simultáneos con relación, a un sistema S lo son también para un sistema S' móvil con relación a S .

(a) Para S

Supongamos que los sucesos A y B (dos señales luminosas por ejemplo) son simultáneos para S ; esto implica que si un observador se sitúa en M , mitad de AB , los divisa al mismo tiempo (figura 21.7).

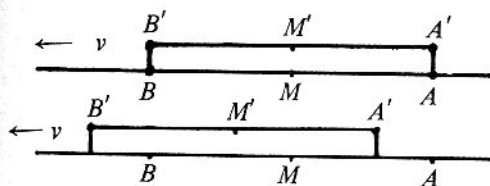


Figura 21.7

(b) Para S'

Sean A' y B' dos puntos de S' que coinciden con A y B en el momento que se producen los fenómenos considerados.

En vista de nuestra definición de simultaneidad, los sucesos A y B serán simultáneos para S' si el observador puesto en M' , mitad de $A'B'$, lo divisa al mismo tiempo.

Pero durante el tiempo que se propagan las señales luminosas que provienen de A y B , el punto M' se desplaza hacia B ; en consecuencia verá el suceso producido en B antes que el producido en A . El observador puesto en M' dirá: los sucesos ocurrieron en los puntos A' y B' de mi sistema de referencia y me encuentro exactamente en la mitad de $A'B'$, mas divisé el suceso que se produjo en B' antes que el que se produjo en A' , por tanto esos sucesos no son simultáneos para mí.

En conclusión, *dos sucesos simultáneos para un sistema no lo son necesariamente para otro sistema móvil en relación con el primero*. Es de notar que el resultado que acabamos de establecer, proviene de que no conocemos un medio de transmisión instantáneo, pues el más rápido que tenemos a nuestra disposición es la luz o más generalmente las ondas electromagnéticas.

21.7 Transformación de Lorentz

Las consideraciones de la dilatación del tiempo y de la contracción de las distancias permitirán deducir las ecuaciones de transformación de coordenadas. Consideremos dos observadores S y S' que se mueven con velocidad constante v uno con respecto al otro y sea un suceso A .

Con respecto a S , la posición y el tiempo del suceso es x, y, z, t y para S' será x', y', z', t' .

La transformación de Lorentz consiste en obtener las ecuaciones que nos permitan pasar de las coordenadas de S a S' y viceversa, como se hizo para las ecuaciones de transformación de Galileo.

Definiremos $t = t' = 0$ cuando los orígenes de los sistemas coinciden (figura 21.8).

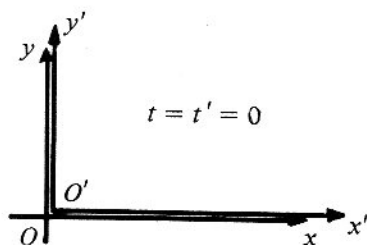


Figura 21.8

(a) Dibujo de la figura para el observador S (figura 21.9).

Para S , la distancia OO' es vt .

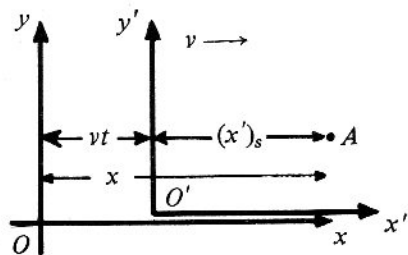


Figura 21.9

La abscisa de A a S' es x' (distancia propia) pero visto de S es $(x')_S = x' \sqrt{1 - v^2/c^2}$ (distancia impropia).

Finalmente la abscisa de A para S es

$$x = vt + x' \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (1)$$

(b) Dibujo de la figura para el observador S' (figura 21.10).

Para S' , la distancia OO' es ahora vt' .

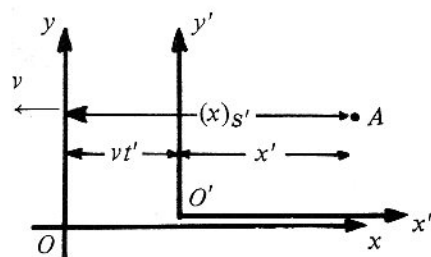


Figura 21.10

La abscisa de A a S es x (distancia propia) pero visto de S' es

$$(x)_S = x \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Finalmente la abscisa de A para S' es

$$x' = x \sqrt{1 - v^2/c^2} - vt' \quad (2)$$

De las ecuaciones (1) y (2) se deduce

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & y' &= y \\ t' &= \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & z' &= z \end{aligned}$$

Estas ecuaciones forman la transformación de Lorentz (se agregaron las ecuaciones $y' = y$, $z' = z$ por ser evidentes).

También se pueden deducir x y t a partir de x' y t' , o sea:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & y &= y' \\ t &= \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & z &= z' \end{aligned}$$

Esta transformación inversa de Lorentz puede obtenerse sustituyendo v por $-v$ en las ecuaciones anteriores.

De estas ecuaciones, que resumen todas las ecuaciones anteriores, se deducen:

1. La dilatación del tiempo (véase el problema 21.9).
2. La contracción de las distancias (véase el problema 21.10).
3. Los sucesos simultáneos en un sistema no son generalmente simultáneos en otro sistema (véase el problema 21.8).
4. Las ecuaciones de Lorentz se reducen a las ecuaciones de Galileo cuando la velocidad v es pequeña con respecto a c .

Nota sobre los esquemas en relatividad

El objetivo de un esquema, dibujo o diagrama es representar en un momento dado, un suceso simultáneo con otros. Por tanto, en relatividad, se deben dibujar estos sucesos para un observador situado en un sistema de referencia particular.

Para otro observador, en movimiento con respecto al primero, estos sucesos no son simultáneos y por tanto el esquema anterior no sirve. Se debe hacer un nuevo esquema para su sistema de referencia.

Así, en relatividad, los esquemas (y sus interpretaciones) deben hacerse siempre vistos desde un solo sistema de referencia.

21.8 Suma de velocidades

Considérese un cohete A en el origen O y O' al tiempo $t = t' = 0$ y admítanse que se desplaza con velo-

ciudad constante V de componentes V_x, V_y, V_z en S y V'_x, V'_y, V'_z en S' .

Al tiempo t ó t' según los sistemas, se tendrá:

$$V_x = \frac{x}{t}$$

$$V'_x = \frac{x'}{t'}$$

y ecuaciones semejantes para V_y, V'_y, V_z, V'_z .

De las ecuaciones de Lorentz se deduce:

$$V'_x = \frac{x'}{t'} = \frac{(x - vt)/\sqrt{1 - v^2/c^2}}{(t - vx/c^2)/\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{x - vt}{t - vx/c^2} = \frac{\frac{x}{t} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{x}{t}}$$

o sea, finalmente

$$V'_x = \frac{V_x - v}{1 - \frac{vV_x}{c^2}}$$

Este resultado puede compararse con lo que da la transformación de Galileo

$$V'_x = V_x - v$$

Se deja como ejercicio el cálculo de las otras velocidades.

La transformación inversa se obtiene sustituyendo v por $-v$, o sea:

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$

Ejemplos

1. Una nave espacial que pasa cerca de la Tierra a una velocidad de $0,9c$ envía hacia adelante un proyectil con una velocidad de $0,9c$ con respecto a ella.

La velocidad del proyectil con respecto a la Tierra es:

$$V_x = \frac{0,9c + 0,9c}{1 + (0,99)(0,99)} = 0,909c$$

Se puede observar que la velocidad del proyectil es siempre inferior a c .

2. Una nave espacial con velocidad v con respecto a la Tierra envía hacia adelante un fotón de luz que se desplaza a una velocidad c con respecto a la nave. ¿Cuál es la velocidad del fotón con respecto a la Tierra?

$$V_x = \frac{c + v}{1 + cv/c^2} = c$$

resultado que concuerda con el segundo postulado.

Esto muestra la aparición de una velocidad límite c . Numerosos experimentos efectuados con partículas elementales muestran que la velocidad de ellas se acerca a la de la luz sin nunca alcanzarla.

21.9 Conservación de la cantidad de movimiento

Según el primer postulado, la conservación de la cantidad de movimiento debe ser válida en todos los sistemas inerciales.

Considérense dos trenes, A y B que se aproximan sobre dos vías rectas paralelas, cada uno con una velocidad v_T con respecto a la Tierra. En cada tren un observador tiene una esfera idéntica a la otra de masa m_0 medida en su sistema en reposo.

Ambos observadores lanzan las esferas perpendicularmente a su dirección de movimiento con velocidad igual u_0 muy pequeña, medida por cada observador en su sistema, de tal manera que haya choque perfectamente elástico (conservación de la energía cinética) en P y rebotan de manera simétrica, con respecto al observador de la Tierra, debido a la simetría del problema. Las trayectorias dibujadas en la figura 21.11 en línea de trazos interrumpidos, son las que ve el observador de la Tierra.

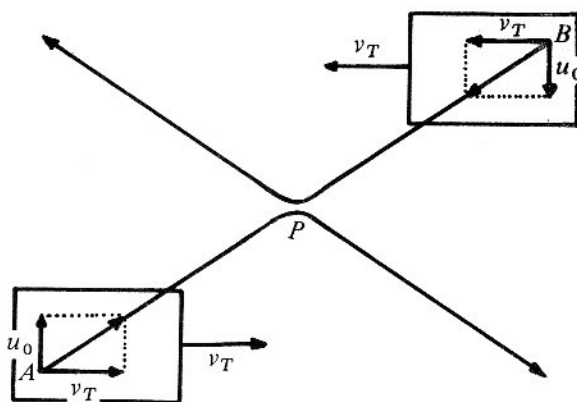


Figura 21.11

(a) Colisión vista por A

Para él, su tren está en reposo y ve el tren de B acercarse con velocidad $v = 2v_T$ y observa la colisión representada en la figura 21.12.

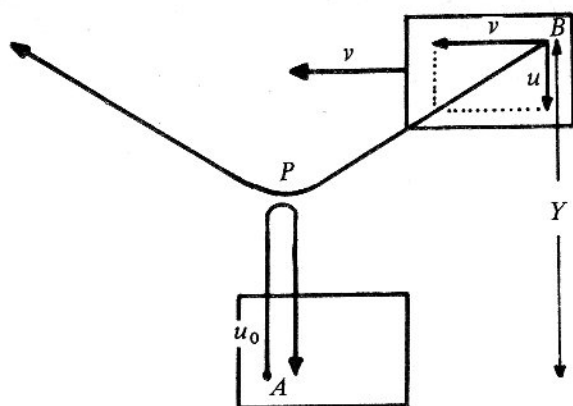


Figura 21.12

Su esfera de masa m_0 (porque u_0 es pequeña) se dirige en la dirección y con velocidad u_0 y regresa con la misma rapidez.

El ve la esfera de B, cuya masa para él es m , moverse con velocidad cuya componente en la dirección y es u y regresar con la misma rapidez.

Para él la ley de conservación de la cantidad de movimiento en la dirección y es:

$$m_0 u_0 + (-m u) = (-m_0 u_0) + m u$$

antes del choque después del choque

o sea

$$2 m_0 u_0 = 2 m u$$

(b) Cálculo de u_0 y u por A

Como la separación de los dos trenes es Y , cada esfera recorre una distancia $Y/2 + Y/2 = Y$, por tanto se tiene

$$u_0 = \frac{Y}{T_0}$$

$$u = \frac{Y}{T}$$

El tiempo T_0 es el tiempo invertido para que la esfera de A haga el recorrido de ida y vuelta, pero para A, el lanzamiento y la recepción de la esfera se hacen en el mismo lugar: *es un tiempo propio*.

El tiempo T es el tiempo invertido para que la esfera de B haga el recorrido de ida y vuelta, pero para A, el lanzamiento y la recepción de la esfera se hacen en dos lugares diferentes: *es un tiempo impropio*, relacionado con T_0 por

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Finalmente las velocidades son:

$$u_0 = \frac{Y}{T_0}$$

$$u = \frac{Y}{T} = \frac{Y}{T_0} \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(c) Masa relativista

Regresando a la ley de la conservación de la cantidad de movimiento se tiene:

$$2 m_0 \frac{Y}{T_0} = 2 m \frac{Y}{T_0} \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

o sea que

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Se concluye que un observador ve que la masa de los objetos en movimiento aumenta.

La ecuación anterior muestra que la masa es infinitamente grande cuando la velocidad del objeto se acerca a la velocidad de la luz. Por la segunda ley de Newton, se necesitará una fuerza infinita para acelerarlo, lo que es imposible, por tanto, *ningún objeto alcanzará la velocidad de la luz*.

Ejemplo

¿Qué velocidad debe tener un electrón para que su masa sea el doble de su masa en reposo?

Aquí tenemos $m = 2 m_0$, por tanto

$$2 m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

21.10 Energía relativista

Desarrollamos la expresión de la masa relativista por la relación del binomio:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_0 (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

$$m = m_0 (1 + \frac{v^2}{2c^2} + \dots)$$

Multiplicando ambos miembros por c^2 , se tiene:

$$m c^2 = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \dots$$

Se observa que dimensionalmente, el producto $m c^2$

es una energía que se denominó *energía relativista* del cuerpo de masa m .

Si se define *energía cinética relativista* a la relación:

$$E_c = mc^2 - m_0c^2 \\ = (m - m_0)c^2$$

que se reduce a la energía cinética clásica para v pequeño, se puede interpretar esta relación diciendo que una disminución de masa produce energía cinética. Generalizando este concepto Einstein mostró que cualquier forma de energía puede transformarse en masa y viceversa según la relación:

$$E = mc^2$$

Una demostración más formal de esta relación fundamental de la física, necesita las nociones de derivada e integral (véase el problema 21.23).

Aplicaciones

La abundante comprobación experimental que hoy se posee justifica plenamente todos los resultados teóricos obtenidos.

21.1A Vida de los mesones

La "vida propia" de los mesones y de muchas partículas que el hombre produce bombardeando los núcleos por partículas de altas energías es muy corta. Pero para el físico que los estudia y gracias a la relatividad, la vida de los mesones es mucho más larga, lo que le permite observarlos y medir algunas de sus características. Así la dilatación del tiempo la utilizan diariamente todos los físicos que trabajan con altas energías.

21.2A Origen de la energía solar

Cada segundo 570 millones de toneladas de hidrógeno se convierten en 566 toneladas de helio por reacciones nucleares. Por tanto 4 millones de toneladas se convierten en energía según la relación de Einstein. Esta pérdida de masa es muy grande, a escala humana; como la masa del Sol es 2×10^{27} toneladas, ésta corresponde a una reserva de muchos billones de años de vida solar aún.

21.3A Principio de los reactores nucleares y de las bombas atómicas

Se vio en el capítulo de física nuclear que los fenómenos de fisión de los núcleos pesados y la fusión de los núcleos livianos se producían con pérdidas de masa que se transformaban en energía; este fenómeno relativista constituye el principio de los reactores nucleares y de las bombas atómicas.

21.4A Materialización y desmaterialización

En ciertas condiciones, un fotón puede *materializarse* en un par de electrones: el uno positivo y el otro negativo. La energía del fotón debe ser superior a la masa en reposo del par, o sea

$$E = 2 mc^2$$

o sea

$$E = 2 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^{10})^2 \\ = 1,64 \times 10^{-13} \text{ julios}$$

$$E = \frac{1,64 \times 10^{-13}}{1,6 \times 10^{-19}} = 1,02 \times 10^6 \text{ ev} \\ = 1,02 \text{ Mev}$$

Para los fotones de mayor energía, el excedente de energía se transforma en energía cinética de los electrones producidos.

Este experimento se realizó por primera vez en 1933. Con fotones de mayor energía, se produjo en 1955, la materialización del protón $+$ y $-$, lo que abrió el campo al descubrimiento del antiprotón, y de muchas otras antipartículas.

También se ha comprobado que cuando un electrón positivo se encuentra con un electrón negativo, se produce energía en forma de fotón; a este hecho es lo que se llama la *desmaterialización de los electrones*.

21.5A La paradoja de los gemelos

Dos gemelos están en reposo sobre la Tierra. Uno hace un viaje en un cohete a una velocidad muy grande hasta otro planeta y regresa. El gemelo de la Tierra nota que el reloj de su hermano se atrasa y deduce que su hermano envejece más lentamente que él.

¿Qué pensará el gemelo viajero? Para él, el gemelo de la Tierra viaja y por tanto debe envejecer más lentamente y cuando regresa a la Tierra piensa que su

hermano es más joven. Estas conclusiones aparecen paradójicas. ¿Quién tiene la razón?

En realidad las situaciones de los dos gemelos no son idénticas. En efecto, el gemelo viajero tuvo que hacer una media vuelta, o sea que *sufrió una aceleración* para poder regresar, mientras que el gemelo de la Tierra siempre estuvo en un sistema inercial, con velocidad constante. Por tanto el viaje, para los dos gemelos, no es simétrico.

Se nota que la resolución completa de este problema necesita sistemas de referencia acelerados y es por tanto un problema de relatividad general.

Sin embargo, se puede simplificar el problema y mostrar que el gemelo viajero resultará más joven.

Considérese un gemelo en un cohete que parte de la Tierra con velocidad v . Cuando alcanza el final de su ida salta sobre otro cohete que viene hacia la Tierra (figura 21.1A).

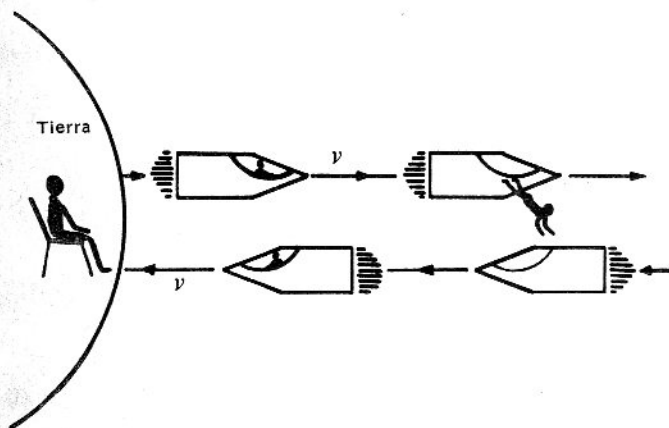


Figura 21.1A

Para el gemelo de la Tierra, su reloj mide un tiempo T para el viaje de ida de su hermano (tiempo impropio, medido en dos lugares de su sistema de referencia) y mide un tiempo T para el viaje de regreso (tiempo impropio). En total para él, el viaje dura un tiempo $2T$.

Para el gemelo viajero, mide el tiempo de su ida como tiempo propio T_0 (medido en el mismo lugar de su sistema de referencia) o sea:

$$T_0 = T \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

El tiempo de regreso lo mide también como tiempo propio de su nuevo sistema de referencia, o sea:

$$T_0 = T \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Por tanto su viaje duró un tiempo:

$$2T_0 = 2T \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

menor que el tiempo medido por el gemelo de la Tierra y concluye que envejece más lentamente que su hermano.

Por medio de núcleos radiactivos, en la actualidad, se hace posible una verificación de este hecho. Se ha mostrado que los núcleos radiactivos acelerados, tienen una vida más larga que los núcleos inmóviles.

Problemas

21.1 Una nave espacial acorta el 1% de su longitud cuando está en vuelo. ¿Cuál es su velocidad?

Resp. $4,2 \times 10^7$ m/seg.

21.2 Demostrar que si L_0^3 es el volumen de un cubo, entonces

$$L_0^3 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

es el volumen observado desde un sistema que se mueve con velocidad v en la dirección de una de sus aristas.

21.3 Un mesón de vida propia $2,5 \times 10^{-8}$ seg, viaja a una velocidad de $0,9c$. ¿Cuál es su vida media desde la Tierra? Resp. $5,7 \times 10^{-8}$ seg.

21.4 Un mesón que viaja a una velocidad de $0,998c$ tiene una vida propia de 2×10^{-6} seg.

(a) Para el sistema del mesón, ¿qué distancia recorre el mesón?

(b) Para un observador de la Tierra, ¿qué distancia recorre el mesón? Resp. (a) 600 m; (b) 9500 m.

21.5 Un astronauta se dirige hacia un planeta que está a 3×10^{10} m (medido por un observador de la Tierra) a una velocidad $0,6c$.

(a) ¿Cuál es el tiempo del viaje medido por el observador de la Tierra?

(b) ¿Cuál es el tiempo del viaje medido por el astronauta? Resp. (a) 166 seg; (b) 133 seg.

21.6 Dos señales luminosas se producen en A y B a una distancia L igual O en el sistema S . En el momento en que se producen las dos señales (determinado por el observador O), un segundo observador O' que se mueve con velocidad $v = \frac{c}{3}$ en la dirección de A coincide con O (figura 21.1P).

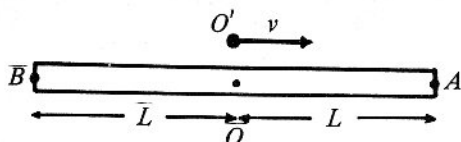


Figura 21.1P

(a) Demostrar que O mide una distancia $OO' = \frac{L}{4}$ cuando la señal de A llega a O' .

(b) Demostrar que O mide una distancia $OO' = \frac{L}{3}$ cuando la señal de A llega a O .

(c) Demostrar que O mide una distancia $OO' = \frac{L}{2}$ cuando la señal de B llega a O' .

21.7 Partiendo de la ecuación de Lorentz, demostrar las ecuaciones inversas de Lorentz.

21.8 Demostrar a partir de las ecuaciones de Lorentz que dos eventos simultáneos ($t_1 = t_2$) en distintos lugares ($x_1 \neq x_2$) de un sistema S , no son simultáneos en otro sistema de referencia S' .

21.9 Demostrar a partir de las ecuaciones de Lorentz la dilatación del tiempo.

21.10 Demostrar a partir de las ecuaciones de Lorentz la contracción de las distancias. (no se debe olvidar que cuando un sistema es móvil, las medidas x'_1 y x'_2 de los extremos de la distancia deben ser simultáneos, es decir $t'_1 = t'_2$.)

21.11 A $t = t' = 0$ los dos sistemas S y S' que se mueven uno con respecto al otro con velocidad constante v coinciden y una señal luminosa nace. Para cada sistema el frente de onda es una esfera centrada en el origen de ecuaciones

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

Demostrar que estas ecuaciones son consistentes con la transformación de Lorentz.

21.12 Demostrar que las velocidades V'_y y V'_z están dadas por las relaciones

$$V'_y = \frac{V_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v}{c^2} V_x}$$

y una expresión análoga para V'_z (véase la sección 21.8).

21.13 Una partícula A a una velocidad $0,9c$ con respecto a la Tierra se desintegra produciendo dos

partículas B que se mueven en direcciones opuestas a una velocidad $0,9c$ con respecto a A . ¿Qué velocidad máxima y mínima con respecto a la Tierra pueden tener las partículas B ? Resp. $0; 0,994c$.

21.14 Un cohete pasa por la Tierra a una velocidad de $\frac{3}{5}c$. Un tiempo más tarde decide explorar y manda de regreso hacia la Tierra un pequeño cohete explorador que se mueve con respecto a su padre a una velocidad de $\frac{4}{5}c$. ¿Cuál es la velocidad del cohete explorador con respecto a la Tierra? Resp. $\frac{5}{13}c$.

21.15 Un cohete de longitud L (medido en el sistema del cohete) sale de la Tierra a una velocidad de $\frac{4}{5}c$. Una señal de luz que se movía después de él, llega a la cola del cohete cuando $t = 0$ de acuerdo con los relojes que hay en la Tierra y en el cohete.

(a) ¿Cuándo llegará la señal a la cabeza del cohete de acuerdo con el reloj del cohete?

(b) ¿De acuerdo con el reloj de Tierra?

(c) ¿Por qué las respuestas (a) y (b) no se pueden relacionar como tiempo propio o impropio?

La señal se refleja en la cabeza del cohete y regresa a la cola.

(d) ¿Cuándo llegará esta señal a la cola de acuerdo con el reloj del cohete?

(e) ¿De acuerdo con el reloj de la Tierra?

(f) ¿Por qué las respuestas (d) y (e) pueden relacionarse como tiempo propio e impropio? Resp. $L/c; 3L/c; 2L/c; 10L/3c$.

21.16 Una persona viaja a la velocidad de $0,6c$ y regresa. Cuando regresa nota que su hermano gemelo de la Tierra ha envejecido 10 años. ¿En cuánto envejeció él? Resp. 8 años.

21.17 ¿Cuál es la masa y la velocidad de un electrón de 1 MeV? Resp. 27×10^{-31} kg; $2,8 \times 10^8$ m/seg.

21.18 ¿Cuál es la velocidad de un electrón cuya energía cinética es igual a su energía en reposo?

$$\text{Resp. } \frac{\sqrt{3}}{2}c.$$

21.19 ¿Cuál será la velocidad de un electrón de carga e y de masa en reposo m_0 que parte del reposo entre dos puntos cuya diferencia de potencial es V ?

21.20 (a) ¿Qué diferencia de potencial acelerará electrones a la velocidad de la luz, de acuerdo con la física clásica?

(b) Con esa diferencia de potencial, ¿qué velocidad adquirirá un electrón relativísticamente?

(c) ¿Cuál sería la masa del electrón a esa velocidad y cuál su energía cinética?

21.21 Escribir las ecuaciones del efecto Compton en relatividad.

21.22 Demostrar que

$$E = mc^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

donde p es la cantidad de movimiento de una partícula.

21.23* La forma relativista de la segunda ley de Newton es

$$F = \frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} + \frac{dm}{dt} v$$

que se reduce a la forma clásica si m es constante.

El trabajo elemental de la fuerza será entonces:

$$F ds = m \frac{dv}{dt} ds + v \frac{dm}{dt} ds = mv dv + v^2 dm$$

Como la masa depende de la velocidad según la relación:

$$m = m_0 (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Diferenciar esta expresión, remplazar en la anterior y demostrar que

$$F ds = c^2 dm$$

Por tanto, el trabajo total será

$$W = \int F ds = c^2 \int_{m_0}^m dm = (m - m_0) c^2$$

y según el teorema de la energía cinética, esta expresión es el incremento de la energía cinética. La ecuación anterior, es la famosa relación masa-energía de Einstein.

Demostrar que $(m - m_0)c^2$ se reduce a la expresión clásica $\frac{1}{2} m_0 v^2$ cuando v es pequeño con relación a c (desarrollar la expresión de la masa en función de la velocidad por la fórmula del binomio).

EINSTEIN

Su vida

Nacido en Ulm (Alemania), hizo todos sus estudios universitarios en Zurich (Suiza). Durante su primer trabajo en una oficina de patentes en Berna, despertó su interés por la física que estudió intensamente.

En 1905, a la edad de 26 años, publicó en una revista de Berlín *LOS ANALES DE FISICA*, tres trabajos fundamentales para la orientación de la ciencia contemporánea.

Su primer trabajo establecía las bases de la teoría de la *relatividad especial*. En su segundo, complementaba la *teoría de los cuantos* de Planck, interpretando el efecto fotoeléctrico y el último, sobre el *movimiento browniano*, o sea sobre las fuerzas intermoleculares entre las partículas abría nuevos horizontes en la teoría atómica.

Desde este momento, Einstein fue conocido en el mundo entero. Se dedicó a la enseñanza universitaria en Zurich, Praga y finalmente en Berlín en donde permaneció 20 años. Durante este período publicó un gran número de trabajos, en general cortos pero de mucha consistencia que orientarían definitivamente algunas partes de la ciencia moderna.

En 1915, desarrolló su *teoría de la relatividad general* en donde aparece una nueva ley de la gravitación que admite la ley de Newton como primera aproximación.

Recibe el premio Nobel en 1922, por su teoría del efecto fotoeléctrico y no por sus teorías relativistas que muchos científicos ponían en duda todavía.

En 1945 formuló su *teoría generalizada de la gravitación* y hasta su muerte en 1945, trató de construir una *teoría unitaria*, síntesis de la gravitación y electromagnetismo, que se quedó sin acabar.

Relatividad: Parece ser Newton, el primero que expresó claramente los conceptos clásicos de espacio y tiempo. Escribió:

"El espacio absoluto, por su naturaleza misma, queda siempre semejante e inmutable. El tiempo absoluto, verdadero y matemático por sí mismo, y por su propia naturaleza transcurre regularmente".

Sin embargo a fines del siglo pasado, ciertos resultados conducían a contradicciones notables si se interpretaban en el cuadro clásico de espacio y tiempo.

Desde que se formuló la teoría ondulatoria de la luz, todos los físicos se preguntaban cuál era el soporte de estas ondas. Se admitía que era un medio hipotético, *el éter*, el que llenaba el vacío y también la materia. Se realizó el experimento de Michelson y Morley justamente para mostrar el movimiento de la Tierra con respecto al éter.

(a) Lorentz. El resultado negativo del experimento de Michelson y Morley condujo a varias explica-

ciones. La más satisfactoria la desarrolló el holandés Lorentz de 1895 a 1904.

Analizó detenidamente las ecuaciones de Maxwell y cómo se transformaban en un sistema en movimiento con respecto al éter, encontró que debido a efectos electromagnéticos, las distancias se contraían y las masas aumentaban con la velocidad. Reuniendo estos resultados dedujo sus famosas ecuaciones de transformaciones. Fitzgerald había sugerido anteriormente una contracción de las distancias pero sin una justificación teórica.

En resumen, Lorentz creía en el éter, en el espacio y tiempo absoluto como Newton y que los efectos de contracción de las distancias y de aumento de masa eran reales e independientes del observador.

(b) Poincaré. En la misma época, el francés Henry Poincaré profesaba ideas casi relativistas. Creía en el éter pero admitía que el movimiento absoluto era indetectable.

Escribía en 1904:

“¿Existe realmente nuestro éter? Creo que cualquier experimento que hagamos revelará solamente movimiento relativo. De todos estos resultados, nacerá una nueva mecánica que se caracterizará por el hecho de que ninguna velocidad sobrepasará la de la luz”.

(c) Einstein. Le quedó a Einstein el honor de formular la nueva mecánica suprimiendo el éter e introduciendo los nuevos conceptos de simultaneidad y de espacio y tiempo que no pueden ser absolutos sino relativos y ligados. Los efectos de contracción de distancias, de dilatación del tiempo y de aumento de masa, dependían del sistema de referencia en donde se encontraba el observador.

Pero su mayor triunfo fue el descubrimiento de la equivalencia energía-masa. Escribía:

“La masa de un cuerpo es una medida de su contenido de energía. Si la energía cambia en ΔE , la masa varía en el mismo sentido en $\Delta E/c^2$ ”.

Siempre trató de demostrar que la ciencia estaba gobernada por conceptos simples que todo el mundo podía entender. Por eso, escribió libros de divulgación de todas sus obras, sin matemáticas, para el público en general.

Sus trabajos también tuvieron repercusiones filosóficas al mostrar que existía un acuerdo perfecto entre las leyes de la naturaleza y el espíritu del hombre.

En conclusión, el nombre de Einstein queda ligado a las dos más grandes teorías modernas: *La teoría de la relatividad y la teoría de los cuantos*.

Sexta parte

Guías de laboratorio y tests de evaluación

EXPERIMENTOS

1. Péndulo simple

Objetivo

Estudiar el período de un péndulo simple, que se expresa como

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

donde:

T = período del movimiento.

L = longitud del péndulo.

g = aceleración de la gravedad.

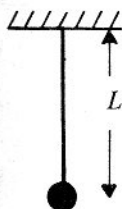
Material

Hilo, esfera de metal, cronómetro, regla.

Procedimiento

(a) La práctica consiste en medir T y observar su variación al modificar L y obtener un valor de g experimental.

La longitud del péndulo es la longitud del hilo a partir del punto de suspensión hasta el centro de la esfera (véase figura).



La longitud se hará variar por pasos sucesivos de 20 ó 30 cm.

El período se determina por medio de un cronómetro; para el efecto se mide la duración de 50 oscilaciones completas (para cada una de las longitudes consideradas), cuidando que la amplitud del movimiento no sobrepase de 10° . Es conveniente en cada ejercicio realizar varias mediciones y promediar los resultados.

(b) Mida el período de un péndulo de longitud desconocida, colgado del techo.

Informe

1. A escalas convenientes trazar las curvas:

$$T = f(L)$$

$$T' = f(L), \text{ con } T' = T^2$$

2. Obtener el valor de la pendiente de la segunda curva y de este resultado obtener una medida de g ; compararla con el valor por usted conocido.

3. Calcular el error absoluto sobre g .

4. Basándose en el valor de g obtenido anteriormente y en la medición del período, determinar la longitud del péndulo dado en (b).

2. Estudio dinámico de un resorte

Objetivo

Determinar dinámicamente la constante de un resorte.

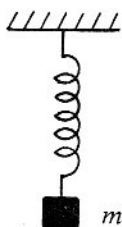
Material

Resorte, pesas, cronómetro.

Procedimiento

Fijar el extremo de un resorte a un soporte y colgar masas m en el otro extremo (véase figura). Estirar ligeramente el resorte con la mano y luego soltarlo. Se producen oscilaciones verticales cuyo período es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_0}{k}}$$



donde k es la constante del resorte y m_0 es la "masa equivalente" del resorte que oscila (como todas las partículas del resorte no oscilan de la misma manera, existe una cierta masa que llamamos "masa equivalente" que oscila como si estuviera sumada a m y que es desconocida por el momento).

La ecuación anterior puede escribirse:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m + \frac{4\pi^2}{k} m_0$$

Repetir el experimento para diferentes valores de m .

Informe

1. Dibujar la gráfica $T = f(m)$.
2. Dibujar la gráfica $T' = f(m)$ con $T' = T^2$. Deducir por la pendiente el valor de k y por extrapolación el valor de m_0 .
3. Calcular el error absoluto sobre k .
4. Teóricamente se demuestra que m_0 es igual a $1/3$ de la masa total del resorte. Comparar este dato con el valor obtenido por medio de la gráfica.

3. Ondas en una cubeta de agua

Objetivo

Produciendo ondas sobre la superficie del agua de una cubeta, hacer un estudio experimental de la velocidad, de la reflexión y de la refracción de una onda.

Material

Cubeta de ondas, hojas de papel blanco, tubo de caucho, placa de vidrio, regla, estroboscopio, cronómetro.

Procedimiento

(a) Utilizando pulsos

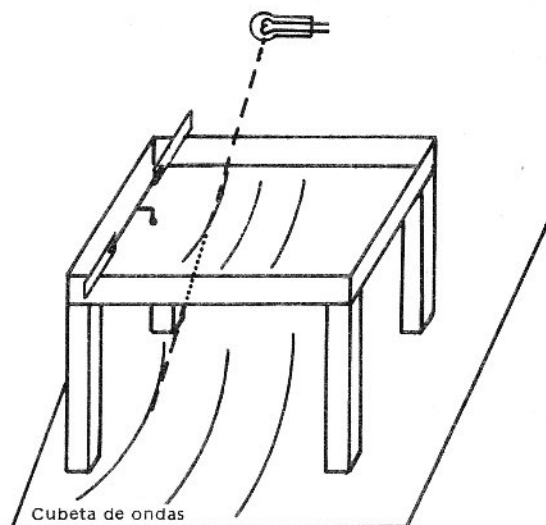
Se crean pulsos circulares al tocar la superficie del agua con el dedo. Se emplea un rodillo para producir pulsos planos, haciéndolo rodar una distancia corta.

1. **Velocidad:** Calcular la velocidad de propagación de las ondas para pulsos circulares y planos, con una regla y un cronómetro (medición directa).

2. Reflexión:

(a) Observar la reflexión de pulsos planos sobre una barrera recta para varios ángulos de incidencia. ¿Puede usted determinar los ángulos de incidencia y de reflexión?

(b) Observar la reflexión de pulsos circulares sobre



una barrera recta. ¿Puede usted determinar la localización del centro de las ondas reflejadas?

(c) Observar la reflexión de pulsos planos sobre una barrera parabólica (con un tubo de caucho se puede conseguir más o menos la forma de una parábola). Localizar el foco. Producir ondas circulares en el foco y observar las ondas reflejadas.

3. **Refracción:** Dentro de la cubeta, se pondrá una placa de vidrio para lograr una región poco profunda en donde la velocidad de las ondas sea diferente que en el resto de la cubeta. (Se montará el vidrio sobre monedas, hasta que el agua alcance justo a cubrir el vidrio.)

Observar la refracción de ondas planas con ángulos de incidencia grandes sobre la línea de separación de las dos regiones. ¿En cuál región es mayor la velocidad?

(b) Utilizando ondas sinusoidales

Con un pequeño motor, se comunicará a una varilla un movimiento armónico simple. Por medio de un reóstato se puede variar la frecuencia del motor. Para dar origen a ondas planas se sumerge la varilla ligeramente en el agua. Para dar origen a ondas circulares se levanta la varilla y se adapta una esfera que esté en contacto justo con la superficie.

1. Velocidad:

(a) Se emplea un estroboscopio de mano para "fijar" la onda. La frecuencia mínima del estroboscopio (número de vueltas por segundo multiplicado por el número de ranuras), que parece detener la onda es la frecuencia de las ondas.

(b) Con el estroboscopio y una regla, medir la distan-

cia total entre algunas crestas y determinar la longitud de onda.

(c) Calcular la velocidad de propagación ($v = \lambda f$).

(d) Calcular la amplitud de la onda (aproximadamente).

2. Reflexión:

(a) Repetir los experimentos de la parte (a) - 2.

(b) Observar las ondas estacionarias entre la varilla oscilante y una barrera plana.

3. Refracción:

Repetir los experimentos de la parte (a) - 3.

Informe

1. Comparar el cálculo de la velocidad de las ondas por medición directa y por la relación $v = \lambda f$.

2. Escribir la ecuación de la onda en el caso de las ondas sinusoidales.

3. Deducir la ley de la reflexión de las ondas.

4. Deducir la ley de la refracción de las ondas.

4. Interferencia y difracción en una cubeta de agua

Objetivo

Estudiar los fenómenos de interferencia y difracción en una cubeta de onda.

Material

Cubeta de ondas, hojas de papel blanco, regla, 2 bloques de parafina.

Procedimiento

(a) Difracción

Con un pequeño motor se comunicará a una varilla ligeramente sumergida en agua, un movimiento armónico simple. Las ondas planas producidas se dirigirán hacia una ranura formada por los dos bloques de parafina.

(b) Interferencia

Se adaptan dos esferitas a la varilla para dar origen a dos series de pulsos circulares con centros diferentes pero de la misma frecuencia (véase la sección 3.4).

Informe

1. Hacer un estudio cualitativo de la difracción observando la influencia del ancho de la abertura y de la frecuencia de las ondas.

2. Hacer un estudio cualitativo de la interferencia observando las influencias de la separación de las esferas y de la frecuencia de las ondas.

3. Comprobar que la diferencia de camino de un punto de máxima interferencia a las dos esferas es un número entero de longitud de onda.

4. Deducir la longitud de onda.

5. Ondas estacionarias transversales

Objetivo

Producir ondas estacionarias en una cuerda vibrante y calcular la velocidad de las ondas en la cuerda y compararla con el valor teórico.

Material

Zumbador o timbre, cuerda, pesas, regla.

Procedimiento

Una cuerda vibrante, fija en sus extremos, puede vibrar solamente para ciertas frecuencias bien definidas debido al fenómeno de las ondas estacionarias. A este momento,

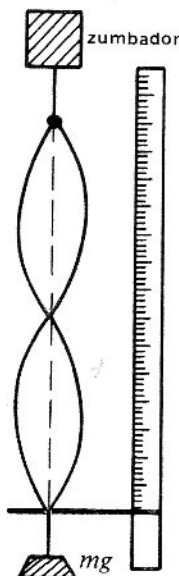
$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

donde

L = longitud de la cuerda.

λ = longitud de onda.

n = número entero.



El aparato consiste en un hilo unido a un timbre o zumbador eléctrico que vibra a una frecuencia bien determinada. El otro extremo pasa por un orificio hecho en un cursor que permite modificar la parte de la cuerda que vibra, y soporta un peso Mg que produce la tensión de la cuerda.

Para un cierto peso, modificando la longitud de la cuerda, se llega a la resonancia cuando los vientres de la cuerda son los más amplios posibles.

Informe

1. Calcular la velocidad de las ondas en la cuerda.
2. Compararla con el valor teórico $v = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ donde μ es la densidad lineal en kg/m.
3. Repetir el experimento, doblando la tensión y poniendo dos cuerdas idénticas torsionadas (trenzas). Conclusiones.

6. Ondas estacionarias longitudinales

Objetivo

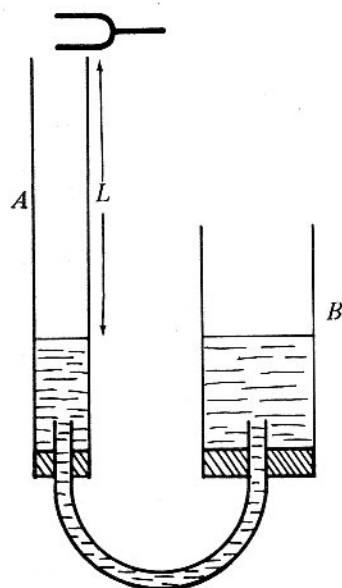
Producir ondas longitudinales en una columna de aire en resonancia con un diapasón y calcular la velocidad del sonido en el aire.

Material

Aparato de la figura, diapasón, regla.

Procedimiento

Se pondrá un diapasón a vibrar delante de la abertura



de un tubo A de vidrio o plástico, unido a un frasco por medio de una manguera que contiene agua.

En la columna de aire, situada debajo del diapasón y limitada por la superficie del agua, se originan ondas incidentes y reflejadas, que se traducen en ondas estacionarias si

$$L = n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

donde

L = longitud de la columna.

λ = longitud de onda.

n = un número entero.

En este momento, las vibraciones del aire de la columna son de tal amplitud que el sonido es audible.

Aumentando la columna de aire (moviendo el frasco B), se puede llegar de nuevo a la resonancia; la variación de la columna es $\lambda/2$.

Conociendo la frecuencia del diapasón, se puede deducir la velocidad de las ondas sonoras en el aire.

$$v = \lambda f$$

Informe

1. Calcular la velocidad del sonido a la temperatura ambiente.
2. Calcular la velocidad del sonido a la temperatura de 0°C y compararla con la que dan los textos.

7. Modelo corpuscular de la luz

Objetivo

Deducir la ley de la refracción de partículas utilizando un modelo mecánico en el campo gravitacional (véase la sección 5.10).

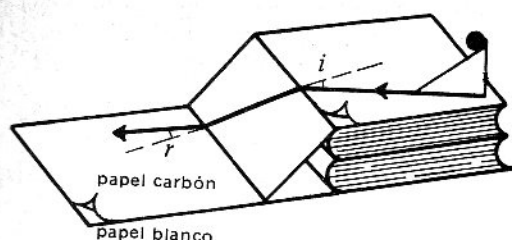
Material

Dos superficies conectadas por un pequeño plano inclinado, 2 hojas de papel blanco, 2 hojas de papel carbón, pequeña rampa de lanzamiento, esfera, transportador.

Procedimiento

En este modelo corpuscular de la luz, la superficie superior corresponde a un medio (aire), la superficie inferior a un segundo medio (vidrio) y el plano inclinado al límite entre los dos medios (véase la figura).

Soltar la esfera desde el mismo punto de la rampa (para darle la misma velocidad) de modo que llegue obli-



cuamente al plano inclinado e identificar los recorridos en las dos superficies. Repetir el proceso cinco o seis veces con diferentes ángulos de incidencia.

Informe

1. Para cada incidencia deducir $\sin i$ y $\sin r$.
2. Para cada incidencia calcular la relación $\sin i / \sin r$.
- Conclusión.
3. ¿Cuál es el índice de refracción de este modelo?

8. Índice de refracción

Objetivo

Determinación del índice de refracción de un prisma y de láminas de caras paralelas.

(a) Prisma

Si un rayo de luz incide sobre una cara de un prisma, el rayo se refracta en la primera y segunda superficies. El rayo que sale se desvía del original un ángulo D , el cual es mínimo cuando $i = i'$. En este caso, se cumple la relación:

$$n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

(b) Lámina de caras paralelas

Si el rayo incide sobre una lámina de caras paralelas, el rayo emerge paralelo al anterior, pero desplazado una cierta distancia. En este caso, se cumple también $i = i'$. De la relación $\sin i = n \sin r$, se obtiene n .

Material

Un prisma, una lámina de caras paralelas, alfileres, papel blanco.

Procedimiento

1. Sobre una hoja de papel coloque un prisma y averigüe el ángulo A . En los puntos B y C de la figura 1 coloque alfileres y mirando por el otro lado del prisma coloque otros dos alfileres en D y E de tal manera que

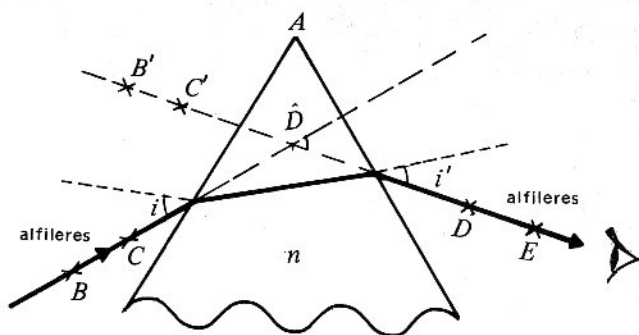


Figura 1

se vean los cuatro alfileres perfectamente alineados. Así se habrá determinado la marcha del rayo luminoso $B C D E$.

Una con una recta los puntos obtenidos y trace el rayo estudiado.

En un punto de incidencia y emergencia trace la normal y mida los ángulos i e i' . Repita el experimento varias veces (4 a 6) hasta que consiga $i = i'$ y por tanto D_m .

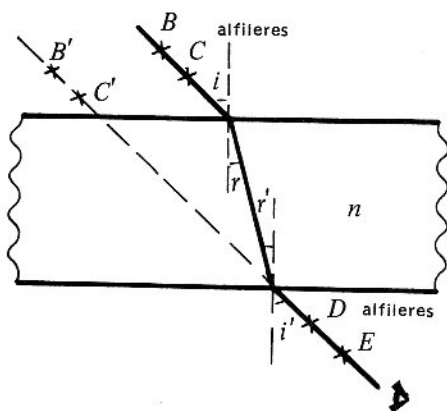


Figura 2

2. Tome una hoja de papel y coloque sobre ella una lámina de vidrio de caras paralelas. En los puntos B y C (figura 2) coloque alfileres y mirando por el otro lado de la lámina coloque otros 2 alfileres en D y E de tal manera que se vean los cuatro alfileres perfectamente alineados.

Informe:

1. Con el método usado en (1) obtenga el índice de refracción de un prisma.
2. Con el método de (2) calcule n para una lámina.
3. Obtenga la expresión del desplazamiento lateral

que experimenta un rayo luminoso en una lámina de caras paralelas de índice n y espesor t .

4. ¿Qué precisión espera usted del experimento?
¿Cuántas cifras decimales correctas tendrán los “ n ” medidos?

9. Distancias focales

Objetivo

Medición de distancias focales de lentes delgadas.

Se puede comprobar que la relación que existe entre la distancia focal f , la distancia lente-objeto s y la distancia lente-imagen s' es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (\text{Demostrar}) \quad (1)$$

Material

Lentes convergentes y divergentes, regla, pequeña bombilla, plastilina.

Procedimiento

(a) Lentes convergentes

1. *Método directo:* Conocido también con el nombre de *método de los rayos paralelos*. Para ello se escoge un objeto lejano. En este caso se puede considerar s infinito. Se recoge la imagen en una pantalla y se mide la distancia entre la pantalla y la lente. Esta distancia es la distancia focal de la lente.

2. *Método de los puntos conjugados:* Se toma como objeto el filamento de una bombilla o una malla y se recoge su imagen en una pantalla hasta que sea lo más nítida posible. Se mide s y s' , se calcula f de la ecuación (1).

3. *Método de Bessel:* Se toma una distancia fija b entre objeto-imagen, es decir objeto-pantalla, mayor que $4f$ (siendo f la determinada con el método directo). Se coloca la lente entre el objeto y la pantalla; se deben encontrar dos posiciones en que se forma una imagen nítida. Si a es la distancia entre ellas, la distancia focal puede calcularse como:

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b} \quad (\text{Demostrar})$$

(b) Lentes divergentes

Método de las lentes de contacto: Se toma una lente convergente de distancia f_1 bien conocida. Se coloca en contacto con la lente divergente cuya distancia focal f_2 se quiere medir. Se maneja este conjunto como

si fuera una sola lente y se determina su distancia focal f_c . Entonces a partir de:

$$\frac{1}{f_c} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (\text{Demostrar})$$

se puede calcular f_2 .

Informe

1. Calcular la distancia focal de una lente convergente.
2. Calcular la distancia focal de una lente divergente.
3. Cálculo de errores.

10. Interferencia (experimento de Young)

Objetivo

Determinar la longitud de onda de una luz monocromática.

Material

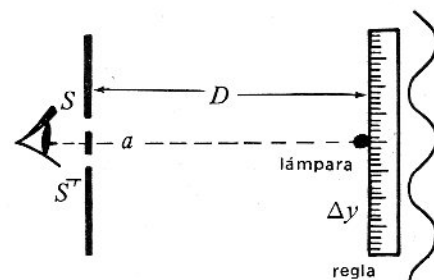
Lámina de vidrio (portaobjeto de microscopio), lámpara de filamento vertical, grafito líquido o pintura, regla, celofán rojo y azul.

Procedimiento

La lámpara recubierta de un celofán rojo o azul, ilumina dos aberturas S y S' como muestra la figura. Se mira la lámpara a través de las rendijas. Se obtendrá interferencia en la retina tomada como pantalla. El ojo cree ver las interferencias sobre el filamento de la lámpara. Si sobre la lámpara se dispone una regla el ojo podrá medir la distancia entre dos franjas negras o brillantes y determinar la longitud de onda de la luz por la ecuación

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{a}$$

(véase la sección 8.2).



NOTA: Para fabricar las dos aberturas se recubre la lámina de vidrio de grafito líquido (o pintura o esmal-

te de uñas). Con dos cuchillas de afeitar juntas se traza un par de rayas en la capa de grafito. Se podrían usar también dos cuchillas de afeitar paralelas, muy cerca y colocar un hilo de coser entre ellas y pegar todo sobre una cartulina con cinta engomada.

Informe

1. Determinar la longitud de onda de la luz roja.
2. Determinar la longitud de onda de la luz azul.
3. Describir el fenómeno de interferencia con la luz blanca.

11. Interferencia en láminas delgadas

Objetivo

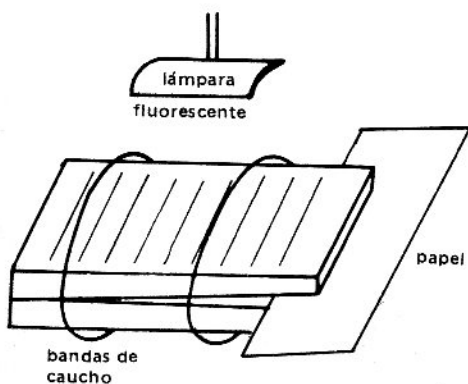
Producir interferencia en láminas delgadas y determinar el espesor de una hoja de papel.

Material

Dos láminas bien planas de vidrio de unos 20 cm de longitud, lámpara fluorescente o lámpara ordinaria con celofán rojo, regla.

Procedimiento

Sobre un fondo negro coloque las dos láminas formando un ángulo por medio de una hoja de papel y ajustada con bandas de cauchos, como muestra la figura.



Contar el número de franjas brillantes y oscuras en una longitud de 5 cm y determinar el espesor de la hoja de papel (véase la sección 8.4).

Informe

1. Determinar el espesor de una hoja de papel.
2. Describir el fenómeno con luz blanca.

12. Difracción de la luz

Objetivo

Producir el fenómeno de difracción y deducir la longitud de onda de una cierta luz.

Material

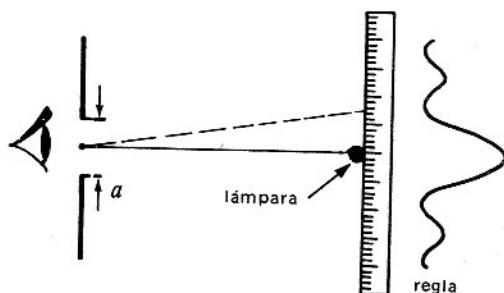
Lámina de vidrio (portaobjeto de microscopio), lámpara de filamento vertical, grafito líquido o pintura, regla, celofán rojo y azul.

Procedimiento

El experimento es semejante al anterior salvo que ahora se mira a través de una abertura. La longitud de onda de la luz se deducirá por la ecuación del ancho angular de la primera franja de difracción, o sea

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

(véase la sección 8.8).



Informe

1. Determinar la longitud de onda de la luz roja.
2. Determinar la longitud de onda de la luz azul.
3. Comparar con los datos obtenidos en el experimento sobre interferencia.
4. Describir el fenómeno de difracción con luz blanca.

13. Polarización

Objetivo

Estudio experimental de la polarización: ángulo de Brewster; luz reflejada, fotoelasticidad y rotación del plano de polarización.

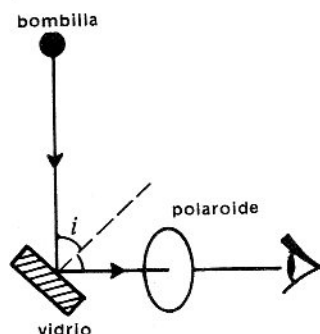
Material

Lámina de vidrio (de microscopio), polaroides, solución de azúcar, papel celofán (envoltura de cajetilla de cigarrillo), una cubeta rectangular.

Procedimiento

(a) Ángulo de Brewster

La luz de una pequeña bombilla se refleja sobre una lámina de vidrio e incide sobre un polaroide, cuyo eje es perpendicular al eje de rotación del vidrio (véase la figura).



Moviendo el vidrio y el polaroide, la luz que llega al ojo a través del polaroide pasa por un mínimo. En este momento el ángulo i es el ángulo de Brewster (véase la sección 9.4).

(b) Polarización de la luz reflejada y del cielo

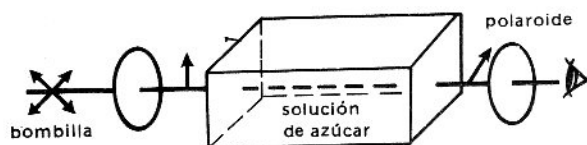
Mire a través de un polaroide la luz reflejada por el vidrio, el agua o cualquier otra sustancia brillante como una mesa y gire el polaroide. Mire también el cielo y aprecie la polarización. ¿Se puede deducir la dirección del Sol?

(c) Fotoelasticidad

Coloque un pedazo de celofán arrugado entre dos polaroides y haga girar uno de ellos. Remplace el celofán por un pedazo de plástico y apriete el plástico con unas pinzas. ¿Qué sucede?

(d) Rotación del plano de polarización

Ponga una cubeta rectangular llena de agua entre dos polaroides y gire uno hasta obtener la extinción (véase la figura). Sustituya el agua por una solución de azúcar. ¿Qué sucede?



Informe

1. Medir el ángulo de Brewster y deducir el índice de refracción del vidrio.

2. Comentarios sobre la polarización de la luz reflejada.
3. Comentarios sobre el fenómeno de fotoelasticidad.
4. Comentarios sobre la rotación del plano de polarización.

Se sabe que 162,69 gramos de azúcar puro diluido dentro de un litro de agua hace girar el plano de polarización $21^{\circ}40'$ cuando la luz atraviesa una longitud de solución de 20 cm.

Deducir la concentración en azúcar pura del azúcar del comercio.

14. Superficies equipotenciales

Objetivo

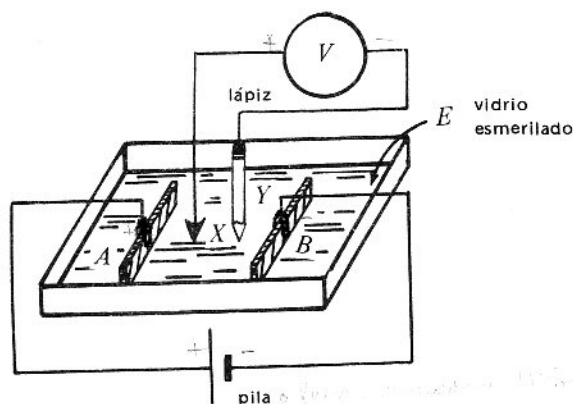
Dibujar superficies equipotenciales y líneas de flujo en el espacio comprendido entre dos electrodos.

Material

Pilas, voltímetro, cubeta, sal, electrodos de aluminio de diferentes formas.

Procedimiento

En una cubeta llena de agua con un poco de sal, se coloca un vidrio esmerilado E en el fondo y un par de electrodos A y B conectados a una pila como muestra la figura.



Los terminales del voltímetro V serán: un lado de punta metálica X y el otro lado una mina de lápiz Y . Manteniendo X fijo en un punto de la cubeta, con Y se busca los puntos de la cubeta de igual potencial, donde $V=0$ y se marcan estos puntos en el vidrio esmerilado. Uniendo estos puntos, se tendrá una línea equipotencial que en el espacio es una superficie.

Informe

1. Dibujar las líneas equipotenciales para diferentes configuraciones de electrodos y copiarlos en papel.
2. Trazar las líneas de flujo (líneas de campo eléctrico) correspondientes.
3. Explicar por qué las líneas de flujo son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
4. ¿Cuál es el papel de la sal?

15. Circuitos sencillos

Objetivo

Clasificar los conductores en buenos y malos y montaje de circuitos en serie, en paralelo, etc.

Material

Bombillas, cables, interruptores, sal y varias sustancias.

Procedimiento

(a) Buenos y malos conductores

El esquema de la figura 1 representa:

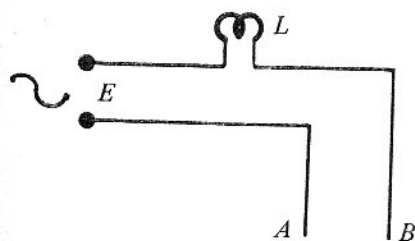


Figura 1

E : fuente de corriente alterna de 110 voltios.

L : Una bombilla o resistencia.

Entre A y B , se puede colocar cualquier sustancia y comprobar si es buena o mala conductora de la elec-

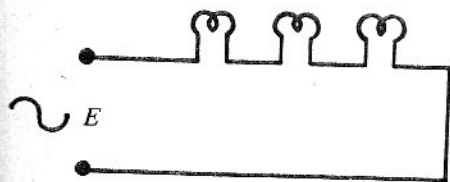


Figura 2

tricidad; por ejemplo: metal, grafito, carbón, agua, soluciones, madera seca y mojada, etc.

Anote los resultados y sus observaciones.

(b) Circuitos en serie

Monte el circuito de la figura 2. ¿Qué sucede si se quita una de las bombillas?

(c) Circuito en paralelo

Monte el circuito de la figura 3.

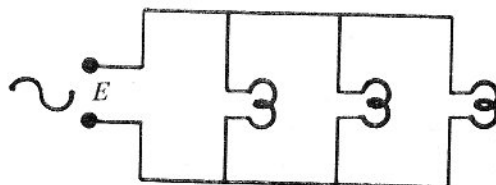


Figura 3

¿Qué sucede si se quita una de las bombillas?

(d) Circuitos mixtos

Hay varias formas de combinar los dos tipos de circuitos anteriores:

1. Monte un circuito con dos bombillas en serie y una en paralelo.
2. Monte un circuito con dos bombillas en paralelo y una en serie.

¿Qué sucede si se quita una de las bombillas?

(e) Conmutadores para encender o apagar lámparas en dos sitios apartados

Monte el circuito de la figura 4.

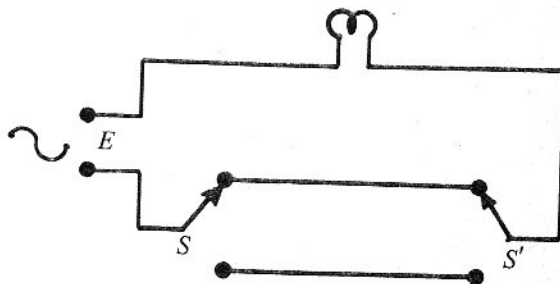
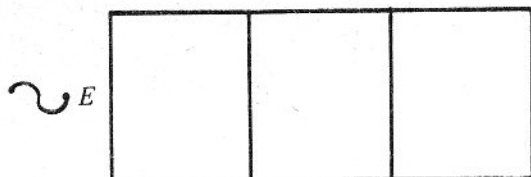


Figura 4

Problema

Dibujar la instalación eléctrica de un apartamento de tres cuartos. Cada cuarto tiene dos bombillas de 110 voltios cada uno y un interruptor.



Informe

1. Clasificar en buenos y malos conductores diversas sustancias.
2. Estudiar cualitativamente la conductibilidad de una solución de agua con sal, según la concentración de sal.
3. Observaciones sobre los circuitos en serie, en paralelo y mixtos.
4. Observaciones sobre los conmutadores. Podría imaginarse conmutadores para encender y apagar en tres sitios apartados.
5. Hacer el problema propuesto.

16. Ley de Ohm

Objetivo

Mediciones de resistencias eléctricas por medio de la ley de Ohm.

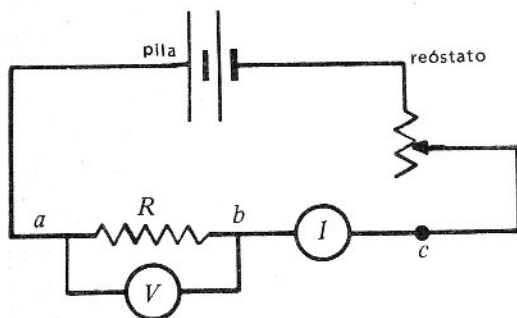
Material

Pila, reóstato, resistencia, amperímetro, voltímetro.

Procedimiento

Empleando el circuito de la figura, se hace variar el reóstato, lo que dará una serie de valores para V e I ligados por la ley de Ohm

$$V = RI$$



Informe

1. Dibujar sobre una misma gráfica los valores de V e I que corresponden a:

- (a) Una resistencia R .
- (b) Una resistencia R' .
- (c) La asociación de R y R' en serie.
- (d) La asociación de R y R' en paralelo.

2. Tomar las pendientes de cada una de las curvas y deducir:

- (a) La resistencia R .
- (b) La resistencia R' .
- (c) La resistencia equivalente de R y R' en serie.
- (d) La resistencia equivalente de R y R' en paralelo.

3. En la figura el voltímetro aparece conectado entre los puntos a y b . Pero puede también conectarse entre a y c . Discutir cuál de estas conexiones es más conveniente en función del valor grande o pequeño de R .

17. Ley de Joule

Objetivo

Determinación del equivalente mecánico del calor utilizando la ley de Joule.

Material

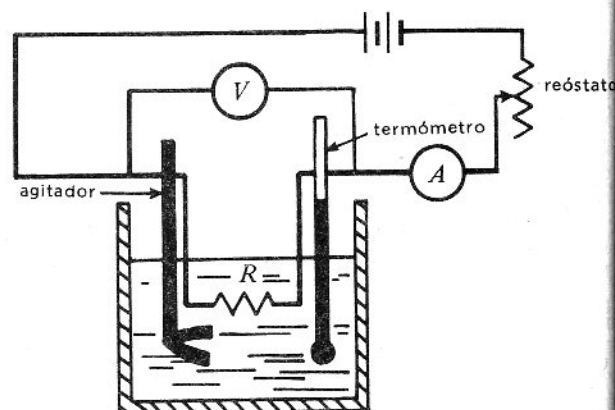
Calorímetro, termómetro, pila, reóstato, amperímetro, voltímetro, resistencia.

Procedimiento

Cuando una corriente eléctrica pasa a través de una resistencia, la energía eléctrica se transforma en calor. La potencia eléctrica convertida es:

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI \quad (\text{ley de Joule})$$

y la energía cedida durante un tiempo t es:
 $W = Pt = VIt$ que se convierte en calor. Sea Q el



número de calorías obtenidas. La razón de esas dos energías medidas en unidades diferentes nos da:

$$J = \frac{W}{Q} \text{ julios/caloría}$$

Utilizando el montaje de la figura se puede determinar la energía eléctrica cedida en forma de calor en la resistencia R durante un tiempo t (medido con un cronómetro).

Dicho calor lo reciben una masa de agua, el vaso calorimétrico y el termómetro dentro de un calorímetro y será igual:

$$Q = \Sigma M C \Delta T$$

donde M es la masa de cada cuerpo, C es su calor específico y ΔT es la elevación de temperatura durante el intervalo de tiempo t .

Tendremos entonces que:

$$J = \frac{V I t}{\Sigma M C \Delta t} \quad \text{julios/calorías}$$

Informe

1. Repita varias veces el proceso descrito y obtenga en cada caso un valor experimental de J .
 2. Promedie sus resultados y compare el promedio experimental con el valor de J obtenido en la literatura al respecto.
 3. Deduzca por la ley de Ohm la resistencia en caliente del conductor para cada ejercicio y discuta su variación.
 4. ¿Qué características especiales debe tener:
 - (a) El alambre que se usa para calefacción?
 - (b) El alambre que se usa para fusibles?
 5. La ecuación $P = I^2 R$ parece sugerir que la rapidez de la calefacción por el efecto Joule en R se reduce si R se hace menor; la ecuación $P = \frac{V^2}{R}$ parece sugerir precisamente lo contrario.
- ¿Cómo explica usted esta aparente contradicción?

Experimento complementario

Rendimiento de un reverbero eléctrico

En un reverbero, la energía eléctrica se transforma totalmente en energía calorífica, pero sólo el calor que recibe el agua en el recipiente es directamente útil.

Llamaremos rendimiento del reverbero, al cociente del calor útil al calor total y que se expresa generalmente en tanto por ciento.

Para conocer el calor total, se medirá la intensidad de la corriente I , la caída de potencial V entre los bornes del reverbero y el tiempo t que dura el paso de la corriente.

La energía eléctrica gastada vale:

$$W = V I t$$

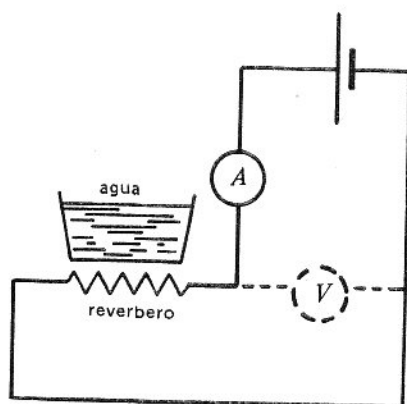
El calor total producido vale:

$$Q = \frac{V I t}{J}$$

El calor útil es solamente el calor que recibió el agua y vale

$$Q_u = m \Delta T$$

Y por tanto el rendimiento vale $R = \frac{Q_u}{Q} \%$



18. Puente de Wheatstone

Objetivo

Medir una resistencia eléctrica por medio del puente de Wheatstone.

Material

Alambre homogéneo de sección constante, resistencia conocida, resistencia que se va a medir.

Procedimiento

En el puente de la figura 1 cuando el galvanómetro no indica ninguna corriente es que

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R$$

(véase la sección 12.1 A.)

En nuestro experimento (véase la figura 2) remplazaremos las resistencias R_1 y R_2 por un alambre homo-

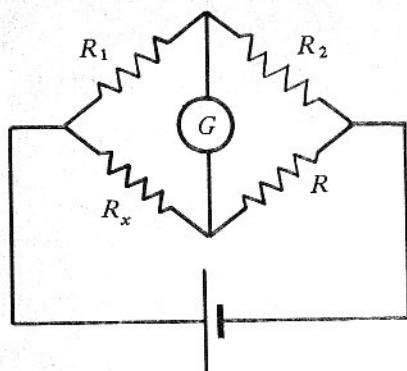


Figura 1

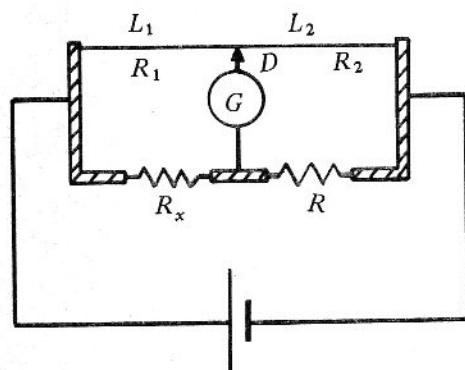


Figura 2

géneo de resistividad ρ y de sección A y si cada resistencia tiene por longitud L_1 y L_2 tendremos:

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{A} \quad R_2 = \rho \frac{L_2}{A}$$

La relación anterior se trasforma ahora en

$$R_x = \frac{L_1}{L_2} R$$

Midiendo L_1 y L_2 y conociendo la resistencia R se puede determinar el valor de R_x .

Desplazando el cursor D se logra que el galvanómetro no indique paso de corriente.

Informe

1. Determinar el valor de las resistencias desconocidas.
2. Demostrar que la mayor precisión se obtiene cuando el cursor D se coloca en el punto medio del alambre.
3. Si una de las resistencias tiene forma de alambre, se deducirá su resistividad.

19. Leyes de Kirchhoff

Objetivo

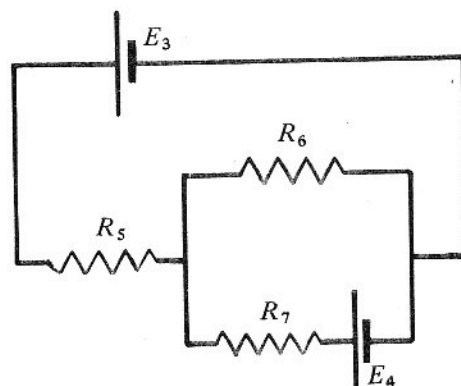
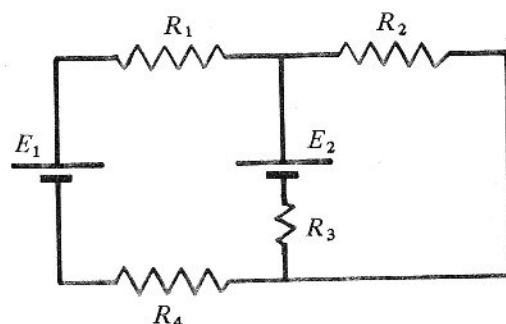
Mediciones de corrientes y ddp en circuitos eléctricos.

Material

Un amperímetro, un voltímetro, pilas, resistencias.

Procedimiento

Hacer el montaje de los dos circuitos de la figura.



Informe

1. Medir las intensidades a través de cada resistencia.
2. Medir la diferencia de potencial entre dos nodos en cada circuito.
3. Comparar el resultado experimental con el obtenido resolviendo el circuito por medio de las ecuaciones de Kirchhoff.

NOTA:

1. Se despreciará la resistencia interna de las pilas.
2. No dejar las pilas conectadas mucho tiempo.

20. Electrólisis

Objetivo

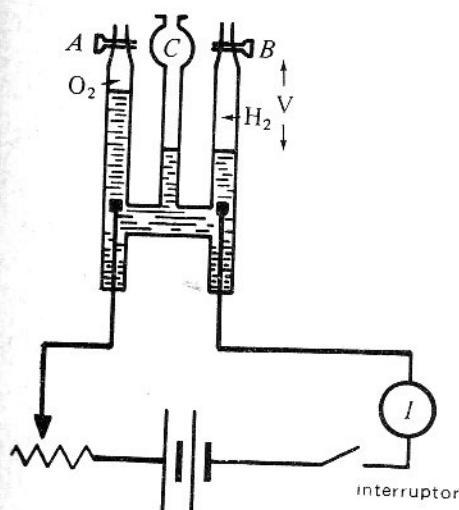
Determinación del faraday por electrólisis de agua con ácido sulfúrico.

Material

Aparato de electrólisis (voltámetro), amperímetro, pilas, pipeta, solución de ácido sulfúrico diluido.

Procedimiento

Una corriente I durante cierto tiempo t o sea una cantidad de electricidad $q = It$, en una solución de ácido sulfúrico diluido, produce un cierto volumen de hidrógeno. Una simple regla de tres nos dará la cantidad de electricidad f que produce un equivalente - gramo o sea 11,2 litros de hidrógeno en las condiciones normales de presión y temperatura: f se denomina un faraday.



(a) Después de montar el circuito de la figura, llene el aparato de solución y cierre las llaves A y B.

(b) Cierre el interruptor y ponga a andar el cronómetro. Mantenga constante la corriente por medio del reóstato.

(c) Abra el interruptor después de cierto tiempo y lea el volumen V de hidrógeno, cerciorándose de que el líquido en el tubo central C esté al nivel del líquido del tubo de hidrógeno (para esto utilice una pipeta)

(d) Tome la temperatura del líquido y reduzca el volumen de hidrógeno a 0°C utilizando la ecuación de estado de los gases.

Informe

1. Deducir el valor del faraday y compararlo con 96.500 culombios.
2. Determinar el número de Avogadro.

21. Campo magnético terrestre

Objetivo

Determinar la componente horizontal del campo magnético terrestre.

Material

Amperímetro, reóstato, brújula de tangentes que consiste en una bobina de varias espiras de alambre aislado, situada en un plano vertical, en el centro de la cual y sobre un plano horizontal se encuentra una brújula.

Procedimiento

(a) Campos B_b y B_T

Cuando una corriente i pasa a través de la bobina de radio r y de N espiras se produce un campo magnético que en el centro vale

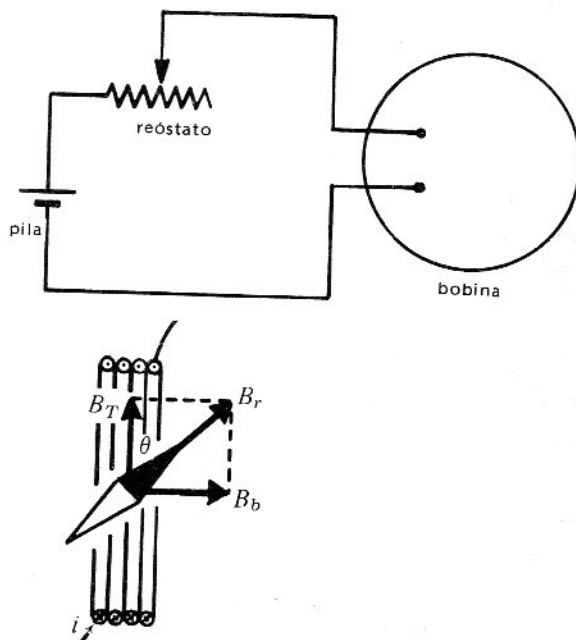
$$B_b = \mu_0 \cdot \frac{Ni}{2r}$$

y su dirección es perpendicular al plano de la espira.

Este campo magnético B_b se suma vectorialmente con la componente horizontal B_T del campo magnético terrestre para dar una resultante B_r . La aguja de la brújula se dirigirá en esta dirección.

(b) Montaje del experimento

Después de efectuar el montaje de la figura, se orienta al plano de la bobina en la dirección del meridiano magnético terrestre; para lograrlo, se utiliza la misma brújula. Para mejorar esta dirección se hace pasar la corriente en la bobina; la aguja se desviará un ángulo



θ . Cambiando el sentido de la corriente, la aguja se desviará en el otro sentido un ángulo θ' . Cuando $\theta = \theta'$ estaremos seguros de que el plano de la bobina está en el plano del meridiano terrestre.

(c) Cálculo de B_T

Para un cierto i , tendremos una cierta desviación θ y por tanto

$$\tan \theta = \frac{B_b}{B_T}$$

de aquí deducimos B_T .

Informe

1. Medir las intensidades de corrientes que nos dé desviaciones de 30° , 45° , 60° .
2. Calcular B_b para estas intensidades.
3. Deducir B_T .
4. Calcular el error sobre B_T .

NOTA: Hay que evitar la presencia en la vecindad de cualquier objeto que pueda alterar el campo magnético terrestre como imanes, hierro y en particular el reóstato.

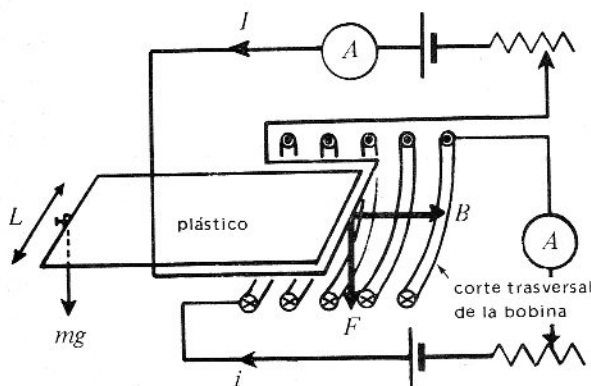
22. Medición de un campo magnético

Objetivo

Determinación de la inducción magnética en el interior de una bobina.

Material

Bobina, 2 amperímetros, pilas, 2 reóstatos, hilo de coser, balanza, balanza de corriente que consiste en un rectángulo de plástico con un alambre metálico que recorre medio perímetro (véase la figura).



Procedimiento

(a) Fuerza magnética

Si por un conductor de longitud L , colocado en un campo magnético B , se hace pasar una corriente I , se produce sobre el conductor una fuerza dada por

$$F = BIL$$

(b) Montaje del experimento

Se introduce la mitad de la balanza (con el alambre) dentro de la bobina y se arma el circuito de la figura.

Determinaremos la fuerza F que actúa sobre el alambre L equilibrando la balanza por medio de trozos de hilo de coser mg puestos en el otro extremo.

Informe

1. Pesar una longitud de 1 a 2 m de hilo de coser y deducir su peso por unidad de longitud. Cortar este hilo en longitudes de 1 cm, 2 cm y 3 cm.
2. Para I constante, y haciendo variar i , calcular en cada caso el valor de B , gráfica de B en función de i .
3. Comparar para un valor de i dado, el valor que da esta curva con el valor teórico.

$$B = N_0 ni$$

donde n es el número de vueltas por unidad de longitud de la bobina.

23 Masa del electrón

Objetivo

Determinación de la masa del electrón.

Material

Tubo de sintonización u "ojo magnético", fuente de poder, bobina del experimento anterior, amperímetro, voltímetro.

Procedimiento

(a) Teoría

Si un electrón se acelera por medio de una diferencia de potencial V , la energía cinética que adquiere, partiendo del reposo es igual a la disminución de su energía potencial eléctrica, o sea:

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV$$

Si una vez que ha alcanzado la velocidad v , el electrón se mueve perpendicularmente a un campo magnético B ,

bajo la acción de la fuerza magnética $F = Bev$, describirá una circunferencia de radio r dado por:

$$Bev = \frac{mv^2}{r}$$

Combinando las ecuaciones anteriores se deduce

$$m = \frac{B^2 e r^2}{2V}$$

(b) Montaje del experimento

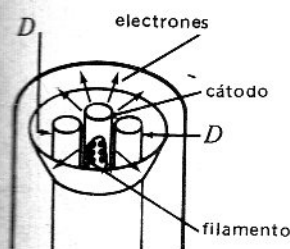
El tubo de sintonización consta de un cátodo que emite los electrones al ser calentado, un par de electrodos deflectores D y un ánodo cóncavo recubierto de una sustancia fosforescente que emite luz cuando los electrones la golpean.

Coloque el tubo dentro de la bobina y monte los circuitos de las figuras adjuntas. Observe la deflexión del haz de electrones. Introduzca una varilla de madera de radio r conocido, dentro de la bobina y ajuste la corriente hasta que la curvatura del haz coincida con la de la varilla. En este momento se lee la intensidad i del amperímetro y se determina B por la gráfica del experimento anterior.

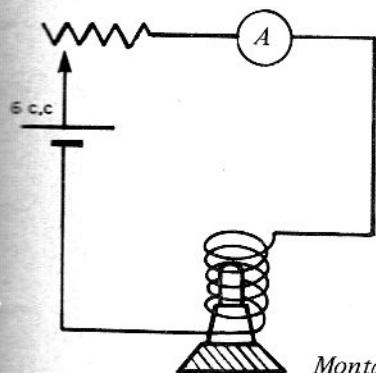
Informe

1. Explicar el porqué de las regiones iluminadas y oscuras del "ojo mágico".
2. Determinar la masa del electrón usando el valor conocido de la carga del electrón.
3. Repetir el experimento tres veces.

NOTA: Damos a continuación los diferentes esquemas del "ojo mágico".

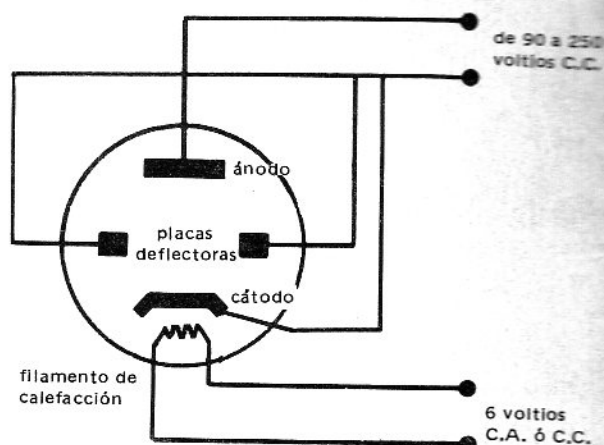


Corte de un "ojo mágico"



Montaje del "ojo mágico"

Diagrama de conexiones del "ojo mágico"



24. Triodo

Objetivo

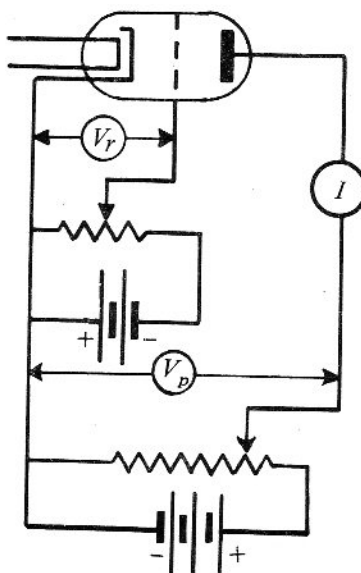
Dibujar las curvas características de un triodo y determinar su resistencia interna, su coeficiente de amplificación y su pendiente.

Material

Triodo, fuente de voltaje continua, amperímetro, voltímetro, dos potenciómetros.

Procedimiento

Efectuando el montaje de la figura, trazaremos las características. Las características de un tubo son las



gráficas de la intensidad de placa en función de los diferentes voltajes. Dibujaremos:

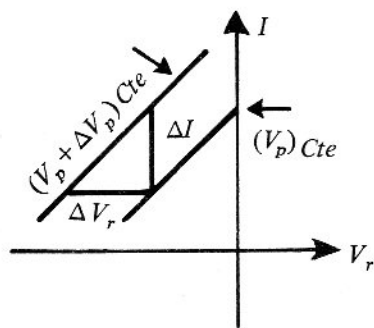
(a) Las características a potencial de placa constante o sea la curva de I en función de V_r siendo V_p constante. Se repetirá el experimento para varios valores de V_p .

(b) Las características a potencial de rejilla constante o sea la curva de I en función de V_p siendo V_r constante. Se repetirá el experimento para varios valores de V_r .

(c) Resistencia interna

Sean las características $I = f(V_r)$ con V_p constante e $I = f(V_p)$ con $V_r + \Delta V_p$ constante (véase la figura). En las partes rectilíneas de esas curvas se define resistencia interna a un aumento de potencial de placa dividido por el aumento correspondiente de corriente de placa, o sea

$$R_i = \frac{\Delta V_p}{\Delta I}$$



(d) Coeficiente de amplificación

Un aumento de corriente ΔI puede hacerse de dos maneras: sea aumentando el potencial de placa ΔV_p con V_r constante, sea aumentando el potencial de rejilla ΔV_r con V_p constante. La relación de los dos aumentos nos da el coeficiente de amplificación, o sea

$$\mu = \frac{\Delta V_p}{\Delta V_r}$$

(e) Pendiente del triodo o trasconductancia

Es la relación de un aumento de corriente de placa al aumento correspondiente de potencial de rejilla a V_p constante o también la pendiente de estas características.

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta V_r}$$

Estos tres coeficientes no son independientes y se puede ver que

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta V_r} = \frac{\Delta I \times \Delta V_p}{\Delta V_r \times \Delta V_p} = \frac{\mu}{R_i}$$

Informe

1. Dibujar las dos redes de características.
2. Determinar los coeficientes R_i , μ , S y comprobar que satisfacen a la relación anterior.
3. Comparar estos datos con los valores del triodo usado que proporciona cualquier manual sobre tubos de radio.

25. Transistor

Objetivo

Dibujar las curvas características de un transistor y determinar sus diferentes coeficientes.

Material

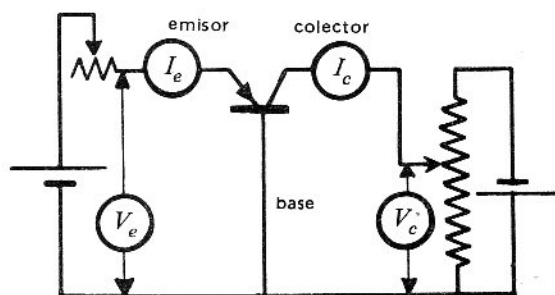
Transistor, dos amperímetros, dos voltímetros, potenciómetro, fuente de voltaje continua.

Procedimiento

Podemos estudiar el transistor de la figura por medio de las siguientes dos ecuaciones

$$V_e = h_{11}I_e + h_{12}V_c$$

$$I_c = h_{21}I_e + h_{22}V_c$$



Los diferentes coeficientes h se deducirán de las siguientes características:

(a) Características con V_c constantes

Dibujar las curvas:

$$V_e = f(I_e)$$

$$I_c = f(I_e)$$

y despejar los coeficientes h_{11} llamado *impedancia de entrada* y h_{21} llamado *amplificación de corrientes* (frecuentemente se utiliza la letra α).

Repetir este experimento para otro valor de V_c .

(b) *Características con I_e constante*

Dibujar las curvas:

$$V_e = f(V_c)$$

$$I_c = f(V_c)$$

y despejar los coeficientes h_{12} llamado *relación de voltaje* y h_{22} llamado *admitancia de salida*.

Repetir este experimento para otro valor de I_e .

Informe

1. Dibujar las características.
2. Determinar los diferentes coeficientes del transistor.
3. Comparar estos datos con los valores del transistor que proporciona cualquier manual de radio.

26. Espectro del hidrógeno

Objetivo

Determinar las longitudes de onda de las radiaciones visibles del hidrógeno y deducir la constante de Rydberg.

Material

Tubo de Geissler de hidrógeno, red de difracción, regla, bobina de inducción o transformador.

Procedimiento

La luz de hidrógeno será analizada por una red de difracción (figura 1). Se sabe (véase la sección 8.5) que si tenemos $AB = a \sin \theta = m\lambda$, las ondas están en fase y obtendremos interferencia constructiva. Como nuestras medidas se realizarán en el primer espectro, $m = 1$, tendremos por tanto

$$\lambda = a \sin \theta$$

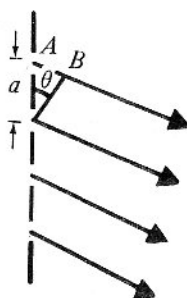


Figura 1

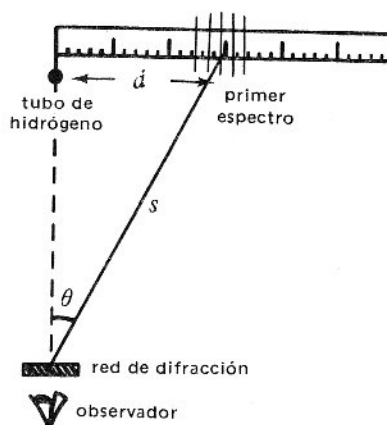


Figura 2

La figura 2 muestra el montaje del experimento. El observador verá sobre la regla las líneas espectrales y de la medición de d y s podrá deducir $\sin \theta$. La distancia a se puede conocer debido a la indicación del fabricante de la red.

Conocido λ para diferentes radiaciones, de la relación de Balmer

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (n_f = 2, \quad n_i = 3, 4, 5 \dots)$$

se deducirá la constante de Rydberg R_H .

Informe

1. Determinar las longitudes de onda de las radiaciones visibles del hidrógeno.
2. Deducir la constante de Rydberg y comparar con el valor dado en los libros.

Tests de evaluación

Test No. 1

Movimiento armónico simple

Las preguntas 1 - 4 se refieren a la siguiente información:

Sea el movimiento $x = 3 \cos 8 \pi t$.

(Las distancias en cm y los tiempos en seg.)

1. El período del movimiento es:

- (a) 0,25 seg; (b) 0,5 seg; (c) 1 seg;
(d) 2 seg; (e) 4 seg.

2. La frecuencia del movimiento es:

- (a) $0,25 \text{ seg}^{-1}$; (b) $0,5 \text{ seg}^{-1}$; (c) 1 seg^{-1} ;
(d) 2 seg^{-1} ; (e) 4 seg^{-1} .

3. La velocidad máxima es:

- (a) 6 cm/seg; (b) 24 cm/seg;
(c) $\frac{8}{3} \pi \text{ cm/seg}$; (d) $8 \pi \text{ cm/seg}$;
(e) $24 \pi \text{ cm/seg}$.

4. La aceleración máxima es:

- (a) 24 cm/seg^2 ; (b) $24 \pi \text{ cm/seg}^2$;
(c) $64 \pi^2 \text{ cm/seg}^2$; (d) $192 \pi \text{ cm/seg}$;
(e) $192 \pi^2 \text{ cm/seg}^2$.

Las preguntas 5 a 7 se refieren a la siguiente información:

Un cuerpo fijado a un resorte oscila con una amplitud de 0,5 m y un período de π segundos. La energía cinética máxima del cuerpo es 0,25 julios.

5. ¿Cuál es la masa del cuerpo?

- (a) 0,25 kg; (b) 0,5 kg; (c) 1 kg;
(d) 2 kg; (e) 5 kg.

6. ¿Cuál es la constante del resorte?

- (a) 0,2 nt/m; (b) 0,5 nt/m; (c) 1 nt/m;
(d) 2 nt/m; (e) 5 nt/m.

7. ¿Cuál es la energía total?

- (a) 0,25 julio; (b) 0,5 julio; (c) 1 julio;
(d) 2 julios; (e) 5 julios.

Las preguntas 8 a 10 se refieren a la siguiente información:

Sea un péndulo simple de longitud l y de período T en un lugar en donde la aceleración de la gravedad es g .

8. Si en el mismo lugar otro péndulo tiene un período $2T$ es por que su longitud es:

- (a) $l/4$; (b) $l/2$; (c) l ;
(d) $2l$; (e) $4l$.

9. Si en el mismo lugar, otro péndulo tiene una longitud $4l$, su período es:

- (a) $T/4$; (b) $T/2$; (c) T ;
(d) $2T$; (e) $4T$.

10. Si en otro lugar, otro péndulo de igual longitud tiene un período $2T$, la aceleración de la gravedad es:

- (a) $g/4$; (b) $g/2$; (c) g ;
(d) $2g$; (e) $4g$.

Test No. 2

Propagación y ecuación de una onda

Las preguntas 1 a 3 se refieren a la siguiente información:

Sea la ecuación de una onda:

$$y = 3 \cos 2 \pi (10 t - 0,05 x)$$

(Las distancias en cm y los tiempos en seg.)

1. La frecuencia de esta onda es:

- (a) 0,05 hz; (b) 0,1 hz; (c) 10 hz;
(d) 20 hz; (e) $20 \pi \text{ hz}$.

2. La longitud de onda es:

- (a) 0,05 cm; (b) 0,1 cm; (c) 10 cm;
(d) 20 cm; (e) 20π cm.

3. La velocidad de propagación de la onda es:

- (a) 0,5 cm/seg; (b) 10 cm/seg;
(c) 20 cm/seg; (d) 100 cm/seg;
(e) 200 cm/seg.

Las preguntas 4 a 6 se refieren a la siguiente información:

En una cuerda, una onda de amplitud 3 cm, de período π segundos y de longitud de onda 2π cm avanza en sentido negativo de las x .

4. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas?

- (a) 1 cm/seg; (b) 2 cm/seg; (c) 3 cm/seg;
(d) 4 cm/seg; (e) 6 cm/seg.

5. ¿Cuál es la velocidad de una partícula de la cuerda?

- (a) 1 cm/seg; (b) 2 cm/seg; (c) 3 cm/seg;
(d) 4 cm/seg; (e) 6 cm/seg.

6. ¿Cuál es la ecuación de la onda?

- (a) $y = 3 \sin(t + 2x)$; (b) $y = 3 \sin(2t + x)$;
(c) $y = 3 \sin(2t - x)$; (d) $y = 3 \sin(2t - 4x)$;
(e) $y = 3 \sin(4t + 2x)$.

Las preguntas 7 y 8 se refieren a la siguiente información:

Una cuerda de 40 m de longitud y 2 kg de masa tiene un extremo fijo y el otro pasa por una polea y sostiene un cuerpo de masa 8 kg.

7. ¿Cuánto tiempo pone un pulso para recorrer toda la cuerda?

- (a) 0,5 seg; (b) 1 seg; (c) 2 seg;
(d) 4 seg; (e) 10 seg.

8. Si el cuerpo de masa 8 kg se introduce en agua, ¿cuánto tiempo emplea un pulso para recorrer la cuerda?

- (a) 1 seg; (b) $4/\sqrt{8}$ seg;
(c) $\sqrt{14}/4$ seg; (d) $4/\sqrt{14}$ seg;
(e) $4/\sqrt{18}$ seg.

Las preguntas 9 y 10 se refieren a la siguiente información:

Una fuente puntual irradia en todas las direcciones 314 vatios de energía luminosa.

9. ¿Cuál es la intensidad de las ondas luminosas en un punto situado a 5 metros?

- (a) 10^{-1} w/m²; (b) 1 w/m²;
(c) 10 w/m²; (d) 100 w/m²;
(e) 1000 w/m².

10. ¿Cuál es la intensidad de las ondas en un punto situado a 50 cm?

- (a) 10^{-1} w/m²; (b) 1 w/m²;
(c) 10 w/m²; (d) 100 w/m²;
(e) 1000 w/m².

Test No. 3

Superposición de ondas

Las preguntas 1 a 4 se refieren a la siguiente información:

Se observan sobre una cuerda vibrante, ondas estacionarias formadas de husos de π cm de largo y de 2 cm de ancho y se sabe que la velocidad de propagación es de 8 cm/seg.

1. ¿Cuál es la longitud de onda de la onda incidente?

- (a) 2 cm; (b) 4 cm; (c) π cm; (d) 2π cm; (e) 4π cm.

2. ¿Cuál es la frecuencia angular de la onda incidente?

- (a) 2 seg^{-1} ; (b) 4 seg^{-1} ; (c) 6 seg^{-1} ; (d) 8 seg^{-1} ;
(e) 10 seg^{-1} .

3. ¿Cuál es la ecuación de la onda incidente?

- (a) $y = 0,5 \sin(8t - x)$; (b) $y = \sin(8t - x)$;
(c) $y = \sin(t - 8x)$; (d) $y = 0,5 \sin(4t - 2x)$;
(e) $y = \sin(2t - 4x)$.

4. ¿Cuál es la ecuación de las ondas estacionarias?

- (a) $y = 2 \sin 8t \cos x$; (b) $y = \sin 8t \cos x$;
(c) $y = 2 \sin 4t \cos 2x$; (d) $y = 4 \sin t \cos 8x$;
(e) $y = 2 \sin 16t \cos 2x$.

5. La velocidad de las ondas en una cuerda vibrante es 100 m/seg. ¿Cuál es la longitud de la cuerda cuando su frecuencia fundamental es 50 hz?

- (a) 0,5 m; (b) 1 m; (c) 2 m; (d) 3 m; (e) 4 m.

6. La velocidad de las ondas sonoras en el aire es 340 m/seg. ¿Cuál es la longitud de un tubo abierto en sus dos extremos cuando su frecuencia fundamental es 170 hz?

- (a) 0,5 m; (b) 1 m; (c) 2 m; (d) 3 m; (e) 4 m.

7. La velocidad de las ondas sonoras en el aire es 340 m/seg. ¿Cuál es la longitud de un tubo abierto en un extremo y cerrado en el otro cuando su frecuencia fundamental es 170 hz?

- (a) 0,5 m; (b) 1m; (c) 2 m; (d) 3 m; (e) 4 m.

8. Una cuerda vibrante de 3 metros vibra con una frecuencia de 4 Hz y se sabe que la velocidad de propagación de las ondas es de 8 m/seg. ¿Cuántos vientres aparecerán?

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5.

9. Dos transmisores pequeños colocados en los puntos S_1 y S_2 emiten en todas las direcciones un sonido de la misma longitud de onda de 2 metros. Un micrófono se mueve sobre la línea $S_1 S_2$. ¿A qué distancia de S_1 la intensidad del sonido es mínima? ($S_1 S_2 = 5$ m)

- (a) $1/4$ m; (b) $1/2$ m; (c) 1 m; (d) $1\frac{1}{2}$ m;
(e) $2\frac{1}{2}$ m.

10. Repitiendo el experimento anterior con el micrófono moviéndose sobre la línea $S_1 S_2$. ¿A qué distancia de S_1 la intensidad del sonido es máxima?

- (a) $1/4$ m; (b) $1/2$ m; (c) 1 m; (d) 2 m; (e) 3 m.

Test No. 4

Ondas sonoras

1. La intensidad de un sonido está relacionada con:

- (a) La frecuencia; (b) El período; (c) La fase;
(d) La amplitud; (e) Los armónicos.

2. El tono de un sonido está relacionado con:

- (a) La frecuencia; (b) La diferencia de fase;
(c) La fase inicial; (d) La amplitud; (e) Los armónicos.

Las preguntas 3 a 6 se refieren a la siguiente información: Una fuente lineal sonora irradia en todas las direcciones $2\pi \cdot 10^{-3}$ vatios por cm. Se sabe que la intensidad más débil que se puede oír es 10^{-16} w/cm².

3. ¿Cuál es la intensidad del sonido a 10 m?

- (a) $0,5 \times 10^{-9}$ w/cm²; (b) 10^{-9} w/cm²;
(c) 10^{-8} w/cm²; (d) 10^{-6} w/cm²; (e) 10^{-3} w/cm².

4. ¿Cuál es el nivel de intensidad a esta distancia?

- (a) 80 db; (b) 90 db; (c) 100 db; (d) 110 db;
(e) 120 db.

5. Si 10 fuentes iguales a la anterior irradian en to-

das las direcciones, ¿cuál será el nivel de intensidad a 10 metros?

- (a) 80 db; (b) 90 db; (c) 100 db; (d) 110 db;
(e) 120 db.

6. Si queremos obtener un nivel de intensidad de 120 db a 10 m de distancia, ¿cuántas fuentes semejantes debemos utilizar?

- (a) 10; (b) 100; (c) 1000; (d) 10.000;
(e) 100.000.

Las preguntas 7-10 se refieren a la siguiente información:

Se considera una fuente sonora de frecuencia 120 hz. La velocidad de las ondas sonoras es 340 m/seg.

7. ¿Qué frecuencia percibe un observador que se acerca a una velocidad de 85 m/seg a la fuente sonora?

- (a) 72 hz; (b) 120 hz; (c) 150 hz; (d) 160 hz;
(e) 200 hz.

8. ¿Qué frecuencia percibe un observador quieto si la fuente sonora se acerca a él con velocidad de 85 m/seg?

- (a) 72 hz; (b) 120 hz; (c) 150 hz; (d) 160 hz;
(e) 200 hz.

9. ¿Qué frecuencia percibe un observador si él y la fuente sonora se acercan entre sí cada uno con una velocidad de 85 m/seg con respecto a la Tierra?

- (a) 72 hz; (b) 120 hz; (c) 150 hz;
(d) 160 hz; (e) 200 hz.

10. ¿Qué frecuencia percibe un observador si él y la fuente sonora se alejan entre sí cada uno con una velocidad de 85 m/seg?

- (a) 72 hz; (b) 120 hz; (c) 150 hz; (d) 160 hz;
(e) 200 hz.

Test No. 5

Naturaleza de la luz

1. ¿Cuál es la velocidad de la luz en el agua ($n = 4/3$)?

- (a) 200.000 km/seg; (b) 225.000 km/seg;
(c) 250.000 km/seg; (d) 300.000 km/seg;
(e) 400.000 km/seg.

2. ¿Cuál es la longitud de onda en el agua de la luz violeta cuya longitud de onda en el vacío es $0,4 \mu$?

- (a) $0,3 \mu$; (b) $0,4 \mu$; (c) $0,5 \mu$; (d) $0,53 \mu$;
(e) $0,6 \mu$.

3. La luz se produce cuando:

- (a) Un electrón se aleja del núcleo.
(b) El átomo se ioniza.
(c) El átomo se excita.
(d) Un electrón sube de órbita.
(e) Un electrón baja de órbita.

4. El principio de Huygens permite explicar:

- (a) La propagación de un frente de onda.
(b) Que la luz es una onda transversal.
(c) Que la luz tiene una velocidad de 300.000 km/seg .
(d) Que la luz está compuesta de varios colores.
(e) Que la luz está compuesta de corpúsculos.

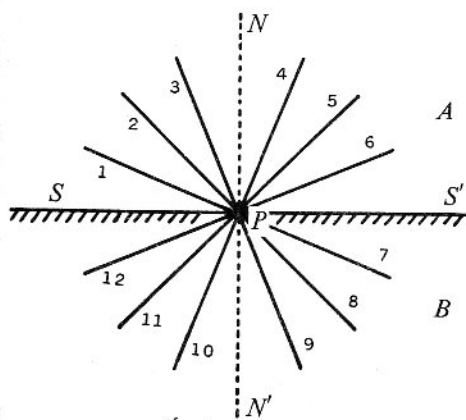
5. De un punto salen partículas en todas las direcciones. Una pequeña pantalla situada a la distancia s recibe 100 partículas por segundo. ¿Cuántas partículas recibirá la pantalla si se sitúa a una distancia de $2s$?

- (a) 10; (b) 25; (c) 50; (d) 100; (e) 200.

6. Una persona en la orilla de un lago desea pescar un pez quieto usando un rifle; para lograrlo deberá apuntar: (el agua no afecta la trayectoria de la bala).

- (a) Directamente al pez; (b) Arriba del pez;
(c) Debajo del pez; (d) A la derecha del pez;
(e) A la izquierda del pez.

Las preguntas 7 a 10 se refieren a la siguiente información:



La línea SS' es la superficie de los medios A y B y NN' es la normal en el punto P a esta superficie. Considérense varios rayos que llegan a P o salen de P según la pregunta considerada.

7. Supongamos que el medio A es aire y el medio B vidrio. Si el rayo incidente es 2, el rayo emergente es:

- (a) 5; (b) 7; (c) 8; (d) 9; (e) 10.

8. Supongamos que el medio A es aire y el medio B vidrio. Si el rayo incidente es 11, el rayo emergente es:

- (a) 3; (b) 4; (c) 5; (d) 6; (e) 7.

9. Supongamos que el medio A es aire y el medio B vidrio. Si el rayo incidente es 7, el rayo emergente es:

- (a) 1; (b) 2; (c) 6; (d) 11; (e) 12.

10. Supongamos que el medio A es aire y el medio B mercurio. Si el rayo incidente es 5, el rayo emergente es:

- (a) 2; (b) 6; (c) 9; (d) 10; (e) 11.

Test No. 6

Espejos planos y esféricos

1. Si usted se encuentra a 2 metros de un espejo plano, ¿a qué distancia ve su imagen?

- (a) 1 m; (b) 2 m; (c) 3 m; (d) 4 m; (e) 6 m.

2. Si usted se aleja 1 m de un espejo plano, la imagen tiene un desplazamiento de:

- (a) $0,5 \text{ m}$; (b) 1 m ; (c) $1,5 \text{ m}$; (d) 2 m ; (e) 4 m .

3. Una persona de $1,80 \text{ m}$ de altura se encuentra de pie delante de un espejo. ¿Cuál es el tamaño mínimo del espejo para que se vea de cuerpo entero?

- (a) $0,45 \text{ m}$; (b) $0,90 \text{ m}$; (c) $1,20 \text{ m}$; (d) $1,50 \text{ m}$;
(e) $1,90 \text{ m}$.

4. Se coloca un objeto de 1 cm de altura en el centro de curvatura de un espejo cóncavo de radio r . La imagen está situada:

- (a) En el vértice del espejo;
(b) En el foco del espejo;
(c) En el centro de curvatura del espejo;
(d) A una distancia $2r$ del vértice;
(e) En el infinito.

5. ¿Cuál es la altura de la imagen del objeto anterior?

- (a) 0,25 cm; (b) 0,5 cm; (c) 1 cm; (d) 2 cm;
(e) 4 cm.

6. Se coloca un objeto puntual a una distancia $r/2$ de un espejo cóncavo de radio r . La imagen está situada:

- (a) En el vértice del espejo; (b) En el foco del espejo;
(c) En el centro de curvatura del espejo;
(d) A una distancia $2r$ del vértice; (e) En el infinito.

Las preguntas 7 - 8 se refieren a la siguiente información:

Un odontólogo mira la imagen virtual de un diente de 4 mm a 10 cm de su espejo cóncavo de radio de curvatura de 5 cm.

7. ¿A qué distancia debe acercar el espejo del diente?

- (a) 1 cm; (b) 2 cm; (c) 3 cm; (d) 4 cm;
(e) 5 cm.

8. ¿Cuál es el tamaño de la imagen del diente?

- (a) 2 mm; (b) 4 mm; (c) 8 mm; (d) 12 mm;
(e) 20 mm.

Los problemas 9-10 se refieren a la siguiente información:

Un automovilista ve en su espejo retrovisor (espejo convexo de radio de curvatura 8 metros) la imagen virtual de un camión.

La imagen está situada a 3 metros del espejo y su altura es de 0,5 m.

9. ¿A qué distancia se encuentra el camión del automovilista?

- (a) 3 m; (b) 6 m; (c) 12 m; (d) 24 m; (e) 48 m.

10. ¿Cuál es la altura del camión?

- (a) 2m; (b) 3 m; (c) 4 m; (d) 5 m; (e) 2,50 m.

2. La espectroscopia es el estudio de:

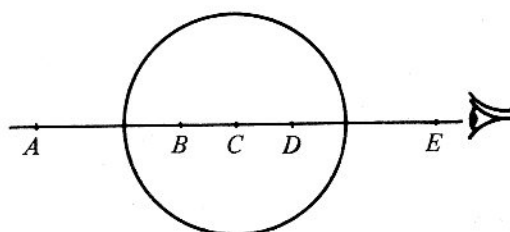
- (a) El comportamiento de la luz sobre la materia.
(b) Las imágenes luminosas.
(c) El movimiento de la luz.
(d) Los diferentes colores que componen una cierta luz.
(e) La cantidad de luz que se desprende de una bombilla.

3. Gracias al análisis espectral de la luz que proviene de una estrella, se puede conocer:

- (a) La masa de esta estrella.
(b) El tamaño de esta estrella.
(c) La gravedad que existe sobre esta estrella.
(d) Los elementos que componen esta estrella.
(e) La densidad de esta estrella.

Las preguntas 4 - 5 se refieren a la siguiente información:

Un pez pequeño se encuentra en un acuario esférico de centro C como muestra la figura.



4. Si el pez se encuentra en B, el observador lo verá en:

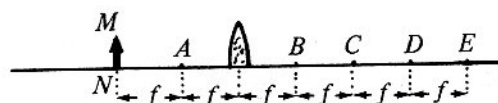
- (a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

5. Si el pez se encuentra en C, el observador lo verá en:

- (a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

Las preguntas 6 - 7 se refieren a la siguiente información:

Se considera una lente convergente partida en dos de focal f y un objeto MN de 2 cm de altura situado como muestra la figura:



Test No. 7

Lentes - Instrumentos ópticos

1. ¿Cuál de los siguientes instrumentos (utilizados normalmente) forma imágenes reales?

- (a) Ojo; (b) Microscopio; (c) Telescopio;
(d) Anteojo; (e) Espejo plano.

6. La imagen estará situada en:

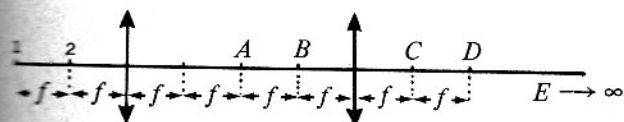
- (a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

7. El tamaño de la imagen es:

- (a) 1 cm; (b) 2 cm; (c) 3 cm; (d) 4 cm; (e) 5 cm.

Las preguntas 8 a 10 se refieren a la siguiente información:

Se consideran dos lentes iguales cada una de distancia focal f , situadas como muestra la figura.



8. Si un objeto está situado en 1, la imagen estará en:

- (a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

9. Si el objeto situado en 1 tiene 2 cm de altura su imagen tendrá un tamaño de:

- (a) 1 cm; (b) 2 cm; (c) 3 cm; (d) 4 cm; (e) 5 cm.

10. Si el objeto está situado en 2, la imagen estará situada en:

- (a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

Test No. 8

Interferencia – Difracción

1. Sobre una recta se sitúa una fuente luminosa puntual, una lámina con dos pequeños huecos muy cercanos y una pantalla. Sobre la pantalla se verá:

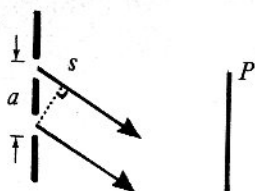
- (a) Una iluminación uniforme;
(b) Un punto luminoso;
(c) Dos puntos luminosos;
(d) Círculos concéntricos luminosos y oscuros;
(e) Franjas luminosas y oscuras.

2. Los colores que se ven sobre las burbujas de jabón se deben al fenómeno de:

- (a) Polarización; (b) Interferencia; (c) Difracción;
(d) Dispersión; (e) Difusión.

Las preguntas 3 a 5 se refieren a la siguiente información:

Una onda plana de longitud de onda λ llega sobre dos rendijas separadas una distancia a como muestra la figura.



3. El primer mínimo de interferencia se produce en la dirección de las flechas. La distancia s es:

- (a) $\lambda/4$; (b) $\lambda/2$; (c) λ ; (d) $3\lambda/2$; (e) 2λ .

4. El segundo mínimo de interferencia se produce en la dirección de las flechas. La distancia s es:

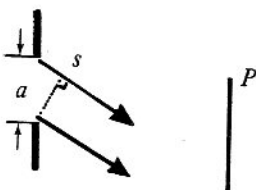
- (a) $\lambda/4$; (b) $\lambda/2$; (c) λ ; (d) $3\lambda/2$; (e) 2λ .

5. En la pantalla P situada a la distancia d , la distancia entre dos franjas oscuras es:

- (a) $\lambda d/2a$; (b) $\lambda d/a$; (c) $3\lambda d/2a$; (d) $2\lambda d/a$
(e) $4\lambda d/a$.

Las preguntas 6 a 8 se refieren a la siguiente información:

Una onda plana de longitud de onda λ llega sobre una rendija rectangular de ancho a como muestra la figura.



6. El primer mínimo de difracción se produce en la dirección de las flechas. La distancia s es:

- (a) $\lambda/4$; (b) $\lambda/2$; (c) λ ; (d) $3\lambda/2$; (e) 2λ .

7. El segundo mínimo de difracción se produce en la dirección de las flechas.

La distancia s es:

- (a) $\lambda/4$; (b) $\lambda/2$; (c) λ ; (d) $3\lambda/2$; (e) 2λ .

8. En la pantalla P situada a la distancia s , el ancho de la franja central brillante es:

- (a) $\lambda d/2a$; (b) $\lambda d/a$; (c) $3\lambda d/2a$; (d) $2\lambda d/a$;
(e) $4\lambda d/a$.

Las preguntas 9-10 se refieren a la siguiente información:

Una red de difracción tiene un espectro de primer orden a 37° , para la luz de longitud de onda $0,6\mu$.

9. ¿Cuántas líneas por mm tiene la red de difracción?

- (a) 100; (b) 1000; (c) 10.000; (d) 100.000;
(e) 1.000.000.

10. ¿Para qué longitud de onda se tendrá un espectro de primer orden a 53° ?

- (a) $0,4 \mu$; (b) $0,5 \mu$; (c) $0,6 \mu$; (d) $0,7 \mu$;
(e) $0,8 \mu$.

Test No. 9

Polarización

1. Se puede polarizar una onda cuando ésta es:

- (a) Una onda trasversal;
(b) Una onda longitudinal;
(c) Una onda circular;
(d) Una onda esférica;
(e) Una onda plana.

2. Polarizar la luz es:

- (a) Analizar la luz;
(b) Descomponer la luz;
(c) Transformar los fotones en electrones;
(d) Transformar los electrones en fotones.
(e) Fijar el vector vibración en una dirección dada.

3. Se puede identificar la dirección de polarización de un polaroide mirando a través de él:

- (a) El Sol; (b) Una bombilla; (c) Luz reflejada por un metal; (d) Luz reflejada por un vidrio;
(e) Luz transmitida por un vidrio.

4. La ventaja fundamental de un anteojito hecho de polaroide es:

- (a) Disminuir la cantidad de luz; (b) Eliminar ciertos reflejos; (c) Aumentar los objetos;
(d) Ver más nítidos los objetos; (e) Ver más claros los objetos.

5. Cuando la luz incide sobre un cuerpo transparente de índice de refracción n con el ángulo de Brewster i es porque:

- (a) $\tan i = n$; (b) $\tan i = 1/n$; (c) $\cos i = n$;
(d) $n \tan i = 1$; (e) $\sin i = n$.

6. En el problema anterior:

- (a) El rayo incidente es completamente polarizado;

- (b) El rayo reflejado es completamente polarizado;
(c) El rayo refractado es completamente polarizado;
(d) Los tres rayos son polarizados.
(e) Ningún rayo es polarizado.

7. ¿Cuál es el índice de refracción de una sustancia cuyo ángulo límite es 37° ?

- (a) 0,6; (b) 0,8; (c) 1,33; (d) 1,5; (e) 1,66.

8. ¿Cuál es la tangente del ángulo de Brewster de la sustancia anterior?

- (a) 0,6; (b) 0,8; (c) 1,33; (d) 1,5; (e) 1,66.

Las preguntas 9-10 se refieren a la siguiente información:

Un haz de luz polarizado tiene una intensidad I y pasa por un analizador con la dirección de transmisión formando un ángulo θ con la dirección de la vibración incidente.

9. La intensidad transmitida es:

- (a) I ; (b) $I \cos \theta$; (c) $I \cos^2 \theta$; (d) $I^2 \cos \theta$;
(e) $I^2 \cos^2 \theta$.

10. Si se pone un segundo analizador con la dirección de transmisión formando un ángulo α con la dirección de la vibración transmitida por el primer analizador, la intensidad final es:

- (a) $I \cos \theta \cos \alpha$; (b) $I \cos^2 \theta \cos^2 \alpha$; (c) $I \cos(\theta - \alpha)$;
(d) $I \cos(\theta + \alpha)$; (e) $I \cos^2(\theta + \alpha)$.

Test No. 10

Cargas y campo eléctrico

Las preguntas 1 a 3 se refieren a la siguiente información:

Sobre una línea recta igualmente separadas 30 cm se encuentran tres cargas positivas iguales cada una de 2×10^{-6} cul y de masa 1 gramo.

1. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre la carga del centro?

- (a) 0; (b) 0,4 nt; (c) 1,2 nt; (d) 4 nt; (e) 40 nt.

2. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre una de las cargas de los extremos?

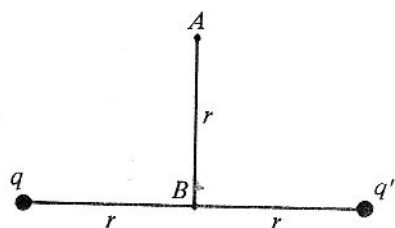
- (a) 0; (b) 0,1 nt; (c) 0,3 nt; (d) 0,5 nt; (e) 0,8 nt.

3. ¿Cuál es la aceleración de una de las cargas de los extremos?

- (a) 0; (b) $0,5 \text{ m/seg}^2$; (c) 5 m/seg^2 ; (d) 50 m/seg^2 ;
(e) 500 m/seg^2 .

Las preguntas 4 a 8 se refieren a la siguiente información:

Se consideran dos cargas q y q' situadas como muestra la figura: La carga q es siempre positiva.



4. Si $q = q'$, la dirección del campo eléctrico en A está mejor representada por:

- (a) \uparrow (b) \downarrow (c) \nearrow (d) \nwarrow (e) \rightarrow

5. Si $q' = -q$, la dirección del campo eléctrico en A está mejor representada por:

- (a) \uparrow (b) \downarrow (c) \nearrow (d) \nwarrow (e) \rightarrow

6. Si $q' = -q$ la dirección del campo eléctrico en B está mejor representada por:

- (a) \uparrow (b) \downarrow (c) \nearrow (d) \nwarrow (e) \rightarrow

7. Si $q' = -q$ la magnitud de E en el punto A es:

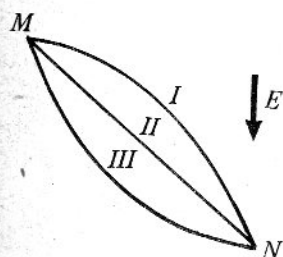
- (a) kq/r^2 ; (b) $2kq/r^2$; (c) $2kq^2/r^2$; (d) $\sqrt{2} kq/2r^2$; (e) $2kq/\sqrt{2} r^2$.

8. Si $q' = -q$ la magnitud de E en el punto B es:

- (a) kq/r^2 ; (b) $2kq/r^2$; (c) $2kq^2/r^2$; (d) $\sqrt{2} kq/2r^2$; (e) $2kq/\sqrt{2} r^2$.

Las preguntas 9-10 se refieren a la siguiente información:

Se considera un campo eléctrico uniforme E en una cierta región del espacio como muestra la figura, y una carga positiva en M .



9. Si la carga está inicialmente en reposo en M , ¿qué camino podría seguir para ir hasta N (no actúa ninguna fuerza sino la eléctrica)?

- (a) I; (b) II; (c) III; (d) Cualquier camino; (e) Ninguno de los anteriores.

10. Si la carga tiene una velocidad inicial, ¿qué camino podría seguir para ir hasta N ?

- (a) I; (b) II; (c) III; (d) Cualquier camino; (e) Ninguno de los anteriores.

Test No. 11

Potencial – Condensador

Las preguntas 1 - 2 se refieren a la siguiente información:

Se considera una esfera hueca de radio r , con carga Q .

1. El campo eléctrico en el centro es:

- (a) 0; (b) $k \frac{Q}{r}$; (c) $k \frac{Q}{r^2}$; (d) $k \frac{Q}{4r}$; (e) $k \frac{Q}{4r^2}$.

2. El potencial en el centro es:

- (a) 0; (b) $k \frac{Q}{r}$; (c) $k \frac{Q}{r^2}$; (d) $k \frac{Q}{4r}$; (e) $k \frac{Q}{4r^2}$.

3. En una región del espacio, el potencial eléctrico V es constante. El campo eléctrico es:

- (a) Cero; (b) Constante; (c) Aumenta; (d) Disminuye; (e) Pasa por un máximo.

4. En una región del espacio el campo eléctrico E es uniforme. Si partimos de un punto a y nos dirigimos en la dirección del campo eléctrico hasta un punto b , la diferencia de potencial V_{ab} es:

- (a) Cero; (b) Positiva solamente; (c) Sólo negativa; (d) Positiva primero y después negativa; (e) Negativa primero y después positiva.

Las preguntas 5 a 8 se refieren a la siguiente información:

Entre dos puntos A y B separados una distancia s existe un campo eléctrico E uniforme dirigido de A a B . En el punto A se encuentra una carga q de masa m sin velocidad inicial.

5. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre q ?

- (a) Eq ; (b) E/q ; (c) Eqs ; (d) Es ; (e) $2Eqs/m$.

6. ¿Cuál es el trabajo de la fuerza eléctrica cuando la carga llega a B ?

(a) Eq ; (b) Eqs ; (c) Eq/s ; (d) Es ; (e) $2Eqs/m$.

7. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre A y B ?

(a) Eq ; (b) Eqs ; (c) Eq/s ; (d) Es ; (e) $2Eqs/m$.

8. ¿Con qué velocidad la carga q llega a B ?

(a) Eq ; (b) Eqs ; (c) Eq/s ; (d) Es ; (e) $\sqrt{2Eqs/m}$.

Las preguntas 9-10 se refieren a la siguiente información:

Se consideran dos condensadores iguales, cada uno de 4×10^{-6} faradios, conectados en serie a una diferencia de potencial de 120 voltios.

9. ¿Cuál es la capacidad equivalente?

(a) $2 \times 10^{-6} f$; (b) $4 \times 10^{-6} f$; (c) $6 \times 10^{-6} f$;
(d) $8 \times 10^{-6} f$; (e) $16 \times 10^{-6} f$.

10. ¿Cuál es la carga de los condensadores?

(a) $15 \times 10^{-6} \text{ cul}$; (b) $30 \times 10^{-6} \text{ cul}$;
(c) $60 \times 10^{-6} \text{ cul}$; (d) $120 \times 10^{-6} \text{ cul}$;
(e) $240 \times 10^{-6} \text{ cul}$.

Test No. 12

Corriente y resistencia

Las preguntas 1 a 3 se refieren a la siguiente información:

A los extremos de una varilla de resistividad ρ , de longitud L y de sección A se aplica una diferencia de potencial V .

1. ¿Cuál es el campo eléctrico en el interior de la varilla?

(a) 0; (b) V ; (c) VL ; (d) V/L ; (e) L/V .

2. ¿Cuál es la intensidad de la corriente?

(a) $\rho L/VA$; (b) $\rho LV/A$; (c) V/L ; (d) V/AL ;
(e) $VA/\rho L$.

3. ¿Cuál es la cantidad de calor producido por segundo?

(a) $\rho VA/L$; (b) $\rho V^2 L/A$; (c) $V^2 A/L\rho$;
(d) $\rho L/V^2 A$; (e) $V^2 A^2/\rho L$.

Las preguntas 4-5 se refieren a la siguiente información:

Sean dos resistencias A y B del mismo material y de igual longitud. La sección de A es dos veces la sección de B .

4. Cuando las dos resistencias están puestas en serie, la resistencia equivalente es 30 ohmios. ¿Cuál es el valor de B ?

(a) 10 ohmios; (b) 20 ohmios; (c) 30 ohmios;
(d) 60 ohmios; (e) 90 ohmios.

5. Cuando las dos resistencias están puestas en paralelo, la resistencia equivalente es 30 ohmios. ¿Cuál es el valor de B ?

(a) 10 ohmios; (b) 20 ohmios; (c) 30 ohmios;
(d) 60 ohmios; (e) 90 ohmios.

Las preguntas 6-7 se refieren a la siguiente información:

Sobre una bombilla se nota la inscripción "60 vatios-120 voltios".

6. ¿Cuál es la intensidad que debe pasar por esta bombilla?

(a) 0,5 amp; (b) 2 amp; (c) 6 amp;
(d) 60 amp; (e) 240 amp.

7. ¿Cuál es la resistencia de la bombilla?

(a) 2 ohmios; (b) 60 ohmios; (c) 120 ohmios;
(d) 180 ohmios; (e) 240 ohmios.

Las preguntas 8 a 10 se refieren a la siguiente información:

Se conectan en serie una resistencia de 10 ohmios y un reóstato a una diferencia de potencial de 120 voltios.

8. ¿Cuál debe ser la resistencia del reóstato si la intensidad de la corriente es 2 amperios?

(a) 10 ohmios; (b) 20 ohmios; (c) 30 ohmios;
(d) 40 ohmios; (e) 50 ohmios.

9. ¿Cuál debe ser la resistencia del reóstato si el calor producido por la resistencia de 10 ohmios es 90 vatios?

(a) 10 ohmios; (b) 20 ohmios; (c) 30 ohmios;
(d) 40 ohmios; (e) 50 ohmios.

10. ¿Cuál debe ser la resistencia del reóstato si la diferencia de potencial en los bornes de la resistencia de 10 ohmios es 40 voltios?

(a) 10 ohmios; (b) 20 ohmios; (c) 30 ohmios;
(d) 40 ohmios; (e) 50 ohmios.

Test No. 13

Circuitos eléctricos

1. La segunda ley de Kirchhoff (de las mallas) es una consecuencia de la ley de la conservación de:
- (a) La carga; (b) La masa; (c) La energía;
(d) El momento lineal; (e) El momento angular.

Las preguntas 2 a 6 se refieren a la siguiente información:

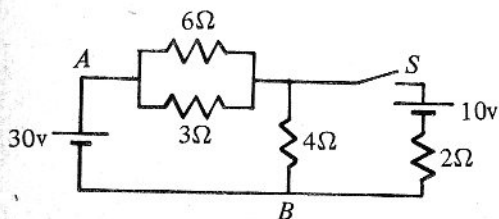
Un generador de fem 100 voltios y de resistencia interna 2 ohmios alimenta una resistencia de 12 ohmios y otra resistencia de 6 ohmios puestas en serie.

2. ¿Cuál es la intensidad que pasa por el circuito?
- (a) 0,2 amp; (b) 4,5 amp; (c) 5 amp;
(d) 5,5 amp; (e) 10 amp.
3. Se remplace la resistencia de 6 ohmios por un generador de fem 50 voltios y se obtiene la misma intensidad. ¿Cuál es su resistencia interna?
- (a) 0; (b) 6 ohmios; (c) 10 ohmios;
(d) 16 ohmios; (e) 30 ohmios.
4. ¿Cuál es la ddp en los bornes del generador?
- (a) 30 v; (b) 50 v; (c) 100 v; (d) 130 v;
(e) 150 v.
5. Se remplace la resistencia de 6 ohmios por un receptor de resistencia interna 1 ohmio y se obtiene la misma intensidad. ¿Cuál es su fem?
- (a) 25 v; (b) 30 v; (c) 50 v; (d) 100 v;
(e) 150 v.

6. ¿Cuál es la ddp en los bornes del receptor?
- (a) 20 v; (b) 25 v; (c) 30 v; (d) 50 v;
(e) 100 v.

Las preguntas 7 a 10 se refieren a la siguiente información:

Considérese el circuito de la figura.



7. ¿Cuál es la intensidad que pasa por la resistencia de 4 ohmios?
- (a) 1 amp; (b) 2 amp; (c) 3 amp; (d) 4 amp;
(e) 5 amp.
8. Se cierra el interruptor S, ¿cuál es la intensidad en la resistencia de 4 ohmios?
- (a) 1 amp; (b) 2 amp; (c) 3 amp; (d) 4 amp;
(e) 5 amp.
9. Se cierra el interruptor S, ¿cuál es la diferencia de potencial entre A y B?
- (a) 10 v; (b) 20 v; (c) 30 v; (d) 40 v; (e) 50 v.
10. Se cierra el interruptor S, ¿qué cantidad de calor se produce en la resistencia de 2 ohmios?
- (a) 3 w; (b) 6 w; (c) 9 w; (d) 18 w; (e) 36 w.

Test No. 14

Electrólisis

Masa atómica del Cu = 64 g (bivalente)

Masa atómica del Al = 27 g (trivalente)

1. En una solución, una molécula de NaOH se disocia como:
- (a) $\text{Na}^- + (\text{OH})^+$; (b) $\text{Na}^+ + (\text{OH})^-$; (c) $\text{Na}^+ + \text{O}^- + \text{H}^+$;
(d) $(\text{NaO})^+ + \text{H}^-$; (e) $(\text{NaO})^- + \text{H}^+$.
2. En una electrólisis el ion Cu^{++} se dirige al ánodo:
- (a) Recibe un electrón; (b) Recibe dos electrones;
(c) Deposita un electrón; (d) Deposita dos electrones;
(e) No recibe ni deposita electrones.

Las preguntas 3-4 se refieren a la siguiente información:

Se efectúa la electrólisis de 1 litro de agua mezclado con 1 cm^3 de ácido sulfúrico durante un tiempo t con una intensidad de corriente I . Se recogen 10 cm^3 de hidrógeno.

3. ¿Qué cantidad de hidrógeno se recogería si la corriente fuera $4I$?
- (a) 2,5 cm^3 ; (b) 5 cm^3 ; (c) 10 cm^3 ; (d) 20 cm^3 ;
(e) 40 cm^3 .
4. ¿Qué cantidad de hidrógeno se recogería si la cantidad de ácido sulfúrico fuera 4 cm^3 ?
- (a) 2,5 cm^3 ; (b) 5 cm^3 ; (c) 10 cm^3 ; (d) 20 cm^3 ;
(e) 40 cm^3 .

5. Si la carga de un electrón es e y un faraday es f el número de Avogadro es:

(a) e/f ; (b) f/e ; (c) ef ; (d) $e^2 f$; (e) ef^2 .

Las preguntas 6-7 se refieren a la siguiente información:

Un faraday pasa por electrolitos en serie que contienen cobre y aluminio respectivamente.

6. ¿Qué cantidad de cobre se depositó?

(a) 16 g; (b) 32 g; (c) 64 g; (d) 128 g; (e) 256 g.

7. ¿Qué cantidad de aluminio se depositó?

(a) 9 g; (b) 18 g; (c) 27 g; (d) 54 g; (e) 108 g.

8. Sean dos electrolitos en serie que contienen cobre y aluminio. Si se depositan 54 gramos de aluminio, ¿cuántos gramos de cobre se depositarán?

(a) 32 g; (b) 64 g; (c) 128 g; (d) 192 g; (e) 256 g.

9. ¿Cuál es el peso de cobre depositado por electrólisis del sulfato de cobre por una corriente de 100 amperios durante un tiempo de 965 segundos?

(a) 16 g; (b) 32 g; (c) 64 g; (d) 128 g; (e) 256 g.

10. En la electrólisis anterior, ¿cuántos átomos de cobre se depositaron?

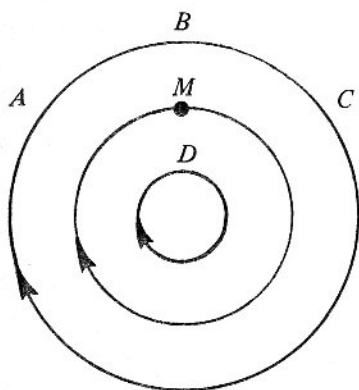
(a) $1,5 \times 10^{23}$; (b) 3×10^{23} ; (c) 6×10^{23} ;

(d) 6×10^{26} ; (e) 6×10^{-26} .

Test No. 15

Campo magnético

Las preguntas 1 a 3 se refieren a la siguiente información: El dibujo representa líneas de fuerza de campo eléctrico o de campo magnético.



1. El esquema representa:

(a) El campo eléctrico alrededor de una carga puntual.

(b) El campo eléctrico producido por un plano cargado.

(c) El campo eléctrico alrededor de un alambre recto cargado.

(d) El campo magnético alrededor de un alambre recto por el cual pasa una corriente.

(e) El campo magnético en el centro de una espira circular por la cual pasa una corriente.

2. Si el dibujo representa un campo eléctrico, ¿qué le ocurrirá a una carga positiva situada sin velocidad inicial en M?

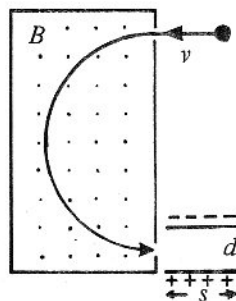
(a) Se mueve hacia A; (b) Se mueve hacia B;
(c) Se mueve hacia C; (d) Se mueve hacia D;
(e) No se mueve.

3. Si el dibujo representa un campo magnético, ¿qué le ocurrirá a una carga positiva situada sin velocidad inicial en M?

(a) Se mueve hacia A; (b) Se mueve hacia B;
(c) Se mueve hacia C; (d) Se mueve hacia D;
(e) No se mueve.

Las preguntas 4 a 7 se refieren a la siguiente información:

Un electrón de masa m , carga e y velocidad horizontal v penetra en un campo magnético B perpendicular al plano de la hoja (véase la figura). Después de recorrer una semicircunferencia, entra dentro de un condensador, cuyas armaduras, tienen una longitud s y están separadas una distancia d y se les aplica una diferencia de potencial V .



4. ¿Cuál es el radio de la semicircunferencia?

(a) v/B ; (b) $mv^2/2B$; (c) Be/mv ; (d) $\pi m/eB$; (e) mv/eB .

5. ¿Cuál es el tiempo que gasta el electrón en describir la semicircunferencia?

(a) v/B ; (b) $mv^2/2B$; (c) Be/mv ; (d) $\pi m/eB$;
(e) mv/eB .

6. ¿Cuál es el tiempo que demora dentro del condensador (se admite que el electrón sale del condensador)?

- (a) s/v ; (b) v/s ; (c) sB/v ; (d) eV/mv ; (e) d/v .

7. ¿Cuál es la componente vertical de la velocidad del electrón al salir del condensador?

- (a) v ; (b) eV/mv ; (c) eVs/mdv ; (d) mdv/eVs ; (e) $(s + d)/v$.

Las preguntas 8 y 9 se refieren a la siguiente información:

Se considera una espira cuadrada de lado a recorrida por una corriente i y un campo magnético B perpendicular al plano de la espira.

8. La fuerza magnética sobre un lado del cuadrado es:

- (a) 0; (b) Bi/a ; (c) Bi/i ; (d) Bia ; (e) Bi^2a .

9. El momento de fuerza sobre el cuadrado es:

- (a) 0; (b) Bia^2 ; (c) $2 Bia^2$; (d) $4 Bia^2$; (e) $Bia^2/2$.

10. Un imán permanente es un cuerpo que:

- (a) Contiene algo llamado magnetismo.
(b) Contiene magnetones.
(c) Contiene muchos electrones que giran alrededor de una dirección norte-sur del imán.
(d) Contiene cargas negativas en el polo sur y cargas positivas en el polo norte.
(e) Contiene cargas positivas en el polo sur y cargas negativas en el polo norte.

Test No. 16

Inducción magnética

1. Después del pasaje de un tren por una estación en donde la componente vertical del campo magnético terrestre es $0,5 \times 10^{-4}$ wb/m², un jefe de estación mide un voltaje de 15×10^{-4} voltios entre los rieles separados 1,5 m. ¿Cuál es la velocidad del tren?

- (a) 18 km/h; (b) 36 km/h; (c) 54 km/h;
(d) 72 km/h; (e) 144 km/h.

Las preguntas 2 y 3 se refieren a la siguiente información:

Se considera un anillo metálico de radio r y de resistencia R colocado entre los polos de un imán en

donde el campo magnético es B (perpendicular al anillo).

Si alejamos el anillo de los polos durante un tiempo t .

2. La fem inducida media es:

- (a) $\pi r^2 Bt$; (b) $\pi r^2 B/t$; (c) $\pi r^2 BR/t$;
(d) $2\pi r B/t$; (e) $\pi r^2 B/Rt$.

3. La intensidad media es:

- (a) $\pi r^2 Bt$; (b) $\pi r^2 B/t$; (c) $\pi r^2 BR/t$;
(d) $2\pi r B/t$; (e) $\pi r^2 B/Rt$.

Las preguntas 4 y 5 se refieren a la siguiente información:

Un anillo de radio r y de resistencia R es perpendicular a un campo magnético $B = 1$ wb/m².

4. En un tiempo de π segundos, el cuadro gira 90° con respecto a uno de sus diámetros.

¿Cuál es la fem inducida media?

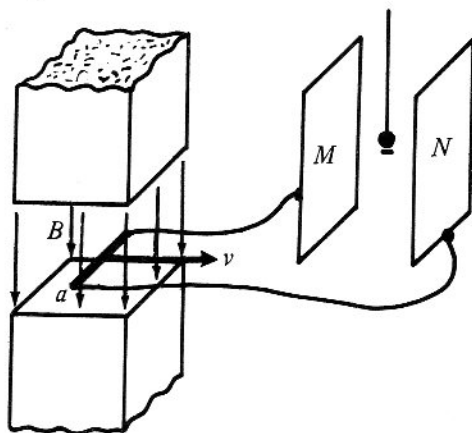
- (a) r ; (b) r^2 ; (c) πr^2 ; (d) $\pi^2 r^2$; (e) $2\pi r$.

5. En un tiempo de π segundos, el cuadro gira 180° con respecto a uno de sus diámetros. ¿Cuál es la intensidad inducida media?

- (a) rB ; (b) r^2R ; (c) r^2/R ; (d) $2r^2/R$; (e) $2\pi r/R$.

Las preguntas 6-8 se refieren a la siguiente información:

Un alambre de longitud a colocado dentro de un campo magnético B está conectado a dos placas paralelas M y N entre las cuales cuelga una esfera muy liviana cargada negativamente como muestra la figura:



6. Si el alambre se mueve con velocidad v , ¿qué fem inducida se produce?

- (a) Bv ; (b) Bav ; (c) Ba/v ; (d) Bv/a ; (e) av/B .

7. Si el alambre se mueve con velocidad v , la esfera experimenta una fuerza que tenderá a:

- Moverla hacia M ;
- Moverla hacia N ;
- Moverla paralelamente a las placas hacia usted.
- Moverla paralelamente a las placas alejándose de usted.
- Mantenerla en su lugar.

8. Si la esfera cargada toca la placa M , el alambre que está quieto experimentará una fuerza que tenderá a:

- Moverlo en la dirección de v de la figura.
- Moverlo en la dirección contraria a v de la figura.
- Moverlo hacia arriba.
- Moverlo hacia abajo.
- Mantenerlo en su lugar.

9. Un transformador es un aparato eléctrico que:

- Cambia la corriente continua en corriente alterna.
- Cambia la corriente alterna en corriente continua.
- Cambia la frecuencia de la corriente eléctrica.
- Cambia el voltaje de la corriente eléctrica.
- Cambia el período de la corriente eléctrica.

10. Una onda electromagnética comprende:

- Un campo eléctrico solamente.
- Un campo magnético solamente.
- Un campo eléctrico y un campo magnético paralelos a la dirección de propagación.
- Un campo eléctrico y un campo magnético perpendiculares a la dirección de propagación pero paralelos entre sí.
- Un campo eléctrico y un campo magnético perpendiculares a la dirección de propagación y perpendiculares entre sí.

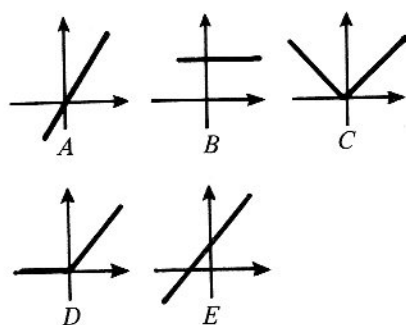
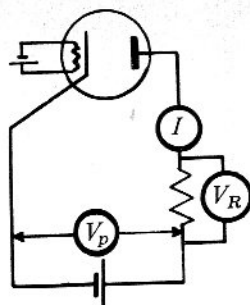
Test No. 17

Electrónica

Las preguntas 1 a 3 se refieren a la siguiente información:

Se considera el diodo de la figura.

Las preguntas se contestarán con una de las gráficas siguientes:



1. La gráfica de I en función de V_p es:

- A ;
- B ;
- C ;
- D ;
- E .

2. La gráfica de V_R en función de V_p es:

- A ;
- B ;
- C ;
- D ;
- E .

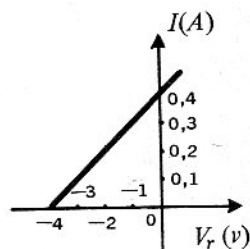
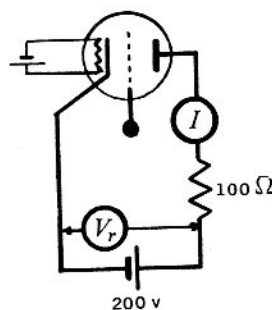
3. La gráfica de la energía cinética de los electrones que llegan sobre la placa en función de V_p es:

- A ;
- B ;
- C ;
- D ;
- E .

Las preguntas 4 a 8 se refieren a la siguiente información:

Se considera el triodo de la figura y una de sus características:

Se tomará el potencial de cátodo igual a 0.



4. Si la rejilla se conecta directamente al cátodo, la corriente que pasa por el triodo es:

- 0;
- 0,1 amp;
- 0,2 amp;
- 0,3 amp;
- 0,4 amp.

5. Si la rejilla se conecta directamente al cátodo, el voltaje de la placa es:

- (a) 0; (b) 40 v; (c) 100 v; (d) 160 v; (e) 200 v.

6. Se aplica un voltaje de -4 v a la rejilla. El voltaje de la placa es:

- (a) 0; (b) 40 v; (c) 100 v; (d) 160 v; (e) 200 v.

7. Se aplica un voltaje de -2 v a la rejilla. El voltaje de la placa es:

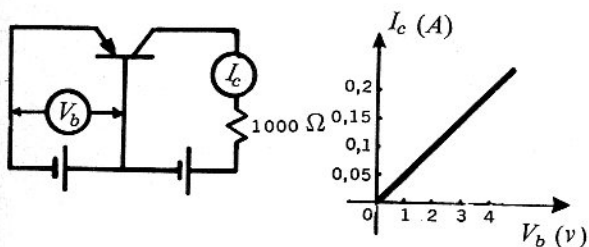
- (a) 0; (b) 100 v; (c) 140 v; (d) 180 v; (e) 200 v.

8. La amplificación en voltaje de este triodo es:

- (a) 10; (b) 20; (c) 40; (d) 50; (e) 100.

Las preguntas 9-10 se refieren a la siguiente información:

Se considera el transistor de la figura y una de sus características.



9. Una variación de voltaje de base V_b de 2 voltios produce una variación de corriente del colector I_c igual a:

- (a) 0,05 amp; (b) 0,1 amp; (c) 0,2 amp;
(d) 1 amp; (e) 2 amp.

10. La amplificación en voltaje de este transistor es:

- (a) 10; (b) 20; (c) 50; (d) 100; (e) 500.

Test No. 18

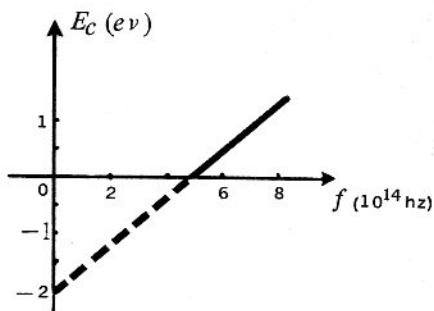
Física cuántica

1. La cantidad de fotones emitidos por segundo por una bombilla corriente es aproximadamente:

- (a) 10^{10} ; (b) 10^{20} ; (c) 10^{30} ; (d) 10^{40} ;
(e) 10^{50} .

Las preguntas 2-5 se refieren a la siguiente información:

Un experimentador estudia el efecto fotoeléctrico de una cierta superficie y obtiene la siguiente curva de la energía cinética de los electrones en función de la frecuencia de la luz que ilumina la superficie.



2. Si la luz tiene la frecuencia 2×10^{14} hz, la energía cinética de los electrones emitidos es:

- (a) 0; (b) 1 eV; (c) 2 eV; (d) 3 eV; (e) 4 eV.

3. Si la luz tiene la longitud de onda 4000 \AA , la energía cinética de los electrones emitidos es: (aproximadamente)

- (a) 0; (b) 1 eV; (c) 2 eV; (d) 3 eV; (e) 4 eV.

4. ¿Cuál es el trabajo de extracción de esta superficie?

- (a) 0; (b) 1 eV; (c) 2 eV; (d) 3 eV; (e) 4 eV.

5. ¿Cuál es la frecuencia umbral de esta superficie? (Aproximadamente).

- (a) 0; (b) 1×10^{14} hz; (c) 3×10^{14} hz;
(d) 5×10^{14} hz; (e) 7×10^{14} hz.

Las preguntas 6-7 se refieren a la siguiente información:

Un átomo de masa M inicialmente en reposo emite un fotón de frecuencia f . (c la velocidad de la luz y h la constante de Planck.)

6. Inmediatamente después de la emisión del fotón, la cantidad de movimiento del átomo es:

- (a) 0; (b) Mc ; (c) hf ; (d) $\frac{hf}{c}$; (e) hfc .

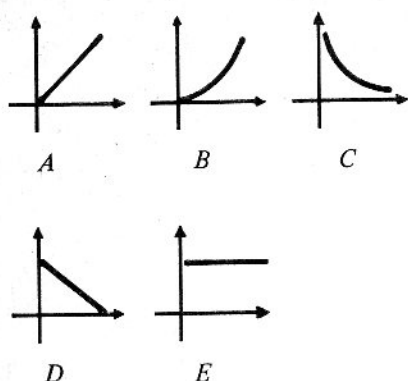
7. Inmediatamente después de la emisión del fotón, la energía cinética del átomo es:

- (a) 0; (b) $\frac{1}{2}Mc^2$; (c) hf ; (d) $\frac{hf}{2}$; (e) $\frac{h^2 f^2}{2Mc^2}$.

8. La longitud de onda de De Broglie de un balón de fútbol pateado por un jugador es aproximadamente:

- (a) 10^{-35} m; (b) 10^{-25} m; (c) 10^{-15} m;
(d) 10^{-5} m; (e) 10 m.

Las preguntas deben contestarse con una de las siguientes gráficas.



9. ¿Cuál gráfica representa mejor la longitud de onda de De Broglie de una partícula en función de su cantidad de movimiento?

(a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

10. ¿Cuál gráfica representa mejor la energía de un fotón en función de su frecuencia?

(a) A; (b) B; (c) C; (d) D; (e) E.

Test No. 19

Física atómica

1. Un satélite de 1 kg gira alrededor de la Tierra. El radio de su órbita es 10.000 km y su período 2 horas. Admitiendo que el primer postulado de Bohr sea válido para el satélite, encontrar el número cuántico n de esta órbita.

(a) 10^5 ; (b) 10^{15} ; (c) 10^{25} ; (d) 10^{35} ; (e) 10^{45} .

Las preguntas 2-4 se refieren a un átomo de hidrógeno en el estado $n = 2$. (c velocidad de la luz, h constante de Planck, R_H constante de Rydberg.)

2. ¿Qué energía se necesita para que el electrón suba hasta la órbita $n = 3$?

(a) $\frac{5}{36} R_H$; (b) $\frac{5}{36} chR_H$; (c) $\frac{36}{5} R_H$; (d) $\frac{3}{4} chR_H$;

(e) $\frac{3}{2} R_H$.

3. ¿Cuál será la energía del fotón emitido cuando el electrón baje a la órbita $n = 1$?

(a) $\frac{3}{4} R_H$; (b) $\frac{1}{4} R_H$; (c) chR_H ; (d) $\frac{1}{4} chR_H$;

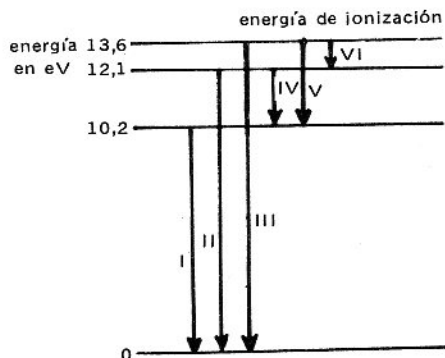
(e) $\frac{3}{4} chR_H$.

4. ¿Qué energía se requiere para extraer el electrón del átomo de hidrógeno?

(a) $\frac{3}{4} R_H$; (b) $\frac{1}{4} R_H$; (c) chR_H ; (d) $\frac{1}{4} chR_H$;

(e) $\frac{3}{4} chR_H$.

Las preguntas 5-10 se refieren al diagrama de niveles de energía para el átomo de hidrógeno. Se muestran solamente algunos niveles y las diferentes transiciones entre niveles están marcadas de I a VI.



5. ¿En qué transición se emite el fotón de mayor frecuencia?

(a) I; (b) III; (c) IV; (d) V; (e) VI.

6. ¿En qué transición se emite el fotón de menor energía?

(a) I; (b) III; (c) IV; (d) V; (e) VI.

7. Si un fotón de 12,1 eV de energía es absorbido por un átomo de hidrógeno en el estado fundamental, ¿qué transiciones pueden ocurrir?

(a) I solamente; (b) II solamente; (c) IV solamente; (d) VI solamente; (e) I, II y IV solamente.

8. Si un fotón de 15 eV de energía es absorbido por un átomo de hidrógeno en el estado fundamental, el electrón del átomo sería emitido con una energía cinética de:

(a) 0; (b) 1,4 eV; (c) 10,2 eV; (d) 13,6 eV; (e) 15 eV.

9. Si un electrón con una energía cinética de 8 eV entra en una región llena de hidrógeno en su estado fundamental, su energía cinética después de atravesar el hidrógeno puede ser:

(a) 1,5 eV; (b) 1,9 eV; (c) 4,2 eV; (d) 8 eV; (e) 10,2 eV.

10. Si un electrón con energía cinética de 13 ev entra en un región llena de hidrógeno en su estado fundamental, su energía cinética después de atravesar el hidrógeno puede ser:

- (a) 10,2 ev solamente; (b) 10,2 ó 12,1 ev solamente;
(c) 13 ev solamente; (d) 0,6 ó 13 ev solamente;
(e) 2,8; 0,9 ó 13 ev solamente.

Test No. 20

Física nuclear

- ¿Cuántos neutrones hay en el núcleo de $^{235}_{92}\text{U}$?
(a) 92; (b) 143; (c) 184; (d) 235; (e) 327.
- La radiación alfa está formada de:
(a) Electrones; (b) Núcleo de aluminio;
(c) Núcleo de uranio; (d) Núcleo de hidrógeno;
(e) Núcleos de helio.
- La radiación beta se produce cuando:
(a) Un neutrón se transforma en protón.
(b) Un protón se transforma en neutrón.
(c) Un electrón se transforma en neutrón.
(d) Un electrón se transforma en protón.
(e) Un protón se transforma en electrón.
- El $^{232}_{90}\text{Th}$ emite sucesivamente 1 alfa, 2 betas, 4 alfas, 1 beta, 1 alfa y 1 beta. ¿Cuál es el producto final?
(a) $^{208}_{82}\text{Pb}$; (b) $^{208}_{90}\text{Th}$; (c) $^{232}_{82}\text{Pb}$; (d) $^{224}_{66}\text{Dy}$;
(e) $^{208}_{74}\text{W}$.
- En la reacción nuclear $^{12}_6\text{C} + ^4_2\text{He} \longrightarrow ^{15}_7\text{N} + X$. ¿Qué representa X?
(a) Un electrón; (b) Un protón; (c) Un neutrón;
(d) Un alfa; (e) Un gamma.
- Si tenemos $^{214}_{82}\text{Pb} \longrightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} + X$. ¿Qué representa X?
(a) Un electrón; (b) Un protón; (c) Un neutrón;
(d) Un alfa; (e) Un gamma.
- En la reacción nuclear $^2_1\text{H} (p, X)^3_2\text{He}$. ¿Qué representa X?
(a) Un electrón; (b) Un protón; (c) Un neutrón;
(d) Un alfa; (e) Un gamma.

Las preguntas 8 a 10 se refieren a la siguiente información:

Un médico inyecta en la vena de un paciente una sustancia radiactiva que produce 100.000 desintegraciones por segundo y cuyo período es 15 días.

8. Después de algunos segundos, se asume que la sustancia radiactiva se mezcla uniformemente con toda la sangre. Se toma entonces una muestra de 1 cm³ de sangre y se encuentra que emite 20 desintegraciones por segundo. ¿Cuál es la cantidad de sangre total de este paciente?

- (a) 3 litros; (b) 4 litros; (c) 4,5 litros;
(d) 5 litros; (e) 6 litros.

9. Después de 30 días, el médico toma de nuevo una muestra de 1 cm³ de sangre. ¿Cuántas desintegraciones por segundo encontrará en la muestra? (Se supone que no hay pérdidas biológicas de la sustancia radiactiva tales como por sudor, orina, etc.).

- (a) 20; (b) 15; (c) 10; (d) 5; (e) 2,5.

10. Un reactor nuclear tiene una potencia de 10⁶ vatios. ¿Cuánto disminuirá la masa del combustible en 100 horas?

- (a) 1 miligramo; (b) 4 miligramos; (c) 4 gramos;
(d) 1 kilo; (e) 4 kilos.

Test No. 21

Relatividad

- Un observador A se mueve con velocidad v con respecto a una regla unida a otro observador B. La longitud que mide A de la regla es:
(a) Igual a la que mide B. (b) Menor que la que mide B. (c) Mayor que la que mide B. (d) Mayor pero él sabe que es menor. (e) Menor pero él sabe que es mayor.
- Un observador A mira que los relojes de B se atrasan. B mira que los relojes de A:
(a) Se adelantan. (b) Se atrasan. (c) Ni se adelantan ni se atrasan. (d) Parecen atrasarse pero él sabe que están adelantándose. (e) Parecen adelantarse pero él sabe que están atrasándose.
- Un hombre de 2 m de alto está parado sobre la plataforma de un tren que se desplaza a una velocidad de 0,6 c. La altura del hombre visto por un observador situado sobre la Tierra es:

- (a) 0 m; (b) 1,6 m; (c) 2 m; (d) 2,1 m;
(e) 2,4 m.

Las preguntas 4 y 5 se refieren a la siguiente información:

Dos sucesos ocurren en un mismo lugar de un sistema S separados por un intervalo de 4 segundos. En otro sistema S' los mismos sucesos están separados 5 segundos.

4. ¿Cuál es la velocidad del sistema S' con respecto a S ?

- (a) 0,5 c ; (b) 0,6 c ; (c) 0,7 c ; (d) 0,8 c ;
(e) 0,9 c .

5. ¿Cuál es la distancia espacial entre dichos sucesos en el sistema S' ?

- (a) 0 m; (b) 3×10^8 m; (c) 6×10^8 m;
(d) 9×10^8 m; (e) 12×10^8 m.

Las preguntas 6 a 8 se refieren a la siguiente información:

La vida propia de un mesón es 6×10^{-8} segundos. Si viaja a 0,8 c :

6. ¿Cuál será su vida para un observador de la Tierra?

- (a) 10^{-9} seg; (b) 6×10^{-8} seg; (c) 10^{-8} seg;
(d) 10^{-7} seg; (e) 10^{-6} seg.

7. ¿Qué distancia recorre para un observador de la Tierra?

- (a) 14,4 m; (b) 18 m; (c) 24 m; (d) 48 m;
(e) 240 m.

8. ¿Qué distancia recorrería si no hubiera efectos relativistas?

- (a) 14,4 m; (b) 18 m; (c) 24 m; (d) 48 m;
(e) 240 m.

Las preguntas 9 y 10 se refieren a la siguiente información:

La masa de un viajero espacial que viaja a la velocidad v es $\frac{3}{2}$ de su masa en reposo m_0 .

9. La energía cinética de este viajero es:

- (a) $\frac{1}{2} m_0 v^2$; (b) $\frac{1}{2} m_0 c^2$; (c) $m_0 v^2$;
(d) $m_0 c^2$; (e) $m_0 v c$.

10. La velocidad del viajero es:

- (a) 0,6 c ; (b) 0,8 c ; (c) 0,9 c ; (d) $\frac{\sqrt{5}}{3} c$;
(e) $\sqrt{\frac{3}{5}} c$.